

(4 枚中 1 枚)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

平成26年度 編入学者選抜学力検査解答用紙

共通問題 (数学) [1]

科目合計点

得 点

① 次の問いに答えよ。

(1) 通分して一つの式にまとめよ。

$$\begin{aligned} & \frac{3x-1}{x^2-x-2} - \frac{7x+6}{3x^2-12} \\ &= \frac{3x-1}{(x-2)(x+1)} - \frac{7x+6}{3(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{3(x+2)(3x-1) - (7x+6)(x+1)}{3(x-2)(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{9x^2+2x-12}{3(x-2)(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{2(x+3)(x-2)}{3(x-2)(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{2(x+3)}{3(x+1)(x+2)} \quad \# \end{aligned}$$

(3) 次の不等式を解け。

$$\log_2(7-x) < 4$$

真数は正よ

$$7-x > 0 \Leftrightarrow x < 7 \quad \text{--- ①}$$

$$\log_2(7-x) < 4 \log_2 2$$

$$\log_2(7-x) < \log_2 2^4$$

$$7-x < 16 \quad (\text{底} > 1)$$

$$x > -9 \quad \text{--- ②}$$

①, ②より

$$\underline{-9 < x < 7} \quad \#$$

(2) 次の式を簡単にせよ。

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{11}{2}-2\sqrt{6}} + \sqrt{\frac{5}{2}-\sqrt{6}} \\ &= \sqrt{\frac{11-4\sqrt{6}}{2}} + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{11-2\sqrt{24}}{2}} + \sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{(\sqrt{8}-\sqrt{3})^2}{2}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{8}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \underline{1} \quad \# \end{aligned}$$

(4) $S=1+2+2^2+\dots+2^{n-1}$

$$T=3+3\cdot 4+3\cdot 4^2+\dots+3\cdot 4^{n-1}$$

とすると、 T を S を用いて表せ。

$$S = \frac{2^n-1}{2-1} = 2^n-1 \quad \text{--- ①}$$

$$\begin{aligned} T &= 3(1+4+4^2+\dots+4^{n-1}) \\ &= 3 \cdot \frac{4^n-1}{4-1} = 4^n-1 \quad \text{--- ②} \end{aligned}$$

$$\text{①より } 2^n = S+1 \text{ かつ } 4^n = S^2+2S+1 \quad \text{--- ③}$$

②, ③より

$$T = (S^2+2S+1) - 1 = \underline{S^2+2S} \quad \#$$

(4 枚中 2 枚)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

平成26年度 編入学者選抜学力検査解答用紙

共通問題 (数学) [2]

② 2次方程式 $2x^2 - 3x + 5 = 0$ の2つの解を α, β とする。次の問いに答えよ。

得 点

(1) $8\alpha^3 + 8\beta^3$ の値を求めよ。

(2) $\frac{1}{2\alpha+1}, \frac{1}{2\beta+1}$ を2つの解とする

最も簡単な整数係数の2次方程式を作れ。

解と係数の関係より

$$\alpha + \beta = \frac{3}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} 8\alpha^3 + 8\beta^3 &= 8(\alpha^3 + \beta^3) \\ &= 8\{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)\} \\ &= 8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 - 3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2}\right\} \\ &= 8\left(\frac{27}{8} - \frac{45}{4}\right) \\ &= 27 - 90 = -63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\alpha+1} + \frac{1}{2\beta+1} &= \frac{2(\alpha+\beta)+2}{4\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+1} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{3}{2} + 2}{4 \cdot \frac{5}{2} + 2 \cdot \frac{3}{2} + 1} \\ &= \frac{5}{14} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\alpha+1} \cdot \frac{1}{2\beta+1} &= \frac{1}{4\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+1} \\ &= \frac{1}{14} \end{aligned}$$

2次式は $x^2 - \frac{5}{14}x + \frac{1}{14} = 0$ $14x^2 - 5x + 1 = 0$

③ 3点 $A(3, 2), B(-2, 1), C(4, t)$ に対して、次の条件を満たす t の値を求めよ。

(1) $\overline{AB} \perp \overline{AC}$

(2) 3点 A, B, C が一直線上に並ぶ。

$$\overrightarrow{AB} = (-2, 1) - (3, 2) = (-5, -1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (1, t-2)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \text{ となる}$$

$$-5 \times 1 + (-1)(t-2) = 0$$

$$t = -3$$

$$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB} \quad (k \text{ は実数})$$

と仮定する。

$$(1, t-2) = k(-5, -1)$$

$$(1, t-2) = (-5k, -k)$$

$$\begin{cases} 1 = -5k \\ t-2 = -k \end{cases}$$

$$k = -\frac{1}{5} \quad t = \frac{11}{5}$$

(3) 三角形 ABC の面積が $\frac{21}{2}$ になる。ただし、 $t < 0$ とする。

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} |-5(t-2) - (-1) \cdot 1|$$

$$= \frac{1}{2} |11 - 5t|$$

$$= \frac{1}{2} (11 - 5t) \quad (\because t < 0)$$

$$\frac{1}{2} (11 - 5t) = \frac{21}{2}$$

$$11 - 5t = 21 \quad t = -2$$

(4 枚中 3 枚)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

平成26年度 編入学者選抜学力検査解答用紙

共通問題 (数学) [3]

- ④ (1) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$ となる行列 A を求めよ。

得 点

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \\ &= \left\{ \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right\} \left\{ \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \right\} \left\{ \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 15 & -5 \\ -5 & 5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- (2) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して、 $\det A = ad - bc$ と定義するとき、次の問いに答えよ。

① $\det \begin{pmatrix} 27 & 9 \\ 34 & 17 \end{pmatrix}$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} &27 \times 17 - 9 \times 34 \\ &= 9 \times 17 (3 - 2) \\ &= \underline{153} \end{aligned}$$

② $\alpha + \beta = \frac{2\pi}{3}$ のとき $\det \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \beta \\ \sin \alpha & \cos \beta \end{pmatrix}$ の値を求めよ。

$$\begin{aligned} &\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ &= \cos (\alpha + \beta) \\ &= \cos \frac{2\pi}{3} \\ &= \underline{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

③ $\det \begin{pmatrix} x & x^2 - 1 \\ x + 1 & 4x - 4 \end{pmatrix} = 0$ を満たす x の値を求めよ。

$$\begin{aligned} &x(4x - 4) - (x^2 - 1)(x + 1) = 0 \\ &4x^2 - 4x - x^3 - x^2 + x + 1 = 0 \\ &x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0 \\ &(x - 1)^3 = 0 \\ &\underline{x = 1} \end{aligned}$$

(4 枚中 4 枚)

受検番号

氏 名

平成26年度 編入学者選抜学力検査解答用紙

共通問題 (数学) [4]

5 3次関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$ について、次の問いに答えよ。

得 点

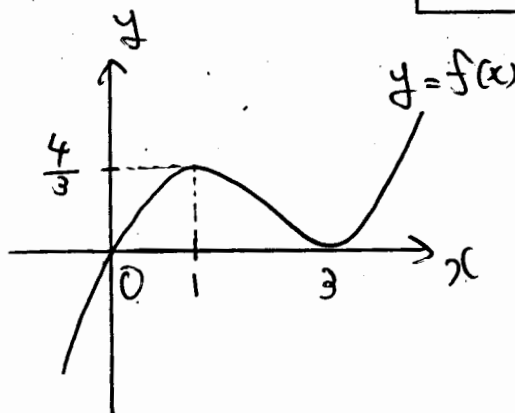
(1) 増減、極値を調べて、 $y = f(x)$ のグラフの概形を描け。

$$\begin{aligned} f'(x) &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x-1)(x-3) \end{aligned}$$

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{4}{3}$	$\searrow$	0	$\nearrow$

極大値 $\frac{4}{3}$ ($x=1$)

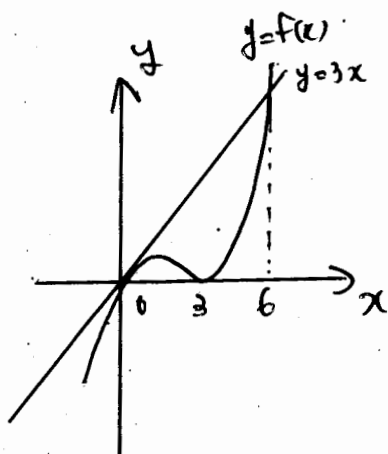
極小値 0 ($x=3$)



(2) 原点における $y = f(x)$ の接線の方程式を求めよ。

$$f'(1) = 0 \text{ より } y = 3x$$

(3) $y = f(x)$ と (2) で求めた接線とで囲まれる図形の面積を求めよ。



$$f(x) = 3x \text{ より}$$

$$\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 = 0$$

$$\frac{1}{3}x^2(x-6) = 0$$

$$x = 0, 6$$

$$\begin{aligned} & \int_0^6 \left\{ 3x - \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \right) \right\} dx \\ &= \int_0^6 \left(2x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right) dx \\ &= \left[\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{12}x^4 \right]_0^6 \\ &= 144 - 108 \\ &= 36 \end{aligned}$$