

平成10年度 久留米工業高等専門学校(編入学試験)
数 学 (90 分)

1. 次の問いに答えよ. [40 点]

- (1) 不等式 $\log_{10} x^2 > (\log_{10} x)^2$ を解け.
- (2) $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt[5]{5}$ について, 大小関係を調べよ.
- (3) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき, $\sin \theta + \cos(2\theta) > 1$ を満たす θ の値の範囲を求めよ.
- (4) 曲線 $y = x^3 - 4x$ 上の点 $(1, -3)$ における接線および法線の方程式を求めよ.

2. 周の長さが $2a$ ($a > 0$) の長方形 $ABCD$ を, 辺 AB のまわりに回転して直円柱をつくるとき, この直円柱の体積の最大値を求めよ. また, そのときの 2 辺 AB と BC の長さの比 $AB : BC$ を求めよ. [15 点]

3. xy 平面上を時刻 t ($0 \leq t \leq 2\pi$) における座標が, $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ を満たすように運動する点がある. 次の問いに答えよ. [20 点]

- (1) 速度ベクトル $\vec{v} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$ の大きさを求めよ.
- (2) $\vec{v}$ が直線 $y = x$ と平行となる時刻を求めよ.

4. 次の積分を計算せよ. [20 点]

(1) $\int x^2 \cos x \, dx$

(2) $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

5. 楕円 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ を, x 軸および y 軸のまわりに回転してできる体積を, それぞれ V_1 および V_2 とするとき, これらの比 $V_1 : V_2$ を求めよ. [15 点]

6. A と B のかごに合計 100 個の玉を投げ入れて得点を競うゲームがある. A に入れた玉の数を x 個, B に入れた玉の数を y 個とすると, 得点 s は $s = x \times (\sqrt{e})^y$ で与えられるとする. 玉は A か B のどちらかのかごに必ず入れるとすると, 最高点を得るためには A , B のかごに何個ずつ入れたらよいか. [20 点]

7. 次の問いに答えよ. [20 点]

- (1) a , b を正の定数として, $x = a \cos \theta$, $y = b \sin \theta$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) のとき x , y の関係式を求め, 曲線の名称をいい, グラフの概形をかけ.
- (2) $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ のとき, $z = 4x^2 + 4xy - y^2$ の最大値と最小値を求めよ.

【答】 平成10年度

1. (1) $1 < x < 100$

(2) $\sqrt[5]{5} < \sqrt[4]{4} < \sqrt[3]{3}$

(3) $0 < \theta < \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi < \theta < \pi$

(4) 接線 $y = -x - 2$,
法線 $y = x - 4$

2. 最大値 $\frac{4\pi}{27}a^3$, $AB : BC = 1 : 2$

3.

(1) $t = \pi$ のとき最大値 2

(2) $t = \frac{\pi}{2}$

4.

(1) $x^2 \sin x + 2x \cos x - 2 \sin x + C$ (C は積分定数)

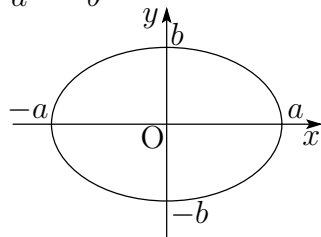
(2) $\frac{\pi}{6}$

5. $V_1 : V_2 = b : a$

6. A に 2 個, B に 98 個

7.

(1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 楕円



(2) 最大値 $4\sqrt{2}$, 最小値 $-4\sqrt{2}$