

平成26年度 編入学者選抜学力検査問題

数 学

(1枚目/3枚中)

志 望 学 科	受験番号	氏 名
工学科		

1枚目得点	総得点

問題1. 次の方程式を解け. (各4点)

(1) $x^2 - 2x + 5 = 0$

解) $x = 1 \pm 2i //$

(2) $x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$

解) $P(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = 0$

$P(1) = 1 - 5 + 8 - 4 = 0$

よって $P(x)$ は $x-1$ で割り切れる

従って $P(x) = (x-1)(x^2 - 4x + 4)$

$\Leftrightarrow P(x) = (x-1)(x-2)^2$

$P(x) = 0$ の解は

$x = 1, 2 //$

(3) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

解) $(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

$(2^x - 4)(2^x + 1) = 0$

$\therefore 2^x = 4, 1$

$2^x > 0$ より $2^x = 4$

$\therefore x = 2 //$

(4) $2\cos\theta + \sqrt{3} = 0$ ($0 \leq \theta < 2\pi$)

解) $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$0 \leq \theta < 2\pi$ より

$\theta = \frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi //$

問題2. $\tan 105^\circ$ の値を求めよ. (4点)

解) 加法定理より

$$\begin{aligned} \tan 105^\circ &= \tan(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \frac{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 60^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} \\ &= -\frac{2 + \sqrt{3}}{2} = -\frac{2 + \sqrt{3}}{2} // \end{aligned}$$

問題3. 次の不等式, 連立不等式を解け. (各4点)

(1) $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 & \dots \textcircled{1} \\ 0.1x - 0.2 > 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$

解) $\textcircled{1}$ の解は $(x-1)(x-3) \leq 0$ より $1 \leq x \leq 3$ $\dots \textcircled{1}'$

(2) $\left(\frac{1}{9}\right)^x > \frac{1}{27}$

解) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} > \left(\frac{1}{3}\right)^3$ より $2x < 3$ $\therefore x < \frac{3}{2} //$

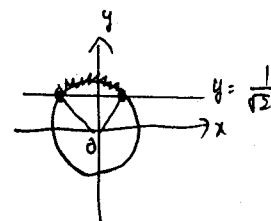
(3) $\log_2 x < \log_2(4-x)$

解) 真数条件より $x > 0$ かつ $4-x > 0$ $\therefore 0 < x < 4$ $\dots \textcircled{1}$

(4) $\sin\theta \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ($0 \leq \theta < 2\pi$)

解) 右図より

$\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3}{4}\pi //$



志 望 学 科	受験番号	氏 名
工学科		

2枚目得点

問題4. 5, 7 でない実数 x に対して, 次の等式が成り立つ. 定数 a, b の値を求めよ. (4点)

$$\frac{x-1}{(x-5)(x-7)} = \frac{a}{x-5} + \frac{b}{x-7}$$

解) 両辺 $(x-5)(x-7)$ をかけると

$$x-1 = a(x-7) + b(x-5)$$

$$\Leftrightarrow x-1 = (a+b)x + (-7a-5b)$$

∴ x の係数, 定数項を比較すると

$$\begin{cases} 1 = a+b \\ -1 = -7a-5b \end{cases}$$

$$\therefore a = -2, b = 3 //$$

問題5. 次の計算をせよ. ただし, i は虚数単位とする. (各4点)

(1) $\frac{1}{3+i} + \frac{1}{3-i}$

解) $\frac{1 \cdot (3-i)}{(3+i)(3-i)} + \frac{3+i}{(3-i)(3+i)}$
 $= \frac{3-i}{10} + \frac{3+i}{10}$
 $= \frac{6}{10} = \frac{3}{5} //$

(2) $(1-2i)^3$

解) $1 - 6i + 12i^2 - 8i^3$
 $= 1 - 6i - 12 + 8i$
 $= -11 + 2i //$

問題6. 次の式を簡単にせよ. (各4点)

(1) $(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}})$

解) $(a^{\frac{1}{3}})^3 + (b^{\frac{1}{3}})^3$
 $= a + b //$

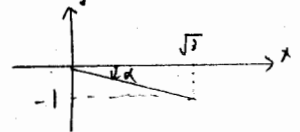
(2) $\log_3 \sqrt{15} - \frac{1}{2} \log_3 5 - 3 \log_3 \sqrt[3]{3}$

解) $\log_3 \frac{\sqrt{15} \sqrt{3}}{\sqrt{5} \times 3}$
 $= -\frac{1}{2} //$

問題7. $\sqrt{3} \sin \theta - \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形せよ. ただし, $r > 0, -\pi < \alpha \leq \pi$ とする. (4点)

解) 三角関数の合成より

$$2 \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$$



問題8. 3点 $(1, 5), (2, -2), (-2, -4)$ を通る円の方程式を求めよ. また, 円の中心と半径を求めよ. (7点)

解) 求める円の方程式を $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく.

∴ 3点 $(1, 5), (2, -2), (-2, -4)$ を代入すると

$$\begin{cases} 1 + 5l + n = -26 \\ 4 - 2l - 4m + n = -8 \\ 4 - 2l - 4m + n = -20 \end{cases}$$

これを解くと

$$l = 4, m = -2, n = -20$$

∴ 求める円の方程式は

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0 //$$

∴ 中心と半径を求めると

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$$

∴ 中心 $(-2, 1)$, 半径 5 //

問題9. 円 $x^2 + y^2 = 10$ の接線のうち, 点 $(2, -4)$ を通るものを求めよ. (7点)

解) 接点を点 (x_1, y_1) とするとこの点上の接線方程式は

$$x_1 x + y_1 y = 10$$

∴ 点 $(2, -4)$ を通るので

$$2x_1 - 4y_1 = 10$$

$$\Leftrightarrow x_1 - 2y_1 = 5$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 2y_1 + 5 \quad \cdots \textcircled{1}$$

また, 点 (x_1, y_1) は円 $x^2 + y^2 = 10$ 上の点なので,

$$x_1^2 + y_1^2 = 10$$

∴ ①を代入すると

$$(2y_1 + 5)^2 + y_1^2 = 10$$

$$5y_1^2 + 20y_1 + 25 = 10$$

$$y_1^2 + 4y_1 + 3 = 0$$

$$(y_1 + 1)(y_1 + 3) = 0$$

$$y_1 = -1, -3$$

$$y_1 = -1 \text{ のとき } x_1 = 3$$

$$y_1 = -3 \text{ のとき } x_1 = -1$$

∴ 接線方程式は

$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ -x - 3y = 10 \end{cases} //$$

志 望 学 科	受験番号	氏 名
工学科		

3枚目得点

問題10. 関数 $y = x^4 - 2x^3 + 1$ のグラフ上の点 $(-1, 4)$ における接線の方程式を求めよ。(5点)

解) $y' = 4x^3 - 6x^2$

$y'(-1) = -4 - 6 = -10$

よって点 $(-1, 4)$ を通り、傾き -10 の直線の方程式は

$y - 4 = -10(x + 1)$

$y = -10x - 6$

問題11. 関数 $x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ の増減を調べ、極値を求めよ。また、そのグラフをかけ。(8点)

解) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ とおく。

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

$f'(x) = 0$ を解く

$3x^2 - 12x + 9 = 0$

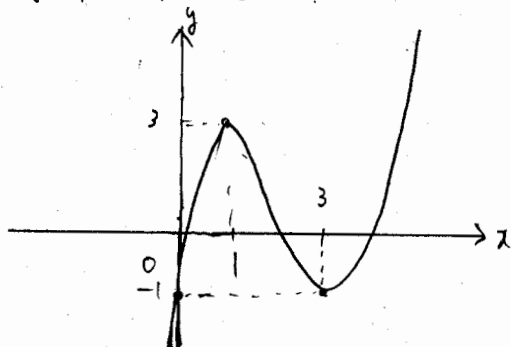
$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0$

$f(x)$ の増減 $\therefore x = 1, 3$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$ <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td>	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$ <td>$\nearrow$</td> <td>7</td> <td>$\searrow$</td> <td>-1</td> <td>$\nearrow$</td>	$\nearrow$	7	$\searrow$	-1	$\nearrow$

よって $y = f(x)$ のグラフをかく。



問題12. 定積分 $\int_0^1 (3x-1)^2 dx$ の値を求めよ。(5点)

解)

$$\begin{aligned} & \int_0^1 (3x-1)^2 dx \\ &= \left[\frac{1}{9} (3x-1)^3 \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{9} (8+1) = 1 \end{aligned}$$

問題13. 2つの放物線 $y = 2x^2 + 2x - 5$, $y = -x^2 + 8x + 4$ によって囲まれた部分の面積 S を求めよ。(8点)

解) 2つの放物線の交点を求める。

$-x^2 + 8x + 4 = 2x^2 + 2x - 5$

$-3x^2 + 6x + 9 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x+1)(x-3) = 0$

$x = -1, 3$

よって

$S = \int_{-1}^3 \{ (-x^2 + 8x + 4) - (2x^2 + 2x - 5) \} dx$

$= \int_{-1}^3 -3(x+1)(x-3) dx$

$= -\frac{3}{6} (3+1)^3$

$= -\frac{1}{2} \times 4^3$

$\therefore S = 32$