

熊本県立技術短期大学校

推薦入学(後期)試験問題

数学I(90分)

平成 28 年 11 月 20 日

【受験上の注意】

1. 「解答始め」の合図があるまでは、問題用紙及び答案用紙を開かないこと。
2. 「解答始め」の合図があったら、まず問題用紙・答案用紙の枚数の過不足を確認すること。
3. 次に、所定の位置に受験番号を記入すること。
4. 印刷不明、トイレ等の場合は、静かに手を挙げて試験監督員に合図をし、指示を受けること。
5. 「解答やめ」の合図があったら、直ちに鉛筆を置き解答を止めること。
6. 受験中に机の上に置くことのできるものは、受験票、筆記用具、鉛筆、シャープペンシル、鉛筆削り、消しゴム、時計(時計機能だけのもの)及びメガネのみとする。
7. 計算機能を持つ機器及び音を発する機器の使用は禁止する。
8. 携帯電話等の電源を必ず切っておくこと。
9. 試験開始 30 分を経過しないと退出を認めない。

平成 29 年度 熊本県立技術短期大学校推薦 (後期) 入学選抜試験
数学問題 (90 分)

- [1] (1) $2x^2 - 2y^2 + 3xy + x + 7y - 3$ を因数分解すると, $\boxed{\text{ア}} \times \boxed{\text{イ}}$ である。
- (2) a を有理数とする。 $x = \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$, $y = a(2 + \sqrt{2})$ に対して, $x + y$ が有理数であれば, $a = \boxed{\text{ウ}}$ であり, $x^2 + y^2 = \boxed{\text{エ}}$ である。
- (3) 不等式 $3|x + 1| < x + 5$ を解くと, $\boxed{\text{オ}} < x < \boxed{\text{カ}}$ である。
- (4) $\triangle ABC$ において, $AB = 12$, $AC = 4$, $\angle A = 60^\circ$ とする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると, $AD = \boxed{\text{キ}}$ であり, $\triangle ABD$ の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。
- (5) $a < 3$ とする。次のデータの中央値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。中央値と平均値が等しいとき $a = \boxed{\text{コ}}$ である。

$a, 3, 7, 1, 4$

- [2] (1) 2 次不等式 $x^2 + 2ax + 3 - 2a > 0$ の解がすべての実数であるとき, 定数 a の値の範囲は $\boxed{\text{サ}} < a < \boxed{\text{シ}}$ である。
- (2) $a \neq 0$ とする。2 次関数 $y = x^2 - 2ax + b$ のグラフを, y 軸方向に -1 だけ平行移動したグラフは x 軸に接し, かつ, y 軸との交点の y 座標と頂点の x 座標は等しい。このとき, $a = \boxed{\text{ス}}$, $b = \boxed{\text{セ}}$ である。
- (3) 2 次関数 $y = -2x^2 + 4x + a$ の最大値と 2 次関数 $y = x^2 - 4x + 4a + 3$ の最小値が等しいとき, 実数 a の値は, $a = \boxed{\text{ソ}}$ であり, $y = -2x^2 + 4x + a$ の最大値は $\boxed{\text{タ}}$ である。
- (4) $0^\circ < \theta < 180^\circ$ とする。 $3 \tan \theta = 2 \cos \theta$ を満たす θ は, $\theta = \boxed{\text{チ}}$, $\boxed{\text{ツ}}$ である。
- (5) 次の表で与えられるデータ A とデータ B について, 分散が大きい方はデータ $\boxed{\text{テ}}$ であり, そのデータの四分位範囲は $\boxed{\text{ト}}$ である。

A	122	126	130	134	138
B	15	25	30	35	45

- [3] 実数 x に対して $f(x) = |x| - |x - 1| + |x - 3|$ とおく。 x の値の範囲で場合分けすると, $f(x)$ は絶対値記号を含まない 1 次式で表すことができる。例えば, $0 \leq x < 1$ のとき $f(x) = \boxed{\text{ナ}}$, $1 \leq x < 3$ のとき $f(x) = \boxed{\text{ニ}}$ である。実数全体を定義域とする関数 $y = f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{ヌ}}$ である。また, 方程式 $f(x) = \sqrt{5}$ は異なる $\boxed{\text{ネ}}$ 個の実数解をもつ。

[4] $\triangle ABC$ の外接円の半径を R , $BC = 4$ とする。 $\sin A$ を R を用いて表すと ,
 $\sin A = \boxed{\text{ノ}}$ である。 $\triangle ABC$ の 3 つの角の間に

$$3 \sin A = 4 \sin B = 6 \sin C$$

が成り立つとき , $\cos A = \boxed{\text{ハ}}$, $\sin A = \boxed{\text{ヒ}}$ であり , $R = \boxed{\text{フ}}$ である。

解答例

$$[1] (1) 2x^2 - 2y^2 + 3xy + x + 7y - 3 = (x + 2y - 1)(2x - y + 3)$$

$$(\text{答}) \text{ア. イ. } x + 2y - 1, 2x - y + 3$$

$$(2) x = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \text{ より}$$

$$x + y = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} + a(2 + \sqrt{2}) = (2a + 1) + \left(a - \frac{1}{2}\right) \sqrt{2}$$

$x + y$ が有理数であるから

$$a - \frac{1}{2} = 0 \quad \text{ゆえに} \quad a = \frac{1}{2}$$

$$\text{したがって} \quad x + y = 2, \quad xy = \frac{1}{2}$$

$$\text{よって} \quad x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

$$(\text{答}) \text{ウ. } \frac{1}{2} \quad \text{エ. } 3$$

$$(3) |3(x + 1)| < x + 5 \text{ より}$$

$$-(x + 5) < 3(x + 1) < x + 5 \quad \text{これを解いて} \quad -2 < x < 1$$

$$(\text{答}) \text{オ. } -2 \quad \text{カ. } 1$$

$$(4) x = AD \text{ とおくと, } \triangle ABD + \triangle ACD = \triangle ABC \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot x \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot x \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 4 \sin 60^\circ$$

$$3x + x = 12\sqrt{3}$$

$$x = 3\sqrt{3}$$

$$\text{よって} \quad \triangle ABD = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3\sqrt{3} \sin 30^\circ = 9\sqrt{3}$$

$$(\text{答}) \text{キ. } 3\sqrt{3} \quad \text{ク. } 9\sqrt{3}$$

$$(5) a < 3 \text{ より, 中央値は } 3$$

中央値と平均値が等しいから

$$3 = \frac{a + 3 + 7 + 1 + 4}{5} \quad \text{これを解いて} \quad a = 0$$

$$(\text{答}) \text{ケ. } 3 \quad \text{コ. } 0$$

[2] (1) 与えられた不等式から $(x + a)^2 - a^2 - 2a + 3 > 0$

この不等式の解がすべての実数であるから

$$-a^2 - 2a + 3 > 0 \quad \text{ゆえに} \quad (a + 3)(a - 1) < 0$$

これを解いて $-3 < a < 1$

(答) サ. -3 シ. 1

(2) 与えられた放物線は $y = (x - a)^2 - a^2 + b$

これを y 軸方向に -1 だけ平行移動すると

$$y = (x - a)^2 - a^2 + b - 1 \quad \cdots (*)$$

(*) の頂点 $(a, -a^2 + b - 1)$ は, x 軸上にあるから

$$-a^2 + b - 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(*) に $x = 0$ を代入すると $y = b - 1$

これが, (*) の頂点の x 座標に等しいから

$$b - 1 = a \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ② から, $a \neq 0$ に注意してこれを解くと

$$a = 1, \quad b = 2$$

(答) ス. 1 セ. 2

(3) $y = -2x^2 + 4x + a = -2(x - 1)^2 + a + 2$ の最大値は $a + 2$

$y = x^2 - 4x + 4a + 3 = (x - 2)^2 + 4a - 1$ の最小値は $4a - 1$

条件から $a + 2 = 4a - 1$ これを解いて $a = 1$

よって, $y = -2x^2 + 4x + a$ の最大値は 3

(答) ソ. 1 タ. 3

(4) $3 \tan \theta = 2 \cos \theta$ より $\frac{3 \sin \theta}{\cos \theta} = 2 \cos \theta$ ゆえに $3 \sin \theta = 2 \cos^2 \theta$

したがって $3 \sin \theta = 2(1 - \sin^2 \theta)$

$$(\sin \theta + 2)(2 \sin \theta - 1) = 0$$

$0^\circ < \theta < 180^\circ$ より, $0 < \sin \theta \leq 1$ であるから

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \quad \text{すなわち} \quad \theta = 30^\circ, 150^\circ$$

(答) チ. ツ. $30^\circ, 150^\circ$

(5) データ A の平均は 130 , データ B の平均は 30 であるから

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{5} \{ (122 - 130)^2 + (126 - 130)^2 + (130 - 130)^2 + (134 - 130)^2 + (138 - 130)^2 \} = 32$$

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{5} \{ (15 - 30)^2 + (25 - 30)^2 + (30 - 30)^2 + (35 - 30)^2 + (45 - 30)^2 \} = 100$$

分散が大きい方は , データ B , その四分位範囲は $35 - 25 = 10$

(答) テ. B ト. 10

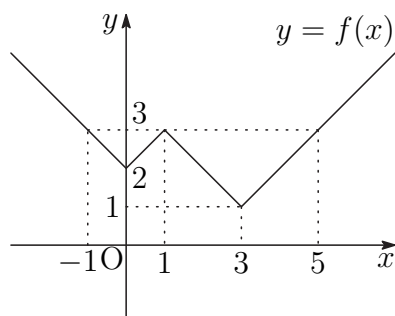
[3] $f(x) = |x| - |x - 1| + |x - 3|$

$x < 0$ のとき $f(x) = -x - (-x + 1) + (-x + 3) = -x + 2$

$0 \leq x < 1$ のとき $f(x) = x - (-x + 1) + (-x + 3) = x + 2$

$1 \leq x < 3$ のとき $f(x) = x - (x - 1) + (-x + 3) = -x + 4$

$3 \leq x$ のとき $f(x) = x - (x - 1) + (x - 3) = x - 2$



上のグラフから , 求める最小値は 1 .

方程式 $f(x) = \sqrt{5}$ の解の個数は , $y = f(x)$ と $y = \sqrt{5}$ の交点の個数であるから , 上のグラフから , 求める個数は 4 個 .

(答) ナ. $x + 2$ 二. $-x + 4$ 又. 1 ネ. 4

[4] 正弦定理により $\frac{4}{\sin A} = 2R$ ゆえに $\sin A = \frac{2}{R}$

$3 \sin A = 4 \sin B = 6 \sin C$ より $\frac{\sin A}{4} = \frac{\sin B}{3} = \frac{\sin C}{2}$

したがって、正弦定理により

$$a = 4k, \quad b = 3k, \quad c = 2k \quad (k \text{ は定数})$$

とおくと

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(3k)^2 + (2k)^2 - (4k)^2}{2 \cdot 3k \cdot 2k} = -\frac{1}{4}$$

したがって $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$$R = \frac{2}{\sin A} = 2 \times \frac{4}{\sqrt{15}} = \frac{8}{\sqrt{15}}$$

(答) ノ. $\frac{2}{R}$ ハ. $-\frac{1}{4}$ ヒ. $\frac{\sqrt{15}}{4}$ フ. $\frac{8}{\sqrt{15}}$