

熊本県立技術短期大学校

推薦入学(後期)試験問題

数学I(90分)

平成 27 年 11 月 22 日

【受験上の注意】

1. 「解答始め」の合図があるまでは問題用紙及び答案用紙を開かないこと。
2. 「解答始め」の合図があったら、まず問題用紙・答案用紙の枚数の過不足を確認すること。
3. 次に、所定の位置に受験番号を記入すること。
4. 印刷不明、トイレ等の場合は、静かに手を挙げて試験監督員に合図をし、指示を受けること。
5. 「解答やめ」の合図があったら、直ちに鉛筆を置き解答を止めること。
6. 受験中机の上に置くことのできるものは、受験票、筆記用具、鉛筆、シャープペンシル、鉛筆削り、消しゴム、時計(時計機能だけのもの)及びメガネのみとする。
7. 計算機能を持つ機器及び音を発する機器の使用は禁止する。
8. 携帯電話等の電源を必ず切っておくこと。
9. 試験開始 30 分を経過しないと退出を認めない。

平成 28 年度 熊本県立技術短期大学校推薦 (後期) 入学選抜試験
数学問題 (90 分)

- [1] (1) $(ax + y - 2)(2y - x - 1) = -2x^2 + bxy + 2y^2 - 5y + 2$ ならば $a = \boxed{\text{ア}}$,
 $b = \boxed{\text{イ}}$ である。
- (2) $a = \frac{1}{\sqrt{13} + 2\sqrt{3}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{13} - 2\sqrt{3}}$ のとき, $a + b = \boxed{\text{ウ}}$ であり, $a + b$ の
整数部分は $\boxed{\text{エ}}$ である。
- (3) 2 次関数 $y = x^2 + ax + b$ は $x = 2$ のとき最小値 1 をとる。このとき $a = \boxed{\text{オ}}$,
 $b = \boxed{\text{カ}}$ である。
- (4) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。 $\tan \theta = 2$ のとき, $\cos \theta = \boxed{\text{キ}}$, $\sin \theta = \boxed{\text{ク}}$ で
ある。
- (5) 5 個の数値からなるデータ 2, -1, a , 5, 3 の平均値は 2 である。このとき,
 $a = \boxed{\text{ケ}}$ であり, 標準偏差は $\boxed{\text{コ}}$ である。
- [2] (1) 1 本 100 円の鉛筆を店 A では 10% 引き, 店 B では 10 本までは定価で 11 本
目からは 16% 引きで売っている。A で 20 本買うとき支払う金額は, B で
20 本買うとき支払う金額より $\boxed{\text{サ}}$ 円少ない。また B で買うとき支払う金
額が, A で買うとき支払う金額より少なくなるのは, 鉛筆を $\boxed{\text{シ}}$ 本以上買
うときである。
- (2) x 軸に接している放物線 $y = x^2 - 2ax + b$ のグラフを x 軸方向に 1 だけ平
行移動させると, グラフと y 軸との交点の y 座標が移動する前より 5 小さ
くなった。このとき, $a = \boxed{\text{ス}}$, $b = \boxed{\text{セ}}$ である。
- (3) 不定式 $x + 2 < x^2 < 5x - 4$ の解は $\boxed{\text{ソ}} < x < \boxed{\text{タ}}$ である。
- (4) $\triangle ABC$ において, $AB = 3$, $BC = 5$, $AC = 7$ のとき, $\angle B = \boxed{\text{チ}}^\circ$ であ
り, $\triangle ABC$ の面積は $\boxed{\text{ツ}}$ である。
- (5) 5 個の数値からなるデータ -3, -1, 1, 4, a の中央値は 1 である。このとき
 $a \geq \boxed{\text{テ}}$ であり, さらに範囲が 8 であれば $a = \boxed{\text{ト}}$ である。
- [3] 不等式 $|2x - 4| \leq x + 1$ を解くと $\boxed{\text{ナ}} \leq x \leq \boxed{\text{ニ}}$ である。この範囲を定義
域とする関数 $y = -2x^2 + 8x - 1$ は $x = \boxed{\text{ヌ}}$ のとき, 最小値 $\boxed{\text{ネ}}$ をとる。
- [4] $\triangle ABC$ において, $AC = 2$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 30^\circ$ とする。辺 BC 上に, B , C と
は異なる点 P をとる。 $\triangle ABP$ と $\triangle APC$ の外接円の半径をそれぞれ r と R とす
ると, $\frac{r}{R} = \boxed{\text{ノ}}$ である。 $r + R$ の最小値は $\boxed{\text{ハ}}$ であり, このとき $BP = \boxed{\text{ヒ}}$,
 $PC = \boxed{\text{フ}}$ である。

解答例

[1] (1) 左辺を整理すると

$$-ax^2 + (2a-1)xy + 2y^2 + (-a+2)x - 5y + 2 = -2x^2 + bxy + 2y^2 - 5y + 2$$

係数を比較して $-a = -2, \quad 2a-1 = b, \quad -a+2 = 0$ これを解いて $a = 2, b = 3$

(答) ア. 2 イ. 3

(2) $a = \sqrt{13} - 2\sqrt{3}, b = \sqrt{13} + 2\sqrt{3}$ であるから

$$a+b = 2\sqrt{13} = \sqrt{52}, \quad 7 < \sqrt{52} < 8$$

よって, $a+b$ の整数部分は 7(答) ウ. $2\sqrt{13}$ エ. 7(3) 条件から, 与えられた 2 次関数は, x^2 の係数に注意して

$$y = (x-2)^2 + 1 \quad \text{すなわち} \quad y = x^2 - 4x + 5$$

よって $a = -4, b = 5$

(答) オ. -4 カ. 5

(4) $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ により

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + 2^2 = 5 \quad \text{ゆえに} \quad \cos^2 \theta = \frac{1}{5}$$

 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ より, $\cos \theta > 0$ であるから $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\text{また} \quad \sin \theta = \cos \theta \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{5}} \times 2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

(答) キ. $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ク. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (5) 条件から $\frac{2+(-1)+a+5+3}{5} = 2$ これを解いて $a = 1$ したがって, 標準偏差 s は

$$s^2 = \frac{1}{5}\{2^2 + (-1)^2 + 1^2 + 5^2 + 3^2\} - 2^2 = 4 \quad \text{よって} \quad s = 2$$

(答) ケ. 1 コ. 2

- [2] (1) 店 A で鉛筆を 20 本買った金額は $100 \times 0.9 \times 20 = 1800$ 円
 店 B で鉛筆を 20 本買った金額は $100 \times 10 + 100 \times 0.84 \times 10 = 1840$ 円
 このとき, 店 A で支払う金額は店 B で支払う金額より 40 円少ない.
 また B で買うとき支払う金額が, A で買うとき支払う金額より少なくなる
 鉛筆の本数を x とすると

$$100 \times 10 + 100 \times 0.86 \times (x - 10) < 100 \times 0.9 \times x$$

これを解いて $x > 35$ よって 36 本以上

(答) サ. 40 シ. 36

(2) $y = x^2 - 2ax + b = (x - a)^2 + b - a^2$

これが, x 軸に接しているから $b - a^2 = 0$ すなわち $b = a^2 \dots (*)$

したがって, もとの放物線は $y = (x - a)^2 \dots \textcircled{1}$

これを x 軸方向に 1 だけ平行移動した放物線の方程式は

$$y = (x - a - 1)^2 \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ の y 軸との交点の y 座標は, それぞれ a^2 , $(a + 1)^2$

条件から $a^2 - (a + 1)^2 = 5$ これを解いて $a = -3$ $(*)$ より $b = 9$

(答) ス. -3 セ. 9

(3) $x + 2 < x^2 < 5x - 4$

$x + 2 < x^2$ これを解いて $x < -1, 2 < x \dots \textcircled{1}$

$x^2 < 5x - 4$ これを解いて $1 < x < 4 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ の共通範囲を求めて $2 < x < 4$

(答) ソ. 2 タ. 4

(4) $a = 5$, $b = 7$, $c = 3$ であるから, 余弦定理により

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{1}{2} \quad \text{ゆえに} \quad B = 120^\circ$$

したがって, $\triangle ABC$ の面積は

$$\frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{4}\sqrt{3}$$

(答) チ. 120 ツ. $\frac{15}{4}\sqrt{3}$

(5) 中央値が 1 であるとき $a \geq 1$

さらに範囲が 8 であるとき $a - (-3) = 8$ よって $a = 5$

(答) テ. 1 ト. 5

[3] $|2x - 4| \leq x + 1$ より $-(x + 1) \leq 2x - 4 \leq x + 1$

これを解いて $1 \leq x \leq 5$

$$y = -2x^2 + 8x - 1 = -2(x - 2)^2 + 7 \quad (1 \leq x \leq 5)$$

$x = 5$ のとき , 最小値 -11 をとる .

(答) ナ. 1 二. 5 又. 5 ネ. -11

[4] $\triangle ABC$ に正弦定理を適用すると

$$\frac{2}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 30^\circ} \quad \text{ゆえに} \quad AB = \sqrt{2}$$

$\theta = \angle APB$ とし , 正弦定理を $\triangle ABP$ および $\triangle APC$ に適用すると

$$2r = \frac{\sqrt{2}}{\sin \theta}, \quad 2R = \frac{2}{\sin(180^\circ - \theta)} = \frac{2}{\sin \theta}$$

上の 2 式から $\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad r + R = \frac{\sqrt{2} + 2}{2 \sin \theta}$

また , $r + R$ は , $\theta = 90^\circ$ のとき最小値 $\frac{\sqrt{2} + 2}{2}$ をとる .

このとき , $BP = 1, PC = \sqrt{3}$

(答) ノ. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ハ. $\frac{\sqrt{2} + 2}{2}$ ヒ. 1 フ. $\sqrt{3}$