

熊本県立技術短期大学校

推薦入学(前期)試験問題

数学I(90分)

平成 28 年 9 月 25 日

【受験上の注意】

1. 「解答始め」の合図があるまでは問題用紙及び答案用紙を開かないこと。
2. 「解答始め」の合図があったら、まず問題用紙・答案用紙の枚数の過不足を確認すること。
3. 次に、所定の位置に受験番号を記入すること。
4. 印刷不明、トイレ等の場合は、静かに手を挙げて試験監督員に合図をし、指示を受けること。
5. 「解答やめ」の合図があったら、直ちに鉛筆を置き解答を止めること。
6. 受験中に机の上に置くことのできるものは、受験票、鉛筆、シャープペンシル、鉛筆削り、消しゴム、時計(時計機能だけのもの)及びメガネのみとする。
7. 計算機能を持つ機器及び音を発する機器の使用は禁止する。
8. 携帯電話等の電源を必ず切っておくこと。
9. 試験開始 30 分を経過しないと退出を認めない。

平成 29 年度 熊本県立技術短期大学校推薦 (前期) 入学選抜試験
数学問題 (90 分)

- [1] (1) a を定数とする。 $(x - y + 1)(ax + y - 2)$ を展開したとき, x の係数と y の係数が等しければ, $a =$ であり, xy の係数は である。
- (2) $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$ の整数部分を a , 小数部分を b とすると, $a =$, $b =$ である。
- (3) x は鋭角で, $\sin x = \frac{2}{3}$, $x + y = 90^\circ$ のとき, $\sin y =$, $\tan y =$ である。
- (4) 放物線 $y = (x - 3)(x + 1)$ の軸は, 直線 $x =$ であり, 頂点は点 である。
- (5) データ A とデータ B が次の表で与えられるとき, 範囲が小さい方はデータ であり, そのデータの平均値は である。

A	44	32	35	26	38
B	34	42	18	30	26

- [2] (1) A 社は 1000 枚までは 1 枚 3 円, それ以後は 1 枚 1 円で, B 社は 1000 枚までは定額の 2000 円, それ以後は 1 枚 2 円で, それぞれ印刷を請け負う。A 社の印刷代金が B 社の印刷代金以下なのは, 印刷枚数が 枚以下と, 枚以上のときである。
- (2) 放物線 $y = x^2 - 2ax + b$ が点 $(1, 1)$ を通り, x 軸と異なる 2 点で交わる時, 定数 a の範囲は $a <$, $a >$ である。
- (3) x は $-2 < x < 1$ をみたす実数とする。座標平面の 3 点 $(1, 0)$, $\left(x, \frac{x}{2} + 1\right)$, $\left(x, -\frac{x}{2} - 1\right)$ を頂点にもつ三角形の面積は, $x =$ のとき, 最大値 をとる。
- (4) $BC = 2$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 75^\circ$ の $\triangle ABC$ において, $AC =$, $AB =$ である。
- (5) 次のデータの平均値は 7 で標準偏差は 4 である。ただし $a < b$ とする。このとき $a =$, $b =$ である。

$$a, \quad b, \quad 7, \quad 9, \quad 13$$

- [3] 放物線 $y = x^2 + ax + b$ が 2 点 $(1, -1)$, $(2, k - 5)$ を通る。ただし $k > 0$ とする。
 このとき, 実数 a, b を k で表すと, $a = \boxed{\text{ナ}}$, $b = \boxed{\text{ニ}}$ である。放物線と x
 軸との交点を A, B とする。ただし, A の x 座標は B の x 座標より小さいとす
 る。線分 AB の長さが $\sqrt{40}$ であるとき, A, B の x 座標は $\boxed{\text{ヌ}}$, $\boxed{\text{ネ}}$ である。
- [4] 円 O に内接する四角形 $ABCD$ があり, $AB = 1$, $AD = 2$, $\angle A = 60^\circ$, そして
 $BC = 2CD$ とする。このとき, $BD = \boxed{\text{ノ}}$ であり, 円 O の直径は $\boxed{\text{ハ}}$ であ
 る。また, $BC = \boxed{\text{ヒ}}$ であり, 四角形 $ABCD$ の面積は $\boxed{\text{フ}}$ となる。

解答例

$$[1] (1) (x - y + 1)(ax + y - 2) = ax^2 + (1 - a)xy - y^2 + (a - 2)x + 3y - 2 \text{ より}$$

$$a - 2 = 3 \quad \text{ゆえに} \quad a = 5 \quad \text{このとき} \quad xy \text{ の係数は } -4$$

(答) ア. 5 イ. -4

$$(2) \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1 = 2 + (\sqrt{2} - 1)$$

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ より, } 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 \text{ であるから } a = 2, b = \sqrt{2} - 1$$

(答) ウ. 2 エ. $\sqrt{2} - 1$

$$(3) x \text{ は鋭角であるから, } \sin x = \frac{2}{3} \text{ より}$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$x + y = 90^\circ \text{ より}$$

$$\sin y = \cos x = \frac{\sqrt{5}}{3}, \quad \tan y = \frac{\sin y}{\cos y} = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(答) オ. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ カ. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

$$(4) y = (x - 3)(x + 1) = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4 \text{ より}$$

軸 $x = 1$, 頂点 $(1, -4)$

(答) キ. 1 ク. $(1, -4)$

$$(5) \text{ データ A の範囲は } 44 - 26 = 18, \text{ データ B の範囲は } 42 - 18 = 24$$

範囲が小さい方はデータ A であり, その平均値は

$$\frac{44 + 32 + 35 + 26 + 38}{5} = \frac{175}{5} = 35$$

(答) ケ. A コ. 35

[2] (1) 印刷枚数を x 枚とする .

(i) $x \leq 1000$ のとき , A 社の代金は $3x$ 円 , B 社の代金は 2000 円より

$$3x \leq 2000 \quad \text{ゆえに} \quad x \leq \frac{2000}{3}$$

$$\frac{2000}{3} = 666.6\cdots \quad \text{よって} \quad 666 \text{ 枚以下}$$

(ii) $x > 1000$ のとき , A 社の代金は $3000 + 1(x - 1000)$ 円 , B 社の代金は $2000 + 2(x - 1000)$ 円より

$$3000 + 1(x - 1000) \leq 2000 + 2(x - 1000)$$

これを解いて $x \geq 2000$ よって 2000 枚以上

(答) サ. 666 シ. 2000

(2) 放物線 $y = x^2 - 2ax + b$ が点 $(1, 1)$ を通るから

$$1 = 1 - 2a + b \quad \text{ゆえに} \quad b = 2a$$

$$\text{したがって} \quad y = x^2 - 2ax + 2a = (x - a)^2 - a^2 + 2a$$

これが x 軸と異なる 2 点で交わるから

$$-a^2 + 2a < 0 \quad \text{ゆえに} \quad a(a - 2) > 0$$

これを解いて $a < 0, a > 2$

(答) ス. 0 セ. 2

(3) A(1, 0) , B $\left(x, \frac{x}{2} + 1\right)$, C $\left(x, -\frac{x}{2} - 1\right)$ とおくと $(-2 < x < 1)$

$$BC = \left(\frac{x}{2} + 1\right) - \left(-\frac{x}{2} - 1\right) = 2 + x$$

A から BC に降ろした垂線の長さは $1 - x$

$\triangle ABC$ の面積を S とすると

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(2 + x)(1 - x) = -\frac{1}{2}(x^2 + x - 2) \\ &= -\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{8} \end{aligned}$$

よって , $x = -\frac{1}{2}$ のとき , 最大値 $\frac{9}{8}$ をとる .

(答) ソ. $-\frac{1}{2}$ タ. $\frac{9}{8}$

(4) $B = 60^\circ$, $C = 75^\circ$ より

$$A = 180^\circ - (B + C) = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$$

正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ により

$$\frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 60^\circ} \quad \text{ゆえに} \quad b = \sqrt{6}$$

第1余弦定理により

$$\begin{aligned} c &= a \cos B + b \cos A \\ &= 2 \cos 60^\circ + \sqrt{6} \cos 45^\circ = 1 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

よって $AB = 1 + \sqrt{3}$

(答) チ. $\sqrt{6}$ ツ. $1 + \sqrt{3}$

(5) データの平均値が7であるから

$$\frac{a + b + 7 + 9 + 13}{5} = 7 \quad \text{ゆえに} \quad a + b = 6 \quad \dots \textcircled{1}$$

このときデータの標準偏差が4であるから

$$\frac{1}{5}(a^2 + b^2 + 7^2 + 9^2 + 13^2) - 7^2 = 4^2 \quad \text{ゆえに} \quad a^2 + b^2 = 26 \quad \dots \textcircled{2}$$

$a < b$ に注意して, ①, ② を解くと $a = 1, b = 5$

(答) テ. 1 ト. 5

[3] 放物線 $y = x^2 + ax + b$ が 2 点 $(1, -1)$, $(2, k - 5)$ を通るから

$$-1 = 1 + a + b, \quad k - 5 = 4 + 2a + b$$

ゆえに $a + b = -2$, $2a + b = k - 9$

これを解いて $a = k - 7$, $b = -k + 5$

したがって , 放物線 $y = x^2 + (k - 7)x - k + 5$ の x 軸との交点の x 座標は

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(k - 7) \pm \sqrt{(k - 7)^2 - 4(-k + 5)}}{2} \\ &= \frac{-k + 7 \pm \sqrt{k^2 - 10k + 29}}{2} \end{aligned}$$

条件から $\sqrt{k^2 - 10k + 29} = \sqrt{40}$

したがって $k^2 - 10k - 11 = 0$ ゆえに $(k + 1)(k - 11) = 0$

$k > 0$ に注意してこれを解くと $k = 11$

よって , A , B の x 座標は

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{2} = -2 \pm \sqrt{10}$$

(答) ナ. $k - 7$ 二. $-k + 5$ 又. $-2 - \sqrt{10}$ ネ. $-2 + \sqrt{10}$

[4] $\triangle ABD$ に余弦定理を適用すると

$$BD^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cos 60^\circ = 3 \quad \text{ゆえに } BD = \sqrt{3}$$

円 O の直径 $2R$ は , 正弦定理により $2R = \frac{BD}{\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2$

$\angle C = 120^\circ$ であるから , $x = CD$ において , 余弦定理に適用すると

$$(\sqrt{3})^2 = x^2 + (2x)^2 - 2 \cdot x \cdot 2x \cos 120^\circ \quad \text{ゆえに } x^2 = \frac{3}{7}$$

したがって $BC = 2x = 2\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$

四角形 ABCD の面積は

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot x \cdot 2x \sin 120^\circ = (1 + x^2) \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{7} \sqrt{3}$$

(答) ノ. $\sqrt{3}$ ハ. 2 ヒ. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ フ. $\frac{5\sqrt{3}}{7}$