

熊本県立技術短期大学校

推薦入学(前期)試験問題

数学I(90分)

平成 27 年 9 月 20 日

【受験上の注意】

1. 「解答始め」の合図があるまでは問題用紙及び答案用紙を開かないこと。
2. 「解答始め」の合図があったら、まず問題用紙・答案用紙の枚数の過不足を確認すること。
3. 次に、所定の位置に受験番号を記入すること。
4. 印刷不明、トイレ等の場合は、静かに手を挙げて試験監督員に合図をし、指示を受けること。
5. 「解答やめ」の合図があったら、直ちに鉛筆を置き解答を止めること。
6. 受験中机の上に置くことのできるものは、受験票、筆記用具、鉛筆、シャープペンシル、鉛筆削り、消しゴム、時計(時計機能だけのもの)及びメガネのみとする。
7. 計算機能を持つ機器及び音を発する機器の使用は禁止する。
8. 携帯電話等の電源を必ず切っておくこと。
9. 試験開始 30 分を経過しないと退出を認めない。

平成 28 年度 熊本県立技術短期大学校推薦 (前期) 入学選抜試験
数学問題 (90 分)

- [1] (1) $(x+1)^2(x+3) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ ならば, 定数 a, b の値は $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ である。
- (2) $2\sqrt{48} - 3\sqrt{27} + \sqrt{72} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ とおく. ただし, a, b は整数とする。このとき $a = \boxed{\text{ウ}}$, $b = \boxed{\text{エ}}$ である。
- (3) $y = x^2 + x + 2$ の $-1 \leq x \leq 1$ における最大値は $\boxed{\text{オ}}$, 最小値は $\boxed{\text{カ}}$ である。
- (4) $\tan \theta = \frac{4}{3}$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) のとき, $\cos \theta = \boxed{\text{キ}}$, $\sin \theta = \boxed{\text{ク}}$ である。
- (5) 次のデータの平均値は $\boxed{\text{ケ}}$ であり, 標準偏差は $\boxed{\text{コ}}$ である。

4, 6, 7, 8, 10

- [2] (1) 現金 3000 円を持って, 1 個 180 円のリンゴと 1 個 140 円のミカンを合わせて 20 個買う。リンゴを出来るだけ多く買うとき, 買えるリンゴの個数は最大 $\boxed{\text{サ}}$ 個であり, このときミカンの個数は $\boxed{\text{シ}}$ 個である。
- (2) 放物線 $y = -x^2 + 2x - 3$ を x 軸方向に a , y 軸方向に b だけ平行移動すると放物線 $y = -x^2 - 4x - 5$ が得られた。このとき $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ である。
- (3) 2 次不等式 $ax^2 + bx - 1 < 0$ の解が, $-1 < x < 2$ であれば, $a = \boxed{\text{ソ}}$, $b = \boxed{\text{タ}}$ である。
- (4) $\frac{11}{6}$ を循環小数で表すと $\boxed{\text{チ}}$, 循環小数 $0.\dot{1}5$ を分数で表すと $\boxed{\text{ツ}}$ である。
- (5) 次のデータの中央値は $\boxed{\text{テ}}$ であり, 四分位範囲は $\boxed{\text{ト}}$ である。

8, 4, 6, 2, 10, 13

- [3] 2 次方程式 $x^2 - x - \frac{10}{9} = 0$ の解は $x = \boxed{\text{ナ}}$, $\boxed{\text{ニ}}$ である。関数 $f(x) = \left| x^2 - x - \frac{10}{9} \right|$ は $0 \leq x \leq 2$ において, $x = \boxed{\text{ヌ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ネ}}$ をとる。

- [4] 1 辺の長さが 6 の正四面体 OABC において, 辺 OA 上に $OP = 2$ をみたす点 P, 辺 OC 上に $OQ = 1$ をみたす点 Q をとる。このとき, $BP = \boxed{\text{ノ}}$, $BQ = \sqrt{31}$, $PQ = \boxed{\text{ハ}}$ である。したがって, $\sin \angle PBQ = \boxed{\text{ヒ}}$ であり, $\triangle BPQ$ の面積は $\boxed{\text{フ}}$ となる。

解答例

[1] (1) 左辺を整理すると

$$x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = x^3 + ax^2 + bx + 3$$

係数を比較して $a = 5, b = 7$

$$\begin{aligned} 2x^2 + y^2 + 3xy + x + 2y - 3 &= 2x^2 + (3y + 1)x + (y - 1)(y + 3) \\ &= \{x + (y - 1)\}\{2x + (y + 3)\} \\ &= (x + y - 1)(2x + y + 3) \end{aligned}$$

(答) ア. 5 イ. 7

(2) 左辺を整理すると $6\sqrt{2} - \sqrt{3} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3} \quad \cdots (*)$ したがって $a = 6, b = -1$ 解説 $b + 1 \neq 0$ とすると, $(*)$ より $\frac{6 - a}{b + 1} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ a, b は整数であるから, 左辺は有理数. 右辺は無理数であるから不適. $b + 1 = 0$, すなわち, $b = -1$ であるから, $(*)$ より $a = 6$

(答) ウ. 6 エ. -1

(3) $y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \quad (-1 \leq x \leq 1)$ であるから $x = 1$ のとき最大値 4, $x = -\frac{1}{2}$ のとき最小値 $\frac{7}{4}$ (答) オ. 4 カ. $\frac{7}{4}$ (4) $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ により

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \quad \text{ゆえに} \quad \cos^2 \theta = \frac{9}{25}$$

 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ より, $\cos \theta > 0$ であるから $\cos \theta = \frac{3}{5}$ また $\sin \theta = \cos \theta \tan \theta = \frac{3}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{5}$ (答) キ. $\frac{3}{5}$ ク. $\frac{4}{5}$

(5) 平均 $\bar{x}$ は $\bar{x} = \frac{4+6+7+8+10}{5} = 7$

標準偏差 s は

$$5s^2 = (4-7)^2 + (6-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2 + (10-7)^2 = 20$$

よって $s = 2$

(答) ケ. 7 コ. 2

[2] (1) リンゴを x 個買うとすると

$$180x + 140(20 - x) \leq 3000 \quad \text{これを解いて} \quad x \leq 5$$

リンゴの個数は最大 5 個, このときミカンの個数は 15 個.

(答) サ. 5 シ. 15

(2) $y = -x^2 + 2x - 3 = -(x-1)^2 - 2 \cdots \textcircled{1}$,

$$y = -x^2 - 4x - 5 = -(x+2)^2 - 1 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ の頂点は $(1, -2)$, $\textcircled{2}$ の頂点は $(-2, -1)$

したがって $a = -2 - 1 = -3$, $b = -1 - (-2) = 1$

(答) ス. -3 セ. 1

(3) $-1 < x < 2$ を解とする 2 次不等式は

$$(x+1)(x-2) < 0 \quad \text{ゆえに} \quad x^2 - x - 2 < 0$$

定数項に注意して $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - 1 < 0$ よって $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$

(答) ソ. $\frac{1}{2}$ タ. $-\frac{1}{2}$

(4) $\frac{11}{6} = 1.8333\cdots = 1.8\dot{3}$

$$x = 0.\dot{1}\dot{5} \text{ とおくと } 100x = 15.\dot{1}\dot{5}$$

$$\text{ゆえに } 100x - x = 15 \quad \text{よって} \quad x = \frac{5}{33}$$

(答) チ. $1.8\dot{3}$ ツ. $\frac{5}{33}$

(5) 6 個のデータを整理すると 2, 4, 6, 8, 10, 13

中央値は $\frac{6+8}{2} = 7$, 第 1 四分位数 4, 第 3 四分位数 10 より四分位範囲は $10 - 4 = 6$

(答) テ. 7 ト. 6

[3] $x^2 - x - \frac{10}{9} = 0$ を解いて $x = \frac{5}{3}, -\frac{2}{3}$

$$x^2 - x - \frac{10}{9} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{49}{36}$$

したがって, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{49}{36}$, $f(2) = \frac{8}{9}$

よって, $x = \frac{1}{2}$ のとき最大値 $\frac{49}{36}$

(答) ナ. 二. $\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}$ 又. $\frac{1}{2}$ ネ. $\frac{49}{36}$

[4] $\triangle OBP$ および $\triangle OPQ$ に余弦定理を適用すると

$$BP^2 = 6^2 + 2^2 - 2 \cdot 6 \cdot 2 \cos 60^\circ = 28 \quad \text{ゆえに} \quad BP = 2\sqrt{7}$$

$$PQ^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cos 60^\circ = 3 \quad \text{ゆえに} \quad PQ = \sqrt{3}$$

余弦定理を $\triangle BPQ$ に適用すると

$$\cos \angle PBQ = \frac{(2\sqrt{7})^2 + (\sqrt{31})^2 - (\sqrt{3})^2}{2 \cdot 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{31}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{31}}$$

ゆえに $\sin \angle PBQ = \sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{31}}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{31}}$

また $\triangle BPQ = \frac{1}{2} BP \cdot BQ \sin \angle PBQ = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{31} \cdot \sqrt{\frac{3}{31}} = \sqrt{21}$

(答) ノ. $2\sqrt{7}$ ハ. $\sqrt{3}$ ヒ. $\sqrt{\frac{3}{31}}$ フ. $\sqrt{21}$