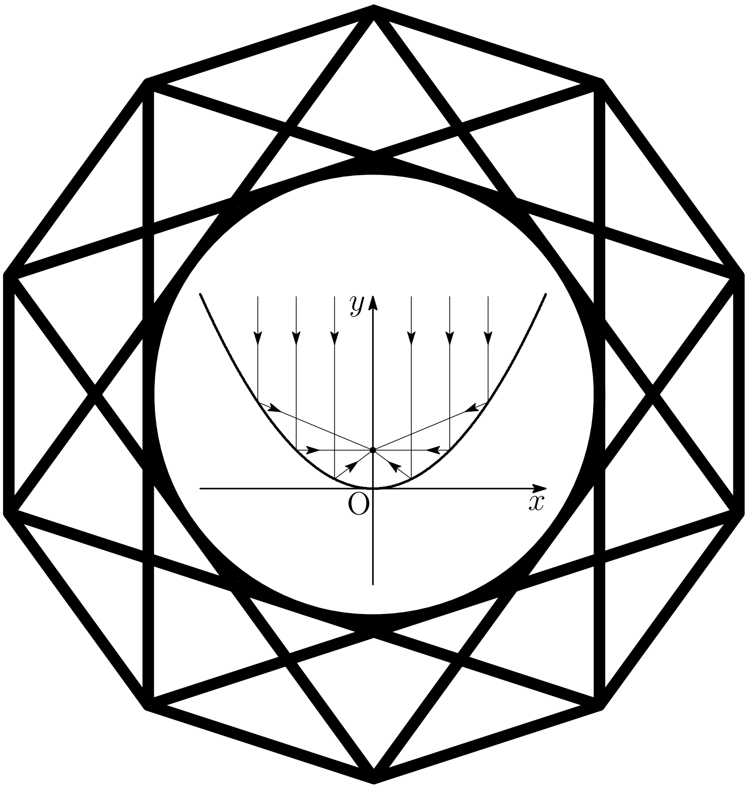
高校生の

就職への数学 I

[解 答 編]



Typed by $\LaTeX\,2_\varepsilon$

目 次

1.1

(1) $$\begin{aligned} 3x^2 - x + 3 + x^2 + 2x &= (3+1)x^2 + (-1+2)x + 3 \\ &= 4x^2 + x + 3 \end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned} -3a^2 + 2a + 1 + 3a^2 + 4a - 2 &= (-3+3)a^2 + (2+4)a + (1-2) \\ &= 6a - 1 \end{aligned}$$

(3) $$\begin{aligned} 3x^2 + 3x - 2 + 2x^2 - 5x + 3 &= (3+2)x^2 + (3-5)x + (-2+3) \\ &= 5x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned} a^2 + ab - 4b^2 - 3a^2 + 2ab + 4b^2 &= (1-3)a^2 + (1+2)ab + (-4+4)b^2 \\ &= -2a^2 + 3ab \end{aligned}$$

1.2

(1) $3ax - 2a^2 - x - 5a = (3a-1)x - 2a^2 - 5a$

(2) $x^2 + 3xy - y^2 + 2x + 4y - 1 = x^2 + (3y+2)x - y^2 + 4y - 1$

(3) $ax^2 + 3ax + 3a^2 - 2x^2 + 4x = (a-2)x^2 + (3a+4)x + 3a^2$

(4) $3x^2y + 4xy + y^2 - x^2 - 5x + 2y = (3y-1)x^2 + (4y-5)x + y^2 + 2y$

1.3

(1) $$\begin{aligned} A + B &= (4x^2 + 3x - 1) + (x^2 - x - 2) \\ &= 4x^2 + 3x - 1 + x^2 - x - 2 \\ &= 5x^2 + 2x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A - B &= (4x^2 + 3x - 1) - (x^2 - x - 2) \\ &= 4x^2 + 3x - 1 - x^2 + x + 2 \\ &= 3x^2 + 4x + 1 \end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned} A + B &= (6a^2 - 7a + 5) + (-2a^2 + 4a - 3) \\ &= 6a^2 - 7a + 5 - 2a^2 + 4a - 3 \\ &= 4a^2 - 3a + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A - B &= (6a^2 - 7a + 5) - (-2a^2 + 4a - 3) \\ &= 6a^2 - 7a + 5 + 2a^2 - 4a + 3 \\ &= 8a^2 - 11a + 8 \end{aligned}$$

(3) $\begin{aligned} A+B &= (3y^3-y^2+8)+(5y^3+2y^2-6y-10) \\ &= 3y^3-y^2+8+5y^3+2y^2-6y-10 \\ &= 8y^3+y^2-6y-2 \end{aligned}$

$\begin{aligned} A-B &= (3y^3-y^2+8)-(5y^3+2y^2-6y-10) \\ &= 3y^3-y^2+8-5y^3-2y^2+6y+10 \\ &= -2y^3-3y^2+6y+18 \end{aligned}$

1.4

(1) $\begin{aligned} (3x^2-5x+2)+(x^2+3x-4) &= 3x^2-5x+2+x^2+3x-4 \\ &= 4x^2-2x-2 \end{aligned}$

(2) $\begin{aligned} (4x^2-6x+3)+(2x^2-4+4x) &= 4x^2-6x+3+2x^2-4+4x \\ &= 6x^2-2x-1 \end{aligned}$

(3) $\begin{aligned} (5x+7y-4)-(5x-7y+2) &= 5x+7y-4-5x+7y-2 \\ &= 14y-6 \end{aligned}$

(4) $\begin{aligned} (ax-3by+cz)-(2cz-4by-2ax) &= ax-3by+cz-2cz+4by+2ax \\ &= 3ax+by-cz \end{aligned}$

1.5

(1) $x \times x^3 \times x^5 = x^{1+3+5} = x^9$

(2) $\begin{aligned} (-2a^2b)^2 \times (-3a^2b^3) &= (-2)^2 \times (a^2)^2 \times b^2 \times (-3a^2b^3) \\ &= 4 \times a^4 \times b^2 \times (-3a^2b^3) \\ &= \{4 \times (-3)\} \times a^{4+2} \times b^{2+3} = -12a^6b^5 \end{aligned}$

(3) $\begin{aligned} 2a^2b \times (-ab^2)^3 &= 2a^2b \times (-1)^3 \times a^3 \times (b^2)^3 \\ &= 2a^2b \times (-1) \times a^3 \times b^6 \\ &= \{2 \times (-1)\} \times a^{2+3} \times b^{1+6} = -2a^5b^7 \end{aligned}$

(4) $\begin{aligned} (a^2b)^3 \times (ab^2)^2 &= (a^2)^3 \times b^3 \times a^2 \times (b^2)^2 \\ &= a^6 \times b^3 \times a^2 \times b^4 \\ &= a^{6+2} \times b^{3+4} = a^8b^7 \end{aligned}$

(5) $(2x)^3 \times (-3x^2y)^2 = 8x^3 \times 9x^4y^2 = 72x^7y^2$

(6) $(-x^2)^2(-x^3y)^3(x^2y^3) = x^4 \times (-x^9y^3) \times x^2y^3 = -x^{15}y^6$

(7) $(-a^2) \times (-a^3)^2 \times (-a)^4 = -a^2 \times a^6 \times a^4 = -a^{12}$

1.6

(1) $\quad x(2x-5)-(x^2+2x-1)$
$$\begin{aligned}&=2x^2-5x-x^2-2x+1\\&=x^2-7x+1\end{aligned}$$

(2) $\quad -2a(ab-c-abc)-(-a^2b+2ac+a^2bc)$
$$\begin{aligned}&=-2a^2b+2ac+2a^2bc+a^2b-2ac-a^2bc\\&=-a^2b+a^2bc\end{aligned}$$

(3) $\quad 6(x+2)-\{x(3+8x)-2(4x^2-1)-3\}-18$
$$\begin{aligned}&=6x+12-(3x+8x^2-8x^2+2-3)-18\\&=6x+12-(3x-1)-18\\&=3x-5\end{aligned}$$

1.7

(1) $\quad (3x-1)(2x^2+3)$
$$\begin{aligned}&=3x(2x^2+3)-(2x^2+3)\\&=6x^3+9x-2x^2-3\\&=6x^3-2x^2+9x-3\end{aligned}$$

(2) $\quad (a^2+2a-3)(a-1)$
$$\begin{aligned}&=(a^2+2a-3)a+(a^2+2a-3)\cdot(-1)\\&=a^3+2a^2-3a-a^2-2a+3\\&=a^3+a^2-5a+3\end{aligned}$$

(3) $\quad (x+4)(3x^2-2x+1)$
$$\begin{aligned}&=x(3x^2-2x+1)+4(3x^2-2x+1)\\&=3x^3-2x^2+x+12x^2-8x+4\\&=3x^3+10x^2-7x+4\end{aligned}$$

(4) $\quad (x^3+x^2+x+1)(x-1)$
$$\begin{aligned}&=(x^3+x^2+x+1)x+(x^3+x^2+x+1)\cdot(-1)\\&=x^4+x^3+x^2+x-x^3-x^2-x-1\\&=x^4-1\end{aligned}$$

1.8

(1) $\quad (a+b)^2-(a-b)^2$
$$\begin{aligned}&=a^2+2ab+b^2-(a^2-2ab+b^2)\\&=a^2+2ab+b^2-a^2+2ab-b^2\\&=4ab\end{aligned}$$

(2) $(2x-3y)^2 = (2x)^2 - 2\cdot 2x\cdot 3y + (3y)^2$
$\qquad = 4x^2 - 12xy + 9y^2$

(3) $(3x^2+4)^2 = (3x^2)^2 + 2\cdot 3x^2\cdot 4 + 4^2$
$\qquad = 9x^4 + 24x^2 + 16$

(4) $\quad (2x-3)^2 - 4x(x-3)$
$= (2x)^2 - 2\cdot 2x\cdot 3 + 3^2 - 4x^2 + 12x$
$= 4x^2 - 12x + 9 - 4x^2 + 12x = 9$

(5) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

(6) $(2p+3)(2p-3) = (2p)^2 - 3^2 = 4p^2 - 9$

(7) $\quad (a-b)(a+b) - (a+b)^2 + 2b^2$
$= a^2 - b^2 - (a^2 + 2ab + b^2) + 2b^2$
$= a^2 - b^2 - a^2 - 2ab - b^2 + 2b^2 = -2ab$

(8) $(x-2)(x-5) = x^2 + \{(-2)+(-5)\}x + (-2)\cdot(-5)$
$\qquad = x^2 - 7x + 10$

(9) $(x+1)(x-9) = x^2 + \{1+(-9)\}x + 1\cdot(-9)$
$\qquad = x^2 - 8x - 9$

(10) $(a+5)(a-3) = a^2 + \{5+(-3)\}a + 5\cdot(-3)$
$\qquad = a^2 + 2a - 15$

(11) $(m-7)(m-8) = m^2 + \{(-7)+(-8)\}m + (-7)\cdot(-8)$
$\qquad = m^2 - 15m + 56$

(12) $\quad (x+3)(x-2) - x^2 + 6$
$= x^2 + \{3+(-2)\}x + 3\cdot(-2) - x^2 + 6$
$= x^2 + x - 6 - x^2 + 6$
$= x$

1.9

(1) $(2x+5)(3x+4) = 2\cdot 3x^2 + (2\cdot 4 + 5\cdot 3)x + 5\cdot 4$
$\qquad = 6x^2 + 23x + 20$

(2) $(3x+2)(5x-3) = 3\cdot 5x^2 + \{3\cdot(-3) + 2\cdot 5\}x + 2\cdot(-3)$
$\qquad = 15x^2 + x - 6$

(3) $(2x-5)(7x+8) = 2{\cdot}7x^2 + \{2{\cdot}8 + (-5){\cdot}7\}x + (-5){\cdot}8$
$= 14x^2 - 19x - 40$

(4) $(3x+3)(2x-5) = 3{\cdot}2x^2 + \{3{\cdot}(-5) + 3{\cdot}2\}x + 3{\cdot}(-5)$
$= 6x^2 - 9x - 15$

(5) $(2x+3)(3x-5) = 2{\cdot}3x^2 + \{2{\cdot}(-5) + 3{\cdot}3\}x + 3{\cdot}(-5)$
$= 6x^2 - x - 15$

(6) $(2x-4)(3x+6) = 2{\cdot}3x^2 + \{2{\cdot}6 + (-4){\cdot}3\}x + (-4){\cdot}6$
$= 6x^2 - 24$

(7) $(3x+1)(x-4) = 3{\cdot}1x^2 + \{3{\cdot}(-4) + 1{\cdot}1\}x + 1{\cdot}(-4)$
$= 3x^2 - 11x - 4$

(8) $(3x+2y)(2x-5y) = 3{\cdot}2x^2 + \{3{\cdot}(-5) + 2{\cdot}2\}xy + 2{\cdot}(-5)y^2$
$= 6x^2 - 11xy - 10y^2$

(9) $(2a+b)(4a-3b) = 2{\cdot}4a^2 + \{2{\cdot}(-3) + 1{\cdot}4\}ab + 1{\cdot}(-3)b^2$
$= 8a^2 - 2ab - 3b^2$

(10) $(2x+3)^2 - 2(x+2)(2x-3) = (2x)^2 + 2{\cdot}2x{\cdot}3 + 3^2 - 2(2x^2 + x - 6)$
$= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 2x + 12$
$= 10x + 21$

(11) $(2x+y)(x+2y) - 2(x-y)^2 = 2x^2 + 5xy + 2y^2 - 2(x^2 - 2xy + y^2)$
$= 2x^2 + 5xy + 2y^2 - 2x^2 + 4xy - 2y^2$
$= 9xy$

(12) $(2a+b)^2 - (a+2b)(2a-b) = (2a)^2 + 2{\cdot}2a{\cdot}b + b^2 - (2a^2 + 3ab - 2b^2)$
$= 4a^2 + 4ab + b^2 - 2a^2 - 3ab + 2b^2$
$= 2a^2 + ab + 3b^2$

1.10

(1) $(x+2)(x^2 - 2x + 4) = (x+2)(x^2 - x{\cdot}2 + 2^2)$
$= x^3 + 2^3 = x^3 + 8$

(2) $(x^2 + x + 1)(x-1) = (x-1)(x^2 + x{\cdot}1 + 1^2)$
$= x^3 - 1^3 = x^3 - 1$

(3) $(x-1)(x^2 + x + 1)(x^3 + 1) = (x^3 - 1)(x^3 + 1)$
$= (x^3)^2 - 1^2 = x^6 - 1$

(4) $(x-1)(x+1)(x^4+x^2+1) = (x^2-1)\{(x^2)^2+x^2\cdot 1+1^2\}$
$= (x^2)^3-1^3 = x^6-1$

1.11

(1) $(x+2)^3 = x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3$
$= x^3+6x^2+12x+8$

(2) $(2x-3y)^3 = (2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2-(3y)^3$
$= 8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

(3) $(x-1)^3-(y-1)^3$
$= x^3-3\cdot x^2\cdot 1+3\cdot x\cdot 1^2-1^3-(y^3-3\cdot y^2\cdot 1+3\cdot y\cdot 1^2-1^3)$
$= x^3-3x^2+3x-1-(y^3-3y^2+3y-1)$
$= x^3-3x^2+3x-y^3+3y^2-3y$

(4) $(a+b)^3-(a^3+b^3)+(a+b)(a^2+b^2)-5ab(a+b)$
$= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3-a^3-b^3+(a^3+a^2b+ab^2+b^3)-5a^2b-5ab^2$
$= a^3-a^2b-ab^2+b^3$

1.12

(1) $(x-y-2)^2 = \{(x-y)-2\}^2$
$= (x-y)^2-2(x-y)\cdot 2+2^2$
$= x^2-2xy+y^2-4x+4y+4$

(2) $(2x-3y-5)^2 = \{(2x-3y)-5\}^2$
$= (2x-3y)^2-2(2x-3y)\cdot 5+5^2$
$= 4x^2-12xy+9y^2-20x+30y+25$

(3) $(x^2-x+1)^2 = \{(x^2-x)+1\}^2$
$= (x^2-x)^2+2(x^2-x)\cdot 1+1^2$
$= (x^2)^2-2\cdot x^2\cdot x+x^2+2x^2-2x+1$
$= x^4-2x^3+3x^2-2x+1$

(4) $(x+y+z)^2-(x+y-z)^2$
$= \{(x+y)+z\}^2-\{(x+y)-z\}^2$
$= (x+y)^2+2(x+y)z+z^2-\{(x+y)^2-2(x+y)z+z^2\}$
$= (x+y)^2+2(x+y)z+z^2-(x+y)^2+2(x+y)z-z^2$
$= 4(x+y)z = 4zx+4yz$

【別解】 $x+y=A$ とおく．

$$\begin{aligned}(\text{与式}) &= (A+z)^2-(A-z)^2\\ &= A^2+2Az+z^2-(A^2-2Az+z^2)\\ &= 4Az = 4(x+y)z = 4zx+4yz\end{aligned}$$

(5) $$\begin{aligned}(a+b-c)(a+b+c) &= \{(a+b)-c\}\{(a+b)+c\}\\ &= (a+b)^2-c^2\\ &= a^2+2ab+b^2-c^2\end{aligned}$$

(6) $$\begin{aligned}(a+b+4)(a+b-6) &= \{(a+b)+4\}\{(a+b)-6\}\\ &= (a+b)^2-2(a+b)-24\\ &= a^2+2ab+b^2-2a-2b-24\end{aligned}$$

(7) $$\begin{aligned}(x+2y+3)(x+5+2y) &= \{(x+2y)+3\}\{(x+2y)+5\}\\ &= (x+2y)^2+8(x+2y)+15\\ &= x^2+4xy+4y^2+8x+16y+15\end{aligned}$$

(8) $$\begin{aligned}(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) &= \{(x^2+y^2)-xy\}\{(x^2+y^2)+xy\}\\ &= (x^2+y^2)^2-(xy)^2\\ &= x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2\\ &= x^4+x^2y^2+y^4\end{aligned}$$

(9) $$\begin{aligned}&(x-3)(x-2)(x+2)(x+3)\\ &= (x+2)(x-2)\times(x+3)(x-3)\\ &= (x^2-4)(x^2-9)\\ &= (x^2)^2+\{(-4)+(-9)\}x^2+(-4)\cdot(-9)\\ &= x^4-13x^2+36\end{aligned}$$

(10) $$\begin{aligned}&(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)\\ &= (x+1)(x-3)\times(x+2)(x-4)\\ &= (x^2-2x-3)(x^2-2x-8)\\ &= \{(x^2-2x)-3\}\{(x^2-2x)-8\}\\ &= (x^2-2x)^2-11(x^2-2x)+24\\ &= x^4-4x^3+4x^2-11x^2+22x+24\\ &= x^4-4x^3-7x^2+22x+24\end{aligned}$$

(11) $$\begin{aligned}&(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)\\ &= (x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)\\ &= (x^4+1)(x^4-1)\\ &= x^8-1\end{aligned}$$

(12)
$$\begin{aligned} &(x-3)^3(x+3)^3 \\ =&\{(x-3)(x+3)\}^3 \\ =&(x^2-9)^3 \\ =&(x^2)^3-3\cdot(x^2)^2\cdot 9+3\cdot x^2\cdot 9^2-9^3 \\ =&x^6-27x^4+243x^2-729 \end{aligned}$$

1.13

(1) $8ab-4ac-2ad=2a\cdot 4b-2a\cdot 2c-2a\cdot d=2a(4b-2c-d)$

(2) $x^2-ax^2=x^2\cdot 1-x^2\cdot a=x^2(1-a)$

(3) $3x^2y-6xy^2=3xy\cdot x-3xy\cdot 2y=3xy(x-2y)$

(4) $a^3-3a^2-a=a\cdot a^2-a\cdot 3a-a\cdot 1=a(a^2-3a-1)$

(5) $4a^2bc-8ab^2c-6abc^2=2abc\cdot 2a-2abc\cdot 4b-2abc\cdot 3c=2abc(2a-4b-3c)$

(6) $6a^3b^2c-8ab^3c^2=2ab^2c\cdot 3a^2-2ab^2c\cdot 4bc=2ab^2c(3a^2-4bc)$

(7)
$$\begin{aligned} (a+b)^3+(a-b)^3 &= (a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)+(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3) \\ &= 2a^3+6ab^2=2a(a^2+3b^2) \end{aligned}$$

(8)
$$\begin{aligned} (a+b)^3-(a-b)^3 &= (a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)-(a^3-3a^2b+3ab^2-b^3) \\ &= 6a^2b+2b^3=2b(3a^2+b^2) \end{aligned}$$

1.14

(1) $x(a-b)+y(a-b)=(a-b)(x+y)$

(2)
$$\begin{aligned} a(x-y)+b(y-x) &= a(x-y)-b(x-y) \\ &= (x-y)(a-b) \end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned} a(x-y)-x+y &= a(x-y)-(x-y) \\ &= (x-y)(a-1) \end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned} x(y-1)-y+1 &= x(y-1)-(y-1) \\ &= (y-1)(x-1) \end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned} xy+2x-2y-4 &= x(y+2)-2(y+2) \\ &= (y+2)(x-2) \end{aligned}$$

(6)
$$\begin{aligned} ax-bx+by-ay &= x(a-b)+y(b-a) \\ &= x(a-b)-y(a-b) \\ &= (a-b)(x-y) \end{aligned}$$

(7) $$\begin{aligned} a^3+b^3+a^2b+ab^2 &= (a^3+a^2b)+(ab^2+b^3) \\ &= a^2(a+b)+b^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2+b^2) \end{aligned}$$

1.15

(1) $x^2+2x+1 = x^2+2{\cdot}x{\cdot}1+1^2 = (x+1)^2$

(2) $x^2+6x+9 = x^2+2{\cdot}x{\cdot}3+3^2 = (x+3)^2$

(3) $x^2-10x+25 = x^2-2{\cdot}x{\cdot}5+5^2 = (x-5)^2$

(4) $4x^2-4x+1 = (2x)^2-2{\cdot}2x{\cdot}1+1^2 = (2x-1)^2$

(5) $9x^2+6x+1 = (3x)^2+2{\cdot}3x{\cdot}1+1^2 = (3x+1)^2$

(6) $9x^2-6x+1 = (3x)^2-2{\cdot}3x{\cdot}1+1^2 = (3x-1)^2$

(7) $49x^2-28xy+4y^2 = (7x)^2-2{\cdot}7x{\cdot}2y+(2y)^2 = (7x-2y)^2$

(8) $x^4+2x^2y^2+y^4 = (x^2)^2+2{\cdot}x^2{\cdot}y^2+(y^2)^2 = (x^2+y^2)^2$

(9) $x^2y^2-10xy+25 = (xy)^2-2{\cdot}xy{\cdot}5+5^2 = (xy-5)^2$

(10) $a^3-4a^2+4a = a(a^2-4a+4) = a(a-2)^2$

(11) $x^4+2x^3+x^2 = x^2(x^2+2x+1) = x^2(x+1)^2$

(12) $$\begin{aligned} &(a^2+b^2)(c^2+d^2)-(ac+bd)^2 \\ &= a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2-(a^2c^2+2abcd+b^2d^2) \\ &= a^2d^2-2abcd+b^2c^2 \\ &= (ad)^2-2{\cdot}ad{\cdot}bc+(bc)^2 \\ &= (ad-bc)^2 \end{aligned}$$

1.16

(1) $4x^2-9y^2 = (2x)^2-(3y)^2 = (2x+3y)(2x-3y)$

(2) $4x^2-25y^2 = (2x)^2-(5y)^2 = (2x+5y)(2x-5y)$

(3) $4x^2-1 = (2x)^2-1^2 = (2x+1)(2x-1)$

(4) $3x^2-3y^2 = 3(x^2-y^2) = 3(x+y)(x-y)$

(5) $3x^2-75 = 3(x^2-25) = 3(x+5)(x-5)$

(6) $abx^2 - a^3b = ab(x^2 - a^2) = ab(x+a)(x-a)$

(7) $x^4 - x^2y^2 = x^2(x^2 - y^2) = x^2(x+y)(x-y)$

(8) $x^2 + 8x + 15 = x^2 + (3+5)x + 3 \cdot 5 = (x+3)(x+5)$

(9) $x^2 + 6x + 8 = x^2 + (2+4)x + 2 \cdot 4 = (x+2)(x+4)$

(10) $x^2 + 2x - 24 = x^2 + \{(-4) + 6\}x + (-4) \cdot 6 = (x-4)(x+6)$

(11) $x^2 - 8x + 15 = x^2 + \{(-3) + (-5)\}x + (-3) \cdot (-5) = (x-3)(x-5)$

(12) $x^2 - 7x + 10 = x^2 + \{(-2) + (-5)\}x + (-2) \cdot (-5) = (x-2)(x-5)$

(13) $x^2 - 5x + 6 = x^2 + \{(-2) + (-3)\}x + (-2) \cdot (-3) = (x-2)(x-3)$

(14) $x^2 - 6x + 5 = x^2 + \{(-1) + (-5)\}x + (-1) \cdot (-5) = (x-1)(x-5)$

(15) $x^2 - 2x - 3 = x^2 + \{1 + (-3)\}x + 1 \cdot (-3) = (x+1)(x-3)$

(16) $x^2 - 10x + 9 = x^2 + \{(-1) + (-9)\}x + (-1) \cdot (-9) = (x-1)(x-9)$

(17) $x^2 - 6x - 16 = x^2 + \{2 + (-8)\}x + 2 \cdot (-8) = (x+2)(x-8)$

(18) $x^2 - 8x + 12 = x^2 + \{(-2) + (-6)\}x + (-2) \cdot (-6) = (x-2)(x-6)$

(19) $x^2 - x - 12 = x^2 + \{3 + (-4)\}x + 3 \cdot (-4) = (x+3)(x-4)$

(20) $x^2 + 20x + 84 = x^2 + (6+14)x + 6 \cdot 14 = (x+6)(x+14)$

(21) $x^2 + 6x - 91 = x^2 + \{(-7) + 13\}x + (-7) \cdot 13 = (x-7)(x+13)$

(22) $x^3 + 3x^2 + 2x = x(x^2 + 3x + 2) = x(x+1)(x+2)$

(23) $ab^2 - 7ab + 10a = a(b^2 - 7b + 10) = a(b-2)(b-5)$

(24) $x^3y - 3x^2y - 4xy = xy(x^2 - 3x - 4) = xy(x+1)(x-4)$

1.17

(1) $3x^2 + 4x + 1 = (x+1)(3x+1)$

(2) $3x^2 - 7x + 2 = (x-2)(3x-1)$

(3) $2x^2 - x - 15 = (x-3)(2x+5)$

(4) $3x^2 + 11x + 10 = (x+2)(3x+5)$

(5) $2x^2+5x-3=(x+3)(2x-1)$

(6) $3x^2+5x-12=(x+3)(3x-4)$

(7) $2x^2+13x-24=(x+8)(2x-3)$

(8) $5x^2+9x-2=(x+2)(5x-1)$

(9) $8a^2+2a-3=(2a-1)(4a+3)$

(10) $6x^2+11x-10=(2x+5)(3x-2)$

(11) $6x^2-11x-35=(2x-7)(3x+5)$

(12) $3x^2+17xy-6y^2=(x+6y)(3x-y)$

(13) $4x^2-5xy-6y^2=(x-2y)(4x+3y)$

(14) $6a^2+ab-2b^2=(2a-b)(3a+2b)$

(15) $3x^2+7xy-20y^2=(x+4y)(3x-5y)$

1.18

(1) $$\begin{aligned} x^3+8 &= x^3+2^3=(x+2)(x^2-x\cdot 2+2^2) \\ &= (x+2)(x^2-2x+4) \end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned} x^3-27 &= x^3-3^3=(x-3)(x^2+x\cdot 3+3^2) \\ &= (x-3)(x^2+3x+9) \end{aligned}$$

(3) $$\begin{aligned} 64x^3+1 &= (4x)^3+1^3=(4x+1)\{(4x)^2-4x\cdot 1+1^2\} \\ &= (4x+1)(16x^2-4x+1) \end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned} 8a^3-125b^3 &= (2a)^3-(5b)^3=(2a-5b)\{(2a)^2+2a\cdot 5b+(5b)^2\} \\ &= (2a-5b)(4a^2+10ab+25b^2) \end{aligned}$$

(5) $$\begin{aligned} 64a^3+27b^3 &= (4a)^3+(3b)^3=(4a+3b)\{(4a)^2-4a\cdot 3b+(3b)^2\} \\ &= (4a+3b)(16a^2-12ab+9b^2) \end{aligned}$$

1.19

(1) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

(2) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

(3) $$\begin{aligned} x^3-8 &= x^3-2^3=(x-2)(x^2+x\cdot 2+2^2) \\ &= (x-2)(x^2+2x+4) \end{aligned}$$

(4) $8x^3-27y^3=(2x)^3-(3y)^3=(2x-3y)\{(2x)^2+2x\cdot 3y+(3y)^2\}$
$$=(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$$

(5) $8x^4-x=x(8x^3-1)=x\{(2x)^3-1^3\}$
$$=x(2x-1)\{(2x)^2+2x\cdot 1+1^2\}$$
$$=x(2x-1)(4x^2+2x+1)$$

(6) $81x^3-24y^3=3(27x^3-8y^3)=3\{(3x)^3-(2y)^3\}$
$$=3(3x-2y)\{(3x)^2+3x\cdot 2y+(2y)^2\}$$
$$=3(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$$

1.20

(1) $x^4-y^4=(x^2)^2-(y^2)^2$
$$=(x^2+y^2)(x^2-y^2)$$
$$=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$$

(2) $x^8-1=(x^4)^2-1^2$
$$=(x^4+1)(x^4-1)$$
$$=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$$
$$=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$$

(3) $a^4-2a^2+1=(a^2)^2-2\cdot a^2\cdot 1+1^2=(a^2-1)^2$
$$=\{(a+1)(a-1)\}^2=(a+1)^2(a-1)^2$$

(4) $(x-4y)^2-25=\{(x-4y)+5\}\{(x-4y)-5\}$
$$=(x-4y+5)(x-4y-5)$$

(5) $(x^2+1)^2-4x^2=(x^2+1)^2-(2x)^2$
$$=\{(x^2+1)+2x\}\{(x^2+1)-2x\}$$
$$=(x^2+2x+1)(x^2-2x+1)$$
$$=(x+1)^2(x-1)^2$$

(6) $a^2-(b+c)^2=\{a+(b+c)\}\{a-(b+c)\}$
$$=(a+b+c)(a-b-c)$$

1.21

(1) $a+b=X$ とおくと

$$
\begin{aligned}
&(a+b)^2+4(a+b)+4\\
=&X^2+4X+4=(X+2)^2\\
=&\{(a+b)+2\}^2=(a+b+2)^2
\end{aligned}
$$

(2) $x^2+3x=X$ とおくと

$$\begin{aligned}
&(x^2+3x-2)(x^2+3x+4)-16\\
=&(X-2)(X+4)-16=X^2+2X-24\\
=&(X-4)(X+6)=\{(x^2+3x)-4\}\{(x^2+3x)+6\}\\
=&(x^2+3x-4)(x^2+3x+6)\\
=&(x-1)(x+4)(x^2+3x+6)
\end{aligned}$$

(3) $x+y=X$ とおくと

$$\begin{aligned}
&x^2+2xy+y^2-3x-3y-40\\
=&(x+y)^2-3(x+y)-40\\
=&X^2-3X-40=(X+5)(X-8)\\
=&\{(x+y)+5\}\{(x+y)-8\}=(x+y+5)(x+y-8)
\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}
&(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)-4\\
=&(x^2-1)(x^2-4)-4=x^4-5x^2+4-4\\
=&x^4-5x^2=x^2(x^2-5)
\end{aligned}$$

(5) $x^2+6x=X$ とおくと

$$\begin{aligned}
&(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)-4\\
=&(x+1)(x+5)\times(x+2)(x+4)-4\\
=&(x^2+6x+5)(x^2+6x+8)-4\\
=&(X+5)(X+8)-4=X^2+13X+40-4\\
=&X^2+13X+36=(X+9)(X+4)\\
=&\{(x^2+6x)+9\}\{(x^2+6x)+4\}\\
=&(x^2+6x+9)(x^2+6x+4)\\
=&(x+3)^2(x^2+6x+4)
\end{aligned}$$

(6) $x^2+5xy=X$ とおくと

$$\begin{aligned}
&(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)-3y^4\\
=&(x+y)(x+4y)\times(x+2y)(x+3y)-3y^4\\
=&(x^2+5xy+4y^2)(x^2+5xy+6y^2)-3y^4\\
=&(X+4y^2)(X+6y^2)-3y^4=X^2+10y^2X+24y^4-3y^4\\
=&X^2+10y^2X+21y^4=X^2+(3y^2+7y^2)X+3y^2\cdot 7y^2\\
=&(X+3y^2)(X+7y^2)=\{(x^2+5xy)+3y^2\}\{(x^2+5xy)+7y^2\}\\
=&(x^2+5xy+3y^2)(x^2+5xy+7y^2)
\end{aligned}$$

(7)
$$\begin{aligned}
x^2+2xy+y^2-1&=(x+y)^2-1^2\\
&=\{(x+y)+1\}\{(x+y)-1\}\\
&=(x+y+1)(x+y-1)
\end{aligned}$$

(8) $\begin{aligned} a^2+b^2-c^2+2ab &= (a^2+2ab+b^2)-c^2 \\ &= (a+b)^2-c^2 \\ &= \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\} \\ &= (a+b+c)(a+b-c) \end{aligned}$

(9) $\begin{aligned} a^2+b^2-c^2-2ab &= (a^2-2ab+b^2)-c^2 \\ &= (a-b)^2-c^2 \\ &= \{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} \\ &= (a-b+c)(a-b-c) \end{aligned}$

(10) $\begin{aligned} x^2-y^2-z^2-2yz &= x^2-(y^2+2yz+z^2) \\ &= x^2-(y+z)^2 \\ &= \{x+(y+z)\}\{x-(y+z)\} \\ &= (x+y+z)(x-y-z) \end{aligned}$

(11) $\begin{aligned} a^2-b^2-c^2+2bc &= a^2-(b^2-2bc+c^2) \\ &= a^2-(b-c)^2 \\ &= \{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} \\ &= (a+b-c)(a-b+c) \end{aligned}$

(12) $\begin{aligned} x^2-y^2+2y-1 &= x^2-(y^2-2y+1) \\ &= x^2-(y-1)^2 \\ &= \{x+(y-1)\}\{x-(y-1)\} \\ &= (x+y-1)(x-y+1) \end{aligned}$

(13) $\begin{aligned} a^2-b^2-4b-4 &= a^2-(b^2+4b+4) \\ &= a^2-(b+2)^2 \\ &= \{a+(b+2)\}\{a-(b+2)\} \\ &= (a+b+2)(a-b-2) \end{aligned}$

(14) $a^2+b^2-c^2=X$ とおくと

$$\begin{aligned} &(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2 \\ &= X^2-(2ab)^2 = (X+2ab)(X-2ab) \\ &= \{(a^2+b^2-c^2)+2ab\}\{(a^2+b^2-c^2)-2ab\} \\ &= \{(a^2+2ab+b^2)-c^2\}\{(a^2-2ab+b^2)-c^2\} \\ &= \{(a+b)^2-c^2\}\{(a-b)^2-c^2\} \\ &= \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\}\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} \\ &= (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c) \end{aligned}$$

1.22

(1) $$\begin{aligned} x^2y + x^2 - y - 1 &= x^2(y+1) - (y+1) \\ &= (y+1)(x^2-1) \\ &= (y+1)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned} a^2b - ab - a + 1 &= ab(a-1) - (a-1) \\ &= (a-1)(ab-1) \end{aligned}$$

(3) $$\begin{aligned} ax^2 - x^2 - a + 1 &= x^2(a-1) - (a-1) \\ &= (a-1)(x^2-1) \\ &= (a-1)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned} ab + b^2 - bc - ca &= b(a+b) - c(b+a) \\ &= (a+b)(b-c) \end{aligned}$$

(5) $$\begin{aligned} x^2 + xy - yz - xz &= x(x+y) - z(y+x) \\ &= (x+y)(x-z) \end{aligned}$$

(6) $$\begin{aligned} ax^3 + x^2 + ax + 1 &= x^2(ax+1) + (ax+1) \\ &= (ax+1)(x^2+1) \end{aligned}$$

(7) x について整理する

$$\begin{aligned} ab^2 - a^2b - 2bx + 2ax &= 2x(a-b) - ab(a-b) \\ &= (a-b)(2x-ab) \end{aligned}$$

(8) $$\begin{aligned} x^3 - 2ax^2 - 4x + 8a &= x^2(x-2a) - 4(x-2a) \\ &= (x-2a)(x^2-4) \\ &= (x-2a)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

(9) $$\begin{aligned} x^3 - 3ax^2 - 4x + 12a &= x^2(x-3a) - 4(x-3a) \\ &= (x-3a)(x^2-4) \\ &= (x-3a)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

(10) $$\begin{aligned} x^3 + 2x^2y - x - 2y &= x^2(x+2y) - (x+2y) \\ &= (x+2y)(x^2-1) \\ &= (x+2y)(x+1)(x-1) \end{aligned}$$

(11) z について整理する

$$\begin{aligned} x^2 - xz - y^2 - yz &= (x^2 - y^2) - z(x+y) \\ &= (x+y)(x-y) - z(x+y) \\ &= (x+y)\{(x-y) - z\} \\ &= (x+y)(x-y-z) \end{aligned}$$

(12) $$\begin{aligned} a^2b+2ac-a^2-2abc &= a(ab+2c-a-2bc) \\ &= a\{a(b-1)-2c(b-1)\} \\ &= a(b-1)(a-2c) \end{aligned}$$

(13) c について整理する

$$\begin{aligned} a^2+3ab+2b^2+ac+bc &= (a^2+3ab+2b^2)+c(a+b) \\ &= (a+b)(a+2b)+c(a+b) \\ &= (a+b)\{(a+2b)+c\} \\ &= (a+b)(a+2b+c) \end{aligned}$$

(14) y について整理する

$$\begin{aligned} &x^3+3x^2+2x+3xy+x^2y+2y \\ =& x(x^2+3x+2)+y(3x+x^2+2) \\ =& (x^2+3x+2)(x+y) \\ =& (x+1)(x+2)(x+y) \end{aligned}$$

1.23

(1) $$\begin{aligned} &x^2-y^2-2x+4y-3 \\ =& x^2-2x-(y^2-4y+3) \\ =& x^2-2x-(y-1)(y-3) \\ =& \{x-(y-1)\}\{x+(y-3)\} \\ =& (x-y+1)(x+y-3) \end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned} &x^2+3xy+2y^2+3x+4y+2 \\ =& x^2+(3y+3)x+2(y^2+2y+1) \\ =& x^2+(3y+3)x+2(y+1)^2 \\ =& \{x+(y+1)\}\{x+2(y+1)\} \\ =& (x+y+1)(x+2y+2) \end{aligned}$$

(3) $$\begin{aligned} &x^2-2xy-3y^2-4y-1 \\ =& x^2-2yx-(3y^2+4y+1) \\ =& x^2-2yx-(y+1)(3y+1) \\ =& \{x+(y+1)\}\{x-(3y+1)\} \\ =& (x+y+1)(x-3y-1) \end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned} &2x^2+8x+6+y^2+3xy+5y \\ =& 2x^2+(3y+8)x+(y^2+5y+6) \\ =& 2x^2+(3y+8)x+(y+2)(y+3) \\ =& \{x+(y+3)\}\{2x+(y+2)\} \\ =& (x+y+3)(2x+y+2) \end{aligned}$$

(5) $$\begin{aligned} &2x^2 - xy - y^2 - 7x + y + 6 \\ =&2x^2 + (-y-7)x - (y^2 - y - 6) \\ =&2x^2 + (-y-7)x - (y+2)(y-3) \\ =&\{x - (y+2)\}\{2x + (y-3)\} \\ =&(x - y - 2)(2x + y - 3) \end{aligned}$$

(6) $$\begin{aligned} &2x^2 + 8xy + 6y^2 - x + y - 1 \\ =&2x^2 + (8y-1)x + (6y^2 + y - 1) \\ =&2x^2 + (8y-1)x + (2y+1)(3y-1) \\ =&\{x + (3y-1)\}\{2x + (2y+1)\} \\ =&(x + 3y - 1)(2x + 2y + 1) \end{aligned}$$

(7) $$\begin{aligned} &2x^2 - 2y^2 + 3xy - x + 3y - 1 \\ =&2x^2 + (3y-1)x - (2y^2 - 3y + 1) \\ =&2x^2 + (3y-1)x - (y-1)(2y-1) \\ =&\{x + (2y-1)\}\{2x - (y-1)\} \\ =&(x + 2y - 1)(2x - y + 1) \end{aligned}$$

(8) $$\begin{aligned} &2x^2 - 5xy - 3y^2 + x + 11y - 6 \\ =&2x^2 + (-5y+1)x - (3y^2 - 11y + 6) \\ =&2x^2 + (-5y+1)x - (y-3)(3y-2) \\ =&\{x - (3y-2)\}\{2x + (y-3)\} \\ =&(x - 3y + 2)(2x + y - 3) \end{aligned}$$

1.24

(1) $\dfrac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$

(2) $\dfrac{15}{22} = 0.6818181\cdots = 0.6\dot{8}\dot{1}$

(3) $\dfrac{5}{7} = 0.714285714285714285\cdots = 0.\dot{7}1428\dot{5}$

1.25

(1) $|5| = 5$

(2) $|6-2| = |4| = 4$

(3) $|3-5| = |-2| = 2$

1.26

(1) $\sqrt{200} = \sqrt{10^2{\cdot}2} = 10\sqrt{2} = 10 \times 1.4 = 14$

(2) $\sqrt{300} = \sqrt{10^2{\cdot}3} = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.73 = 17.3$

1.27

(1) $\sqrt{100} + \sqrt{16} = \sqrt{10^2} + \sqrt{4^2} = 10 + 4 = 14$

(2) $\sqrt{49} - 5\sqrt{25} = 7 - 5{\cdot}5 = -18$

(3) $\sqrt{81} - 2\sqrt{16} = 9 - 2{\cdot}4 = 1$

(4) $\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (1 - 4 + 2)\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

1.28

(1) $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{2} + \sqrt{2^2{\cdot}2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = (1 + 2)\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

(2) $3\sqrt{2} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - \sqrt{2^2{\cdot}2} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (3 - 2)\sqrt{2} = \sqrt{2}$

(3) $$\begin{aligned} 3\sqrt{20} - 2\sqrt{80} &= 3\sqrt{2^2{\cdot}5} - 2\sqrt{4^2{\cdot}5} = 3{\cdot}2\sqrt{5} - 2{\cdot}4\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} - 8\sqrt{5} = (6 - 8)\sqrt{5} = -2\sqrt{5} \end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned} \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} &= \sqrt{2^2{\cdot}2} + \sqrt{3^2{\cdot}2} - \sqrt{4^2{\cdot}2} \\ &= 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\ &= (2 + 3 - 4)\sqrt{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

(5) $$\begin{aligned} \sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{2} &= \sqrt{5^2{\cdot}2} - \sqrt{3^2{\cdot}2} - \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= (5 - 3 - 1)\sqrt{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

(6) $$\begin{aligned} \sqrt{3} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} &= \sqrt{3} + \sqrt{3^2{\cdot}3} - 4\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= (1 + 3 - 4)\sqrt{3} = 0 \end{aligned}$$

(7) $$\begin{aligned} \sqrt{12} + \sqrt{27} - 4\sqrt{3} &= \sqrt{2^2{\cdot}3} + \sqrt{3^2{\cdot}3} - 4\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ &= (2 + 3 - 4)\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

(8) $$\begin{aligned} 2\sqrt{3} - \sqrt{75} + \sqrt{27} &= 2\sqrt{3} - \sqrt{5^2{\cdot}3} + \sqrt{3^2{\cdot}3} \\ &= 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ &= (2 - 5 + 3)\sqrt{3} = 0 \end{aligned}$$

(9) $\sqrt{72}-\sqrt{8}-\sqrt{32} = \sqrt{6^2{\cdot}2}-\sqrt{2^2{\cdot}2}-\sqrt{4^2{\cdot}2}$
$$\begin{aligned} &= 6\sqrt{2}-2\sqrt{2}-4\sqrt{2} \\ &= (6-2-4)\sqrt{2} = 0 \end{aligned}$$

(10) $2\sqrt{8}-\sqrt{32}+\sqrt{72} = 2\sqrt{2^2{\cdot}2}-\sqrt{4^2{\cdot}2}+\sqrt{6^2{\cdot}2}$
$$\begin{aligned} &= 2{\cdot}2\sqrt{2}-4\sqrt{2}+6\sqrt{2} \\ &= (4-4+6)\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

(11) $\sqrt{12}-5\sqrt{3}+2\sqrt{27} = \sqrt{2^2{\cdot}3}-5\sqrt{3}+2\sqrt{3^2{\cdot}3}$
$$\begin{aligned} &= 2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+2{\cdot}3\sqrt{3} \\ &= (2-5+6)\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

(12) $\sqrt{200}-3\sqrt{18}+\sqrt{8} = \sqrt{10^2{\cdot}2}-3\sqrt{3^2{\cdot}2}+\sqrt{2^2{\cdot}2}$
$$\begin{aligned} &= 10\sqrt{2}-3{\cdot}3\sqrt{2}+2\sqrt{2} \\ &= (10-9+2)\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

(13) $\sqrt{72}-3\sqrt{2}+2\sqrt{8} = \sqrt{6^2{\cdot}2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{2^2{\cdot}2}$
$$\begin{aligned} &= 6\sqrt{2}-3\sqrt{2}+2{\cdot}2\sqrt{2} \\ &= (6-3+4)\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

(14) $3\sqrt{75}-2\sqrt{27}+\sqrt{12} = 3\sqrt{5^2{\cdot}3}-2\sqrt{3^2{\cdot}3}+\sqrt{2^2{\cdot}3}$
$$\begin{aligned} &= 3{\cdot}5\sqrt{3}-2{\cdot}3\sqrt{3}+2\sqrt{3} \\ &= (15-6+2)\sqrt{3} = 11\sqrt{3} \end{aligned}$$

(15) $\sqrt{500}-\sqrt{80}+\sqrt{20} = \sqrt{10^2{\cdot}5}-\sqrt{4^2{\cdot}5}+\sqrt{2^2{\cdot}5}$
$$\begin{aligned} &= 10\sqrt{5}-4\sqrt{5}+2\sqrt{5} \\ &= (10-4+2)\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

(16) $\sqrt{108}+\sqrt{27}-\sqrt{192} = \sqrt{6^2{\cdot}3}+\sqrt{3^2{\cdot}3}-\sqrt{8^2{\cdot}3}$
$$\begin{aligned} &= 6\sqrt{3}+3\sqrt{3}-8\sqrt{3} \\ &= (6+3-8)\sqrt{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

(17) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{48}-5\sqrt{3} = \sqrt{3^2{\cdot}3}-\sqrt{2^2{\cdot}3}+\sqrt{4^2{\cdot}3}-5\sqrt{3}$
$$\begin{aligned} &= 3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4\sqrt{3}-5\sqrt{3} \\ &= (3-2+4-5)\sqrt{3} = 0 \end{aligned}$$

(18) $\sqrt{8}+\sqrt{32}-\sqrt{50}+\sqrt{18} = \sqrt{2^2{\cdot}2}+\sqrt{4^2{\cdot}2}-\sqrt{5^2{\cdot}2}+\sqrt{3^2{\cdot}2}$
$$\begin{aligned} &= 2\sqrt{2}+4\sqrt{2}-5\sqrt{2}+3\sqrt{2} \\ &= (2+4-5+3)\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

(19) $5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{2} = 5\sqrt{3}+(-3+1)\sqrt{2}$
$$= 5\sqrt{3}-2\sqrt{2}$$

(20) $\sqrt{12}+\sqrt{32}-3\sqrt{48} = \sqrt{2^2{\cdot}3}+\sqrt{4^2{\cdot}2}-3\sqrt{4^2{\cdot}3}$
$= 2\sqrt{3}+4\sqrt{2}-3{\cdot}4\sqrt{3}$
$= 4\sqrt{2}+(2-12)\sqrt{3} = 4\sqrt{2}-10\sqrt{3}$

(21) $\sqrt{36}+\sqrt{72}+\sqrt{50}-3\sqrt{2} = \sqrt{6^2}+\sqrt{6^2{\cdot}2}+\sqrt{5^2{\cdot}2}-3\sqrt{2}$
$= 6+6\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$= 6+(6+5-3)\sqrt{2} = 6+8\sqrt{2}$

(22) $3\sqrt{12}-5\sqrt{8}+\sqrt{48}-4\sqrt{32} = 3\sqrt{2^2{\cdot}3}-5\sqrt{2^2{\cdot}2}+\sqrt{4^2{\cdot}3}-4\sqrt{4^2{\cdot}2}$
$= 3{\cdot}2\sqrt{3}-5{\cdot}2\sqrt{2}+4\sqrt{3}-4{\cdot}4\sqrt{2}$
$= 6\sqrt{3}-10\sqrt{2}+4\sqrt{3}-16\sqrt{2}$
$= (6+4)\sqrt{3}+(-10-16)\sqrt{2}$
$= 10\sqrt{3}-26\sqrt{2}$

1.29

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{12} = \sqrt{3}\times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\sqrt{3} = 6$

(2) $\sqrt{3}\times\sqrt{9} = \sqrt{3}\times 3 = 3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{9}\sqrt{80} = 3{\cdot}4\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$

(4) $2\sqrt{3}\times\sqrt{27} = 2\sqrt{3}\times 3\sqrt{3} = 2{\cdot}3\sqrt{3}\sqrt{3} = 18$

(5) $\sqrt{25}\times\sqrt{8}\div\sqrt{2} = 5\times 2\sqrt{2}\div\sqrt{2} = \dfrac{5\times 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 10$

(6) $\sqrt{42}\div\sqrt{6}\times 2\sqrt{7} = \sqrt{\dfrac{42}{6}}\times 2\sqrt{7} = \sqrt{7}\times 2\sqrt{7} = 2\sqrt{7}\sqrt{7} = 14$

(7) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times\sqrt{10} = \sqrt{2{\cdot}3{\cdot}5{\cdot}10} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$

(8) $\sqrt{45}\times\sqrt{27}\div\sqrt{20}\times\sqrt{12} = 3\sqrt{5}\times 3\sqrt{3}\div 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{3}$
$= \dfrac{3\sqrt{5}\times 3\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = 3{\cdot}3\sqrt{3}\sqrt{3} = 27$

(9) $\sqrt{6}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}-1 = \sqrt{\dfrac{6}{2}}\times\sqrt{3}-1 = \sqrt{3}\sqrt{3}-1 = 3-1 = 2$

(10) $\sqrt{6}\times\sqrt{18}-\sqrt{27} = \sqrt{6{\cdot}18}-\sqrt{27} = \sqrt{6^2{\cdot}3}-\sqrt{3^2{\cdot}3} = 6\sqrt{3}-3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

(11) $2\sqrt{3}\times 3\sqrt{2}+4\sqrt{6} = 2{\cdot}3\sqrt{3}\sqrt{2}+4\sqrt{6} = 6\sqrt{6}+4\sqrt{6} = 10\sqrt{6}$

(12) $(\sqrt{6}\times\sqrt{12}-\sqrt{2})\div 5 = (\sqrt{6{\cdot}12}-\sqrt{2})\div 5 = (\sqrt{6^2{\cdot}2}-\sqrt{2})\div 5$
$= (6\sqrt{2}-\sqrt{2})\div 5 = 5\sqrt{2}\div 5 = \sqrt{2}$

(13) $(\sqrt{27}-\sqrt{12}) \div \sqrt{3} = (3\sqrt{3}-2\sqrt{3}) \div \sqrt{3} = \sqrt{3} \div \sqrt{3} = 1$

(14)
$$\begin{aligned}\sqrt{10}(\sqrt{8}\sqrt{20}-\sqrt{40}) &= \sqrt{10}(2\sqrt{2}\times 2\sqrt{5}-2\sqrt{10}) = \sqrt{10}(2{\cdot}2\sqrt{2}\sqrt{5}-2\sqrt{10})\\ &= \sqrt{10}(4\sqrt{10}-2\sqrt{10}) = \sqrt{10}\times 2\sqrt{10}\\ &= 2\sqrt{10}\sqrt{10} = 20\end{aligned}$$

(15)
$$\begin{aligned}3\sqrt{15}(\sqrt{8}\sqrt{30}-\sqrt{135}) &= 3\sqrt{15}(2\sqrt{2}\sqrt{30}-3\sqrt{15}) = 3\sqrt{15}(2\sqrt{60}-3\sqrt{15})\\ &= 3\sqrt{15}(2{\cdot}2\sqrt{15}-3\sqrt{15}) = 3\sqrt{15}(4\sqrt{15}-3\sqrt{15})\\ &= 3\sqrt{15}\times\sqrt{15} = 45\end{aligned}$$

(16)
$$\begin{aligned}(\sqrt{18}-\sqrt{8})(2\sqrt{2}-1) &= (3\sqrt{2}-2\sqrt{2})(2\sqrt{2}-1)\\ &= \sqrt{2}(2\sqrt{2}-1) = \sqrt{2}\times 2\sqrt{2}+\sqrt{2}\times(-1)\\ &= 2\sqrt{2}\sqrt{2}-\sqrt{2} = 4-\sqrt{2}\end{aligned}$$

1.30

(1)
$$\begin{aligned}(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) &= 1\times 2+1\times(-\sqrt{3})+\sqrt{3}\times 2+\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})\\ &= 2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3 = -1+\sqrt{3}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3}) &= 2\times 3+2\times(-\sqrt{3})+\sqrt{3}\times 3+\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})\\ &= 6-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3 = 3+\sqrt{3}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}&(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})(4\sqrt{5}-2\sqrt{2})\\ &= 2\sqrt{5}\times 4\sqrt{5}+2\sqrt{5}\times(-2\sqrt{2})-3\sqrt{2}\times 4\sqrt{5}-3\sqrt{2}\times(-2\sqrt{2})\\ &= 2{\cdot}4\sqrt{5}\sqrt{5}+2{\cdot}(-2)\sqrt{5}\sqrt{2}-3{\cdot}4\sqrt{2}\sqrt{5}-3{\cdot}(-2)\sqrt{2}\sqrt{2}\\ &= 40-4\sqrt{10}-12\sqrt{10}+12 = 52-16\sqrt{10}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2 &= (\sqrt{6})^2-2\sqrt{6}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2 = 6-2\sqrt{12}+2\\ &= 8-2{\cdot}2\sqrt{3} = 8-4\sqrt{3}\end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned}(\sqrt{6}+3\sqrt{2})^2 &= (\sqrt{6})^2+2\sqrt{6}{\cdot}3\sqrt{2}+(3\sqrt{2})^2 = 6+6\sqrt{12}+9{\cdot}2\\ &= 24+6{\cdot}2\sqrt{3} = 24+12\sqrt{3}\end{aligned}$$

(6)
$$\begin{aligned}(\sqrt{2}-1)^2+\sqrt{8} &= (\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}{\cdot}1+1^2+2\sqrt{2}\\ &= 2-2\sqrt{2}+1+2\sqrt{2} = 3\end{aligned}$$

(7)
$$\begin{aligned}(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2+2\sqrt{35} &= (\sqrt{7})^2-2\sqrt{7}\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2+2\sqrt{35}\\ &= 7-2\sqrt{35}+5+2\sqrt{35} = 12\end{aligned}$$

(8)
$$\begin{aligned}(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2+\sqrt{60} &= (\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2+2\sqrt{15}\\ &= 3-2\sqrt{15}+5+2\sqrt{15} = 8\end{aligned}$$

(9) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2$
$= 5-3=2$

(10) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2$
$= 5-2=3$

(11) $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) = 3^2-(2\sqrt{2})^2$
$= 9-4{\cdot}2=1$

(12) $(4-2\sqrt{3})(4+\sqrt{12}) = (4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})$
$= 4^2-(2\sqrt{3})^2$
$= 16-4{\cdot}3=4$

(13) $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$
$= \{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}$
$= (1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2$
$= 1^2+2{\cdot}1\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2-3$
$= 1+2\sqrt{2}+2-3=2\sqrt{2}$

(14) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{4})$
$= \{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{4}\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{4}\}$
$= (\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{4})^2$
$= (\sqrt{2})^2+2\sqrt{2}\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2-4$
$= 2+2\sqrt{6}+3-4=1+2\sqrt{6}$

(15) $(\sqrt{5}-\sqrt{3}+2)(\sqrt{5}+\sqrt{3}-2)$
$= \{\sqrt{5}-(\sqrt{3}-2)\}\{\sqrt{5}+(\sqrt{3}-2)\}$
$= (\sqrt{5})^2-(\sqrt{3}-2)^2$
$= 5-\{(\sqrt{3})^2-2\sqrt{3}{\cdot}2+2^2\}$
$= 5-(3-4\sqrt{3}+4)=-2+4\sqrt{3}$

1.31

(1) $3\sqrt{12}-\dfrac{24}{\sqrt{3}}+\sqrt{27} = 3{\cdot}2\sqrt{3}-\dfrac{24\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}+3\sqrt{3}$
$= 6\sqrt{3}-8\sqrt{3}+3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{18}-\sqrt{32}+5\sqrt{\dfrac{1}{2}} = 3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\dfrac{5\sqrt{1}}{\sqrt{2}}$
$= 3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}$
$= 3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\dfrac{5}{2}\sqrt{2}=\dfrac{3}{2}\sqrt{2}$

(3) $\dfrac{10\sqrt{2}-\sqrt{50}}{\sqrt{10}}=\dfrac{10\sqrt{2}-5\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\dfrac{5\sqrt{2}\sqrt{10}}{\sqrt{10}\sqrt{10}}$

$$=\frac{5\sqrt{20}}{10}=\frac{5\cdot 2\sqrt{5}}{10}=\sqrt{5}$$

(4) $\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

$$=\frac{3}{2}\sqrt{6}-\frac{1}{6}\sqrt{6}=\frac{4}{3}\sqrt{6}$$

(5) $\dfrac{18}{\sqrt{6}}-\dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{18\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}}-\dfrac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\sqrt{3}}$

$$=3\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}}{6}+\frac{\sqrt{6}}{6}=3\sqrt{6}$$

1.32

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2-1^2}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\dfrac{(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=5+2\sqrt{6}$

(4) $\dfrac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}=\dfrac{(\sqrt{3}+2)^2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}=\dfrac{(\sqrt{3})^2+2\sqrt{3}\cdot 2+2^2}{(\sqrt{3})^2-2^2}=-7-4\sqrt{3}$

(5) $\dfrac{2\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\dfrac{(2\sqrt{5}+\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{5}-\sqrt{2})(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}=\dfrac{(2\sqrt{5})^2+2\cdot 2\sqrt{5}\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$

$$=\frac{22+4\sqrt{10}}{18}=\frac{11+2\sqrt{10}}{9}$$

(6) $\dfrac{3\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{(3\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{3\sqrt{3}\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3})^2-1^2}$

$$=\frac{3\cdot 3-3\sqrt{3}-\sqrt{3}+1}{3-1}=\frac{10-4\sqrt{3}}{2}=5-2\sqrt{3}$$

(7) $\dfrac{\sqrt{2}+3}{2\sqrt{2}-1}=\dfrac{(\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}+1)}{(2\sqrt{2}-1)(2\sqrt{2}+1)}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}+\sqrt{2}+3\cdot 2\sqrt{2}+3}{(2\sqrt{2})^2-1^2}$

$$=\frac{4+\sqrt{2}+6\sqrt{2}+3}{4\cdot 2-1}=\frac{7+7\sqrt{2}}{7}=1+\sqrt{2}$$

(8) $$\frac{2\sqrt{5}-4\sqrt{3}}{3\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{(2\sqrt{5}-4\sqrt{3})(3\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(3\sqrt{5}+\sqrt{3})(3\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$
$$= \frac{2\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}\sqrt{3} - 4\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{5} + 4\sqrt{3}\sqrt{3}}{(3\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$
$$= \frac{30 - 2\sqrt{15} - 12\sqrt{15} + 12}{9\cdot 5 - 3} = \frac{42 - 14\sqrt{15}}{42} = \frac{3-\sqrt{15}}{3}$$

(9) $$(\sqrt{6}+\sqrt{3}) \div (\sqrt{6}-\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}$$
$$= \frac{(\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{6 + 2\sqrt{18} + 3}{6-3}$$
$$= \frac{9 + 2\cdot 3\sqrt{2}}{3} = 3 + 2\sqrt{2}$$

(10) $$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{3} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - \sqrt{3} = \frac{3 + 2\sqrt{3} + 1}{3-1} - \sqrt{3}$$
$$= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2$$

1.33

(1) $$\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} + \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$
$$= \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

(2) $$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$
$$= \frac{\sqrt{3}\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} + \frac{\sqrt{2}\sqrt{3} + \sqrt{2}\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$$
$$= \frac{3-\sqrt{6}}{3-2} + \frac{\sqrt{6}+2}{3-2} = 3 - \sqrt{6} + \sqrt{6} + 2 = 5$$

(3) $$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$
$$= \frac{\sqrt{5}\sqrt{5} + \sqrt{5}\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} - \frac{\sqrt{3}\sqrt{5} - \sqrt{3}\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}$$
$$= \frac{5+\sqrt{15}}{2} - \frac{\sqrt{15}-3}{2} = \frac{5 + \sqrt{15} - \sqrt{15} + 3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$(4)\quad \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}-\frac{\sqrt{5}(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}$$
$$=\frac{\sqrt{7}\sqrt{7}-\sqrt{7}\sqrt{5}}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}-\frac{\sqrt{5}\sqrt{7}+\sqrt{5}\sqrt{5}}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$$
$$=\frac{7-\sqrt{35}}{2}-\frac{\sqrt{35}+5}{2}=\frac{7-\sqrt{35}-\sqrt{35}-5}{2}$$
$$=\frac{2-2\sqrt{35}}{2}=1-\sqrt{35}$$

$$(5)\quad \frac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=\frac{(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}+\frac{(2-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2\cdot 3-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{3}}{3^2-(\sqrt{3})^2}+\frac{2\cdot 3+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\sqrt{3}\sqrt{3}}{3^2-(\sqrt{3})^2}$$
$$=\frac{3+\sqrt{3}}{6}+\frac{3-\sqrt{3}}{6}=\frac{6}{6}=1$$

$$(6)\quad \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}+\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}+\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$
$$=\frac{3-2\sqrt{3}+1}{3-1}+\frac{3+2\sqrt{3}+1}{3-1}$$
$$=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}+\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=\frac{4-2\sqrt{3}+4+2\sqrt{3}}{2}=\frac{8}{2}=4$$

$$(7)\quad \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}+\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$$
$$=\frac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3}+\frac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}$$
$$=\frac{8+2\sqrt{15}}{2}+\frac{8-2\sqrt{15}}{2}$$
$$=\frac{8+2\sqrt{15}+8-2\sqrt{15}}{2}=\frac{16}{2}=8$$

$$(8)\quad \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}-\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}$$
$$=\frac{7+2\sqrt{35}+5}{7-5}-\frac{7-2\sqrt{35}+5}{7-5}$$
$$=\frac{12+2\sqrt{35}}{2}-\frac{12-2\sqrt{35}}{2}$$
$$=\frac{12+2\sqrt{35}-12+2\sqrt{35}}{2}=\frac{4\sqrt{35}}{2}=2\sqrt{35}$$

(9) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}-\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}+\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$

$$
\begin{aligned}
&=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}-\frac{4\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}+\frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}\\
&=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2-3}-\frac{4\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2}+\frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{6-3}\\
&=-\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{3})\\
&=-\sqrt{12}-\sqrt{18}-\sqrt{18}-\sqrt{6}+\sqrt{12}+\sqrt{6}\\
&=-2\sqrt{18}=-2\cdot 3\sqrt{2}=-6\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

(10) $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}-\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$$
\begin{aligned}
&=\frac{3\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{(\sqrt{3}+\sqrt{6})(\sqrt{3}-\sqrt{6})}-\frac{4\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}+\frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\\
&=\frac{3\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})}{3-6}-\frac{4\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{6-2}+\frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3-2}\\
&=-\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})-\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})+\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})\\
&=-\sqrt{6}+\sqrt{12}-\sqrt{18}+\sqrt{6}+\sqrt{18}-\sqrt{12}\\
&=0
\end{aligned}
$$

1.34

(1) $3x+2=2x+3$

移項すると　$3x-2x=3-2$

よって　$x=1$

(2) $3x+5=10+2x$

移項すると　$3x-2x=10-5$

よって　$x=5$

(3) $5x-2+3x=14$

移項すると　$5x+3x=14+2$

すなわち　$8x=16$

両辺を 8 で割って　$x=2$

(4) $5x-7=2x+29$

移項すると　$5x-2x=29+7$

すなわち　$3x=36$

両辺を 3 で割って　$x=12$

(5) $$5x-8=2x-2$$
移項すると $$5x-2x=-2+8$$
すなわち $$3x=6$$
両辺を 3 で割って $$x=2$$

(6) $$5x-4=-9x+38$$
移項すると $$5x+9x=38+4$$
すなわち $$14x=42$$
両辺を 14 で割って $$x=3$$

(7) $$x-3=3x-15$$
移項すると $$x-3x=-15+3$$
すなわち $$-2x=-12$$
両辺を -2 で割って $$x=6$$

(8) $$-8x-30=-3x$$
移項すると $$-8x+3x=30$$
すなわち $$-5x=30$$
両辺を -5 で割って $$x=-6$$

(9) $$3-7x=3x-2$$
移項すると $$-7x-3x=-2-3$$
すなわち $$-10x=-5$$
両辺を -10 で割って $$x=\frac{1}{2}$$

(10) $$0.5x+3.5=0.25x+3$$
両辺に 100 をかけると $$50x+350=25x+300$$
移項すると $$50x-25x=300-350$$
すなわち $$25x=-50$$
両辺を 25 で割って $$x=-2$$

1.35

(1) $$4(x-3)=3(x-2)$$
かっこをはずすと $$4x-12=3x-6$$
移項すると $$4x-3x=-6+12$$
よって $$x=6$$

(2) $$2(x+1)=3x+4$$
かっこをはずすと $$2x+2=3x+4$$
移項すると $$2x-3x=4-2$$
すなわち $$-x=2$$
両辺を -1 で割って $$x=-2$$

(3) $$3(x-2)-5=-x+1$$
かっこをはずすと $$3x-6-5=-x+1$$
移項すると $$3x+x=1+6+5$$
すなわち $$4x=12$$
両辺を 4 で割って $$x=3$$

(4) $$5x-2(4x-3)=18$$
かっこをはずすと $$5x-8x+6=18$$
移項すると $$5x-8x=18-6$$
すなわち $$-3x=12$$
両辺を -3 で割って $$x=-4$$

(5) $$2x-4=7x-(x-8)$$
かっこをはずすと $$2x-4=7x-x+8$$
移項すると $$2x-7x+x=8+4$$
すなわち $$-4x=12$$
両辺を -4 で割って $$x=-3$$

(6) $$2x-2\{x-(1-x)\}=3x-8$$
かっこをはずすと $$2x-2(2x-1)=3x-8$$
$$2x-4x+2=3x-8$$
移項すると $$2x-4x-3x=-8-2$$
すなわち $$-5x=-10$$
両辺を -5 で割って $$x=2$$

(7) $$3x-[8x+6-\{7x-(5x+12)\}]=0$$
かっこをはずすと $$3x-\{8x+6-(2x-12)\}=0$$
$$3x-(6x+18)=0$$
$$-3x-18=0$$
移項すると $$-3x=18$$
両辺を -3 で割って $$x=-6$$

(8) $$0.5(3-x)-4(0.3x+0.65)+7.9=0$$

かっこをはずすと $$1.5-0.5x-1.2x-2.6+7.9=0$$

両辺に 10 をかけると $$15-5x-12x-26+79=0$$

整理すると $$-17x+68=0$$

移項すると $$-17x=-68$$

両辺を -17 で割って $$x=4$$

(9) $(2x+5):(2x-5)=13:3$ から

$$3(2x+5)=13(2x-5)$$

かっこをはずすと $$6x+15=26x-65$$

移項すると $$6x-26x=-65-15$$

すなわち $$-20x=-80$$

両辺を -20 で割って $$x=4$$

(10) $$x(x-3)=x(x-6)+9$$

かっこをはずすと $$x^2-3x=x^2-6x+9$$

移項して整理すると $$3x=9$$

両辺を 3 で割って $$x=3$$

(11) $$(x-1)^2+2=(x-1)(x-3)$$

かっこをはずすと $$x^2-2x+1+2=x^2-4x+3$$

移項して整理すると $$2x=0$$

両辺を 2 で割って $$x=0$$

(12) $$\frac{2x+1}{3}=\frac{1+x}{2}$$

両辺に 6 をかけて $$6\times\frac{2x+1}{3}=6\times\frac{1+x}{2}$$

$$2(2x+1)=3(1+x)$$

すなわち $$4x+2=3+3x$$

移項すると $$4x-3x=3-2$$

よって $$x=1$$

(13)
$$1-\frac{x-2}{6}=3-\frac{x}{2}$$
両辺に 6 をかけて $\quad 6\left(1-\frac{x-2}{6}\right)=6\left(3-\frac{x}{2}\right)$
$$6-(x-2)=18-3x$$
$$6-x+2=18-3x$$
移項すると $\quad -x+3x=18-6-2$

すなわち $\quad 2x=10$

両辺を 2 で割って $\quad x=5$

(14)
$$\frac{1}{2}-\frac{4-x}{3}=\frac{5}{6}$$
両辺に 6 をかけて $\quad 6\left(\frac{1}{2}-\frac{4-x}{3}\right)=6\times\frac{5}{6}$
$$3-2(4-x)=5$$
$$3-8+2x=5$$
移項して整理すると $\quad 2x=10$

両辺を 2 で割って $\quad x=5$

(15)
$$\frac{6x+2}{3}-\frac{4x-4}{6}=1$$
$$\frac{6x+2}{3}-\frac{2x-2}{3}=1$$
両辺に 3 をかけて $\quad 3\left(\frac{6x+2}{3}-\frac{2x-2}{3}\right)=3\times 1$
$$(6x+2)-(2x-2)=3$$
$$6x+2-2x+2=3$$
移項して整理すると $\quad 4x=-1$

両辺を 4 で割って $\quad x=-\frac{1}{4}$

(16)
$$\frac{2x-8}{11}-\frac{2x-6}{12}=\frac{5}{6}$$
$$\frac{2x-8}{11}-\frac{x-3}{6}=\frac{5}{6}$$
両辺に 66 をかけて $\quad 66\left(\frac{2x-8}{11}-\frac{x-3}{6}\right)=66\times\frac{5}{6}$
$$6(2x-8)-11(x-3)=55$$
$$12x-48-11x+33=55$$
よって $\quad x=70$

(17)
$$\frac{x+1}{3}-\frac{2(x+5)}{7}=-x+1$$
両辺に 21 をかけて
$$21\left\{\frac{x+1}{3}-\frac{2(x+5)}{7}\right\}=21(-x+1)$$
$$7(x+1)-6(x+5)=21(-x+1)$$
$$7x+7-6x-30=-21x+21$$
移項して整理すると
$$22x=44$$
両辺を 22 で割って
$$x=2$$

(18)
$$\frac{3x-5}{5}-\frac{7x-13}{6}=3-\frac{x+3}{2}$$
両辺に 30 をかけて
$$30\left(\frac{3x-5}{5}-\frac{7x-13}{6}\right)=30\left(3-\frac{x+3}{2}\right)$$
$$6(3x-5)-5(7x-13)=90-15(x+3)$$
$$18x-30-35x+65=90-15x-45$$
移項して整理すると
$$-2x=10$$
両辺を -2 で割って
$$x=-5$$

1.36

(1)
$$x+\frac{1}{2}>1$$
移項すると
$$x>1-\frac{1}{2}$$
よって
$$x>\frac{1}{2}$$

(2)
$$-x+3<-1$$
移項すると
$$-x<-1-3$$
整理すると
$$-x<-4$$
両辺を -1 で割って
$$x>4$$

(3)
$$-3x+2<5$$
移項すると
$$-3x<5-2$$
整理すると
$$-3x<3$$
両辺を -3 で割って
$$x>-1$$

(4)
$$3x+5<x-2$$
移項すると
$$3x-x<-2-5$$
整理すると
$$2x<-7$$
両辺を 2 で割って
$$x<-\frac{7}{2}$$

(5) $$x+3>-3x+7$$
移項すると $$x+3x>7-3$$
整理すると $$4x>4$$
両辺を 4 で割って $$x>1$$

(6) $$x-6<4x-3$$
移項すると $$x-4x<-3+6$$
整理すると $$-3x<3$$
両辺を -3 で割って $$x>-1$$

(7) $$4x-3>7x-6$$
移項すると $$4x-7x>-6+3$$
整理すると $$-3x>-3$$
両辺を -3 で割って $$x<1$$

1.37

(1) $$2(x+1)\leqq 4(x+2)$$
かっこをはずすと $$2x+2\leqq 4x+8$$
移項して整理すると $$-2x\leqq 6$$
両辺を -2 で割って $$x\geqq -3$$

(2) $$30+\frac{5}{6}x\leqq x+14$$
両辺に 6 をかけて $$6\left(30+\frac{5}{6}x\right)\leqq 6(x+14)$$
$$180+5x\leqq 6x+84$$
移項して整理すると $$-x\leqq -96$$
両辺を -1 で割って $$x\geqq 96$$

(3) $$-\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}<\frac{2}{3}x-\frac{5}{12}$$
両辺に 12 をかけて $$12\left(-\frac{1}{4}x+\frac{1}{3}\right)<12\left(\frac{2}{3}x-\frac{5}{12}\right)$$
$$-3x+4<8x-5$$
移項して整理すると $$-11x<-9$$
両辺を -11 で割って $$x>\frac{9}{11}$$

(4)
$$\frac{x}{2}-\frac{2}{3}x<26-\frac{3}{5}x$$

両辺に 30 をかけて
$$30\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}x\right)<30\left(26-\frac{3}{5}x\right)$$
$$15x-20x<780-18x$$

移項して整理すると
$$13x<780$$

両辺を 13 で割って
$$x<60$$

(5)
$$\frac{x+1}{2}>2(x+1)$$

両辺に 2 をかけて
$$2\times\frac{x+1}{2}>2\times 2(x+1)$$
$$(x+1)>4(x+1)$$

かっこをはずすと
$$x+1>4x+4$$

移項して整理すると
$$-3x>3$$

両辺を -3 で割って
$$x<-1$$

(6)
$$\frac{x-3}{4}+\frac{6-x}{2}>x$$

両辺に 4 をかけて
$$4\left(\frac{x-3}{4}+\frac{6-x}{2}\right)>4x$$
$$(x-3)+2(6-x)>4x$$

かっこをはずすと
$$x-3+12-2x>4x$$

移項して整理すると
$$-5x>-9$$

両辺を -5 で割って
$$x<\frac{9}{5}$$

(7)
$$\frac{x+3}{5}-\frac{4x-2}{15}+2x>0$$

両辺に 15 をかけて
$$15\left(\frac{x+3}{5}-\frac{4x-2}{15}+2x\right)>0$$
$$3(x+3)-(4x-2)+30x>0$$

かっこをはずすと
$$3x+9-4x+2+30x>0$$

移項して整理すると
$$29x>-11$$

両辺を 29 で割って
$$x>-\frac{11}{29}$$

(8)
$$\frac{3x-1}{5}-\frac{5-x}{2}>\frac{2}{3}+\frac{7(x-2)}{6}$$

両辺に 30 をかけて $\quad 30\left(\dfrac{3x-1}{5}-\dfrac{5-x}{2}\right)>30\left\{\dfrac{2}{3}+\dfrac{7(x-2)}{6}\right\}$

$$6(3x-1)-15(5-x)>20+35(x-2)$$

かっこをはずすと $\quad 18x-6-75+15x>20+35x-70$

移項して整理すると $\quad -2x>31$

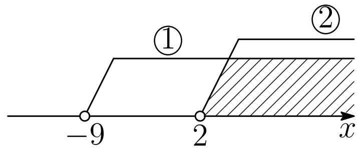
両辺を -2 で割って $\quad x<-\dfrac{31}{2}$

1.38

(1) $2x+4>x-5$ から $\quad x>-9 \quad \cdots①$

$3x+5>2x+7$ から $\quad x>2 \quad \cdots②$

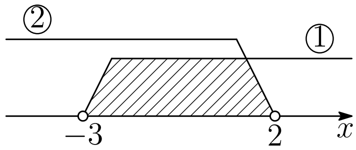
① と ② の共通部分を求めて $\quad x>2$



(2) $27-5x<60+6x$ から $\quad x>-3 \quad \cdots①$

$7x+6<5x+10$ から $\quad x<2 \quad \cdots②$

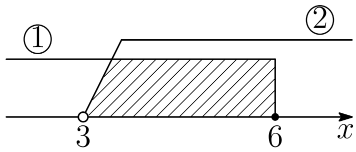
① と ② の共通部分を求めて $\quad -3<x<2$



(3) $2x+3\geqq 5x-15$ から $\quad x\leqq 6 \quad \cdots①$

$\dfrac{x+1}{2}+\dfrac{x}{3}>3$ から $\quad x>3 \quad \cdots②$

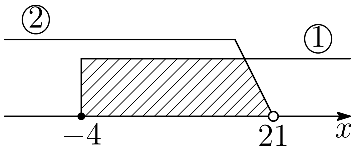
① と ② の共通部分を求めて $\quad 3<x\leqq 6$



(4) $\dfrac{4}{3}x+\dfrac{5}{6}\geqq\dfrac{1}{2}x-\dfrac{5}{2}$ から $\quad x\geqq -4 \quad \cdots①$

$6-\dfrac{x}{3}>2-\dfrac{x}{7}$ から $\quad x<21 \quad \cdots②$

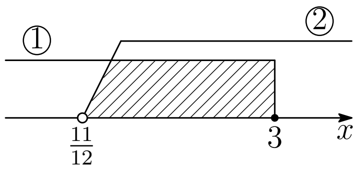
① と ② の共通部分を求めて $\quad -4\leqq x<21$



(5) $3x+8\geqq 5x+2$ から $\quad x\leqq 3 \quad \cdots①$

$x-\dfrac{2}{3}<3(x-1)+\dfrac{1}{2}$ から $\quad x>\dfrac{11}{12} \quad \cdots②$

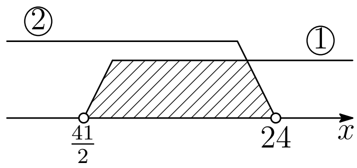
① と ② の共通部分を求めて $\quad \dfrac{11}{12}<x\leqq 3$



(6) $\dfrac{x-16}{3} > \dfrac{x-10}{7}$ から　　$x > \dfrac{41}{2}$　$\cdots$①

$4 + x > x + \dfrac{x-12}{3}$ から　$x < 24$　$\cdots$②

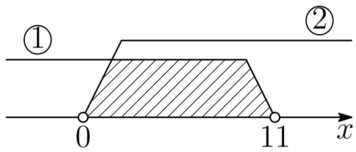
① と ② の共通部分を求めて　$\dfrac{41}{2} < x < 24$



(7) $4x - 6 < 3x + 5$ から　$x < 11$　$\cdots$①

$3x + 5 < 8x + 5$ から　$x > 0$　$\cdots$②

① と ② の共通部分を求めて　$0 < x < 11$



1.39

(1) $x(x+4) = 0$ から $x = 0, -4$

(2) $x(x+3) = 0$ から $x = 0, -3$

(3) $(x+3)(x-4) = 0$ から $x = -3,\ 4$

(4) $(x-1)(x-3) = 0$ から $x = 1,\ 3$

(5) $(x+2)(x+3) = 0$ から $x = -2, -3$

(6) $(x-3)(x-5) = 0$ から $x = 3,\ 5$

(7) $(x-5)(x+8) = 0$ から $x = 5, -8$

(8) $(x-4)(x-9) = 0$ から $x = 4,\ 9$

(9) $(x-1)^2 = 0$ から $x = 1$

(10) $(x+1)^2 = 0$ から $x = -1$

(11) $x^2 + 2x - 24 = 0$
$(x-4)(x+6) = 0$ から $x = 4, -6$

(12) $x^2 - 16x - 36 = 0$
$(x+2)(x-18) = 0$ から $x = -2,\ 18$

(13) $x^2 - 3x - 4 = 0$
$(x+1)(x-4) = 0$ から $x = -1,\ 4$

(14) $x^2 - 5x + 6 = 0$
$(x-2)(x-3) = 0$ から $x = 2,\ 3$

(15) $x^2+7x+6=0$

$(x+1)(x+6)=0$ から $x=-1,-6$

(16)
$$\begin{aligned}28+(2x+8)(x-5)&=(3x+3)(2x+4)\\2x^2-2x-12&=6x^2+18x+12\\-4x^2-20x-24&=0\\x^2+5x+6&=0\\(x+2)(x+3)&=0\\x&=-2,-3\end{aligned}$$

1.40

(1) $(x+2)(2x+1)=0$ から $x=-2,-\frac{1}{2}$

(2) $(x-2)(2x-1)=0$ から $x=2,\ \frac{1}{2}$

(3) $(x+1)(2x-1)=0$ から $x=-1,\ \frac{1}{2}$

(4) $(x-4)(2x+3)=0$ から $x=4,-\frac{3}{2}$

(5) $(x-4)(2x-1)=0$ から $x=4,\ \frac{1}{2}$

(6) $(x+6)(2x-1)=0$ から $x=-6,\ \frac{1}{2}$

(7) $(x+7)(2x+1)=0$ から $x=-7,-\frac{1}{2}$

(8) $(x-1)(3x+5)=0$ から $x=1,-\frac{5}{3}$

(9) $(x-2)(3x-1)=0$ から $x=2,\ \frac{1}{3}$

(10) $(x+4)(5x-2)=0$ から $x=-4,\ \frac{2}{5}$

(11) $(x-4)(5x+3)=0$ から $x=4,-\frac{3}{5}$

(12) $(2x-1)(3x-1)=0$ から $x=\frac{1}{2},\ \frac{1}{3}$

(13) $(2x+3)(3x-2)=0$ から $x=-\frac{3}{2},\ \frac{2}{3}$

(14) $(2x+5)(3x+2)=0$ から $x=-\dfrac{5}{2}, -\dfrac{2}{3}$

(15) $(2x-3)(3x-2)=0$ から $x=\dfrac{3}{2},\ \dfrac{2}{3}$

(16)
$$\begin{aligned} 8x^2-3x+1 &= 2x^2+4x+6 \\ 6x^2-7x-5 &= 0 \\ (2x+1)(3x-5) &= 0 \\ x &= -\frac{1}{2},\ \frac{5}{3} \end{aligned}$$

(17)
$$\begin{aligned} 0.3x^2-0.5x-1.2 &= 0 \\ 3x^2-5x-12 &= 0 \\ (x-3)(3x+4) &= 0 \\ x &= 3, -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

(18)
$$\begin{aligned} (x+1)(2x+3) &= 4x^2+5 \\ 2x^2+5x+3 &= 4x^2+5 \\ -2x^2+5x-2 &= 0 \\ 2x^2-5x+2 &= 0 \\ (x-2)(2x-1) &= 0 \\ x &= 2,\ \frac{1}{2} \end{aligned}$$

1.41

(1)
$$\begin{aligned} (x-2)^2 &= 9 \\ x-2 &= \pm 3 \\ x &= 2 \pm 3 \\ x &= 5, -1 \end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned} (x-1)^2 &= 144 \\ x-1 &= \pm 12 \\ x &= 1 \pm 12 \\ x &= 13, -11 \end{aligned}$$

1.42

(1)
$$\begin{aligned} x^2+2x-255 &= 0 \\ x^2+2\cdot 1x+1^2 &= 255+1^2 \\ (x+1)^2 &= 256 \\ x+1 &= \pm 16 \\ x &= -1 \pm 16 \\ x &= 15, -17 \end{aligned}$$

(2) $x^2 - 2x - 255 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 2{\cdot}1x + 1^2 &= 255 + 1^2 \\ (x-1)^2 &= 256 \\ x - 1 &= \pm 16 \\ x &= 1 \pm 16 \\ x &= 17, -15 \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} x^2 - x - 3.75 &= 0 \\ x^2 - 2{\cdot}\frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 &= 3.75 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 &= 4 \\ x - \frac{1}{2} &= \pm 2 \\ x &= \frac{1}{2} \pm 2 \\ x &= \frac{5}{2}, -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

1.43

(1) $x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4{\cdot}1{\cdot}11}}{2{\cdot}1} = \dfrac{7 \pm \sqrt{5}}{2}$

(2) $x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4{\cdot}2{\cdot}(-3)}}{2{\cdot}2} = \dfrac{-7 \pm \sqrt{73}}{4}$

(3) $x = \dfrac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4{\cdot}3{\cdot}5}}{2{\cdot}3} = \dfrac{10 \pm \sqrt{40}}{6} = \dfrac{10 \pm 2\sqrt{10}}{6} = \dfrac{5 \pm \sqrt{10}}{3}$

(4) $x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4{\cdot}2{\cdot}1}}{2{\cdot}2} = \dfrac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

(5) $x = \dfrac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4{\cdot}3{\cdot}2}}{2{\cdot}3} = \dfrac{8 \pm \sqrt{40}}{6} = \dfrac{8 \pm 2\sqrt{10}}{6} = \dfrac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

(6) $2x^2 + x - 5 = 0$ であるから

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4{\cdot}2{\cdot}(-5)}}{2{\cdot}2} = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

(7) $3x^2 + 8x - 4 = 0$ であるから

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4{\cdot}3{\cdot}(-4)}}{2{\cdot}3} = \frac{-8 \pm \sqrt{112}}{6} = \frac{-8 \pm 4\sqrt{7}}{6} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

(8) $3x^2-11x+3=0$ であるから

$$x=\frac{-(-11)\pm\sqrt{(-11)^2-4{\cdot}3{\cdot}3}}{2{\cdot}3}=\frac{11\pm\sqrt{85}}{6}$$

1.44

(1) 3 がこの方程式の解であるから　　$3^2+3{\cdot}3-a=0$

これを解くと　　$a=18$

このとき，方程式 $x^2+3x-18=0$ を解いて　$x=3,-6$

(答) 他の解 -6

(2) -1 がこの方程式の解であるから　$(-1)^2+a{\cdot}(-1)+2=0$

これを解くと　　$a=3$

このとき，方程式 $x^2+3x+2=0$ を解いて　$x=-1,-2$

(答) 他の解 -2

(3) $-\dfrac{1}{2}$ がこの方程式の解であるから　$2\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2-a\left(-\dfrac{1}{2}\right)-6=0$

これを解くと　　$a=11$

このとき，方程式 $2x^2-11x-6=0$ を解いて　$x=6,-\dfrac{1}{2}$

(答) 他の解 6

(4) 3 がこの方程式の解であるから　$3^2-m{\cdot}3-3(m+5)=0$

これを解くと　　$m=-1$

このとき，方程式 $x^2+x-12=0$ を解いて　$x=3,-4$

(答) 他の解 -4

(5) 2 がこの方程式の解であるから　$(a-1){\cdot}2^2-(a^2+1){\cdot}2+2(a+1)=0$

2 次方程式の x^2 の係数は 0 ではないから，$a\neq 1$ に注意してこれを解くと　$a=2$

このとき，方程式 $x^2-5x+6=0$ を解いて　$x=2,\ 3$

(答) $a=2$，他の解 3

1.45

(1) 重解をもつための条件は，係数について

$$\begin{aligned}(2k)^2-4\cdot1\cdot(8k+9)&=0\\4k^2-32k-36&=0\\k^2-8k-9&=0\end{aligned}$$

これを解いて　$k=-1,\ 9$

(2) 重解をもつための条件は，係数について

$$\begin{aligned}(m-3)^2-4(m+2)(2m-3)&=0\\-7m^2-10m+33&=0\\7m^2+10m-33&=0\end{aligned}$$

これを解いて　$m=-3,\ \dfrac{11}{7}$

(3) 重解をもつための条件は，係数について

$$\begin{aligned}\{-2(2k-1)\}^2-4\cdot1(k^2-2k+2)&=0\\12k^2-8k-4&=0\\3k^2-2k-1&=0\end{aligned}$$

これを解いて　$k=1,-\dfrac{1}{3}$

(4) 方程式を整理すると $x^2-2mx+(8m-15)=0$ であるから，この方程式が重解をもつための条件は，係数について

$$\begin{aligned}(-2m)^2-4\cdot1(8m-15)&=0\\4m^2-32m+60&=0\\m^2-8m+15&=0\end{aligned}$$

これを解いて　$m=3,\ 5$

1.46

(1) 1 辺の長さを x cm とすると，他の辺の長さは $(12-x)$cm であるから

$$x(12-x)=27$$

移項して整理すると　$x^2-12x+27=0$

これを解いて　$x=3,\ 9$

$x=3$ のとき $12-x=9$,　$x=9$ のとき $12-x=3$

よって，3cm と 9cm

(2) 小さい方の正方形の1辺の長さをx mとすると，大きい方の正方形の1辺の長さは$(x+3)$ mであるから

$$x^2+(x+3)^2=369$$

移項して整理すると　$x^2+3x-180=0$

これを解いて　$x=-15,\ 12 \quad \cdots①$

辺の長さは正であるから　$x>0$　かつ　$x+3>0$

よって　$x>0$

① のうち，$x>0$ に適するのは $x=12$，このとき $x+3=15$

よって，12m と 15m

(3) もとの長方形の横の長さをx mとすると，縦の長さは$(x+4)$ mである．これらを3mずつ短くした長方形の縦と横の長さは，それぞれ$(x-3)$ m，$(x+1)$ mであるから

$$(x-3)(x+1)=\frac{1}{2}x(x+4)-9$$

移項して整理すると　$x^2-8x+12=0$

これを解いて　$x=2,\ 6 \quad \cdots①$

辺の長さは正であるから　$x-3>0$　かつ　$x+1>0$

よって　$x>3$

① のうち，$x>3$ に適するのは $x=6$，このとき $x+4=10$

したがって，もとの長方形の面積は　$6\times 10=60$　　(答) 60m^2

(4) 長方形の横の長さをx cmとすると，縦の長さは$(x+5)$ cmである．この長方形の四隅を3cm×3cmずつ切り離してできる箱の横，縦，高さは，それぞれ$(x-2\cdot 3)$cm，$\{(x+5)-2\cdot 3\}$cm，3cmであるから

$$(x-2\cdot 3)\{(x+5)-2\cdot 3\}\cdot 3=72$$
$$(x-6)(x-1)\cdot 3=72$$

移項して整理すると　$x^2-7x-18=0$

これを解いて　$x=-2,\ 9 \quad \cdots①$

箱の辺の長さは正であるから　$x-2\cdot 3>0$　かつ　$(x+5)-2\cdot 3>0$

よって　$x>6$

① のうち，$x>6$ に適するのは $x=9$，このとき $x+5=14$

(答) 縦14cm，横9cm

2.1

(1) 面積は $\pi x^2\,\mathrm{cm}^2$，定義域は $x>0$

したがって　$y=\pi x^2\ (x>0)$

(2) $xy=80$，定義域は $x>0$

したがって　$y=\dfrac{80}{x}\ (x>0)$

(3) 縦の長さが $x\,\mathrm{cm}$ であるとき，横の長さは $(10-x)\,\mathrm{cm}$ である．

辺の長さは正であるから　$x>0$ かつ $10-x>0$

これから定義域は　$0<x<10$

面積は　$x(10-x)=-x^2+10x$

したがって　$y=-x^2+10x\ (0<x<10)$

y が x の 2 次関数であるものは　(1)，(3)

2.2

(1)
$$f(2)=-3\cdot2+2=-4$$
$$f(-1)=-3\cdot(-1)+2=5$$
$$f(0)=-3\cdot0+2=2$$

(2)
$$g(1)=2\cdot1^2+1+1=4$$
$$g(-2)=2\cdot(-2)^2+(-2)+1=7$$
$$g(0)=2\cdot0^2+0+1=1$$

2.3

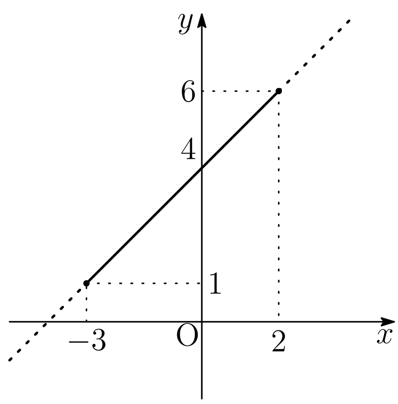
(1) この関数のグラフは，$y=x+4$ のグラフのうち，$-3\leqq x\leqq 2$ に対応する部分である．

$x=-3$ のとき　$y=-3+4=1$

$x=2$ のとき　$y=2+4=6$

よって，グラフは右の図の実線部分である．

値域は　$1\leqq y\leqq 6$



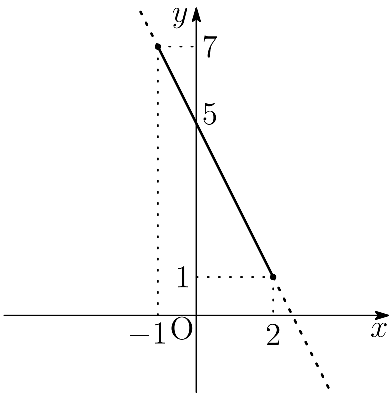
(2) この関数のグラフは，$y=-2x+5$ のグラフのうち，$-1 \leqq x \leqq 2$ に対応する部分である．

$x=-1$ のとき　　$y=-2\cdot(-1)+5=7$

$x=2$ のとき　　$y=-2\cdot 2+5=1$

よって，グラフは右の図の実線部分である．

値域は　　$1 \leqq y \leqq 7$



2.4

(1) $x=-1$ のとき　$y=3\cdot(-1)+1=-2$

$x=2$ のとき　$y=3\cdot 2+1=7$

よって，関数の値域は $-2 \leqq y \leqq 7$ である．

したがって　最大値は 7，最小値は -2 である．

(2) $x=0$ のとき　$y=-2\cdot 0+3=3$

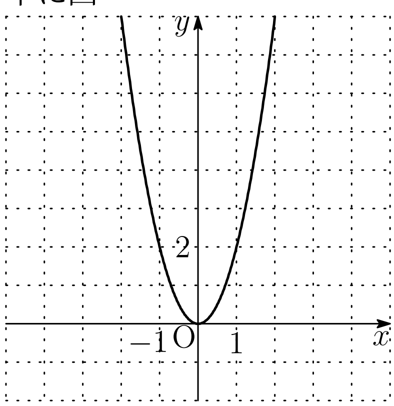
$x=4$ のとき　$y=-2\cdot 4+3=-5$

よって，関数の値域は $-5 \leqq y \leqq 3$ である．

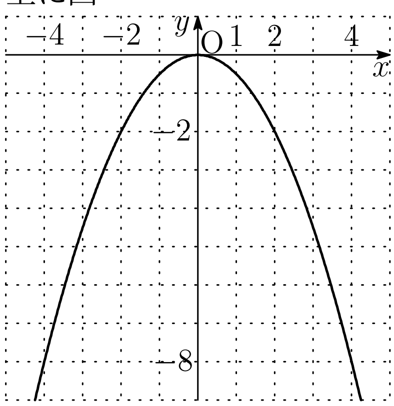
したがって　最大値は 3，最小値は -5 である．

2.5

(1)　下に凸



(2)　上に凸



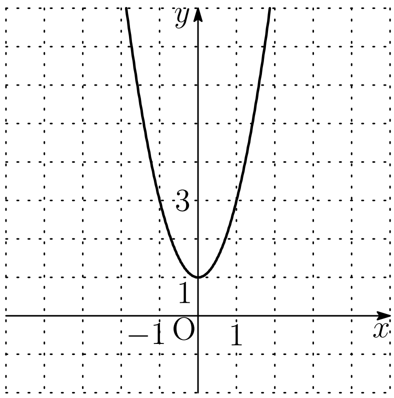
2.6 点 (2, 3) を通るから

$3=a\cdot 2^2$　これを解いて　$a=\dfrac{3}{4}$

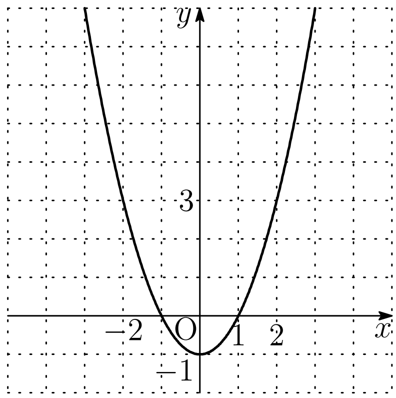
$y=\dfrac{3}{4}x^2$ において $y=12$ のとき　$12=\dfrac{3}{4}x^2$　を解いて　$x=\pm 4$

2.7

(1) 頂点 $(0,\ 1)$

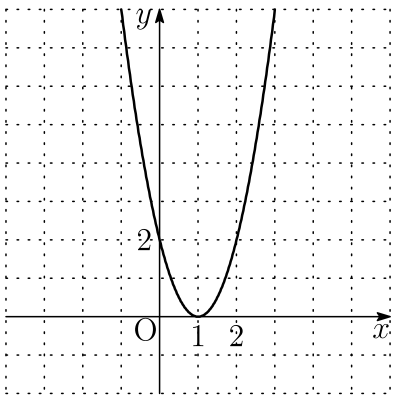


(2) 頂点 $(0, -1)$

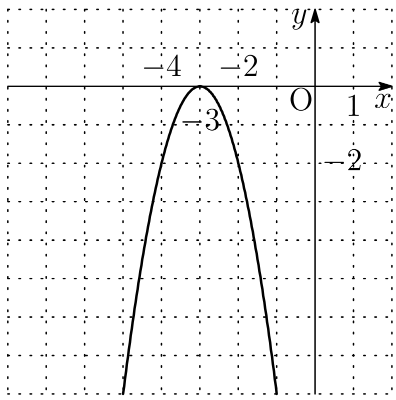


2.8

(1) 頂点 $(1,\ 0)$，軸 $x = 1$

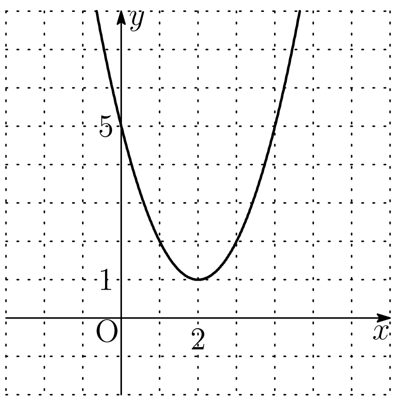


(2) 頂点 $(-3,\ 0)$，軸 $x = -3$

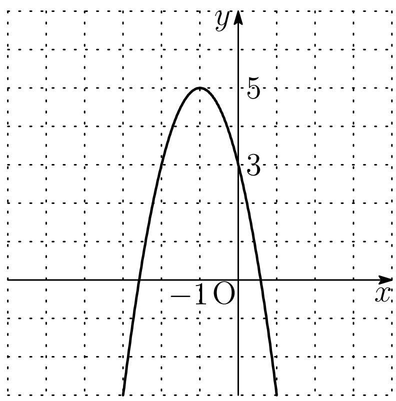


2.9

(1) 頂点 $(2,\ 1)$，軸 $x = 2$



(2) 頂点 $(-1,\ 5)$，軸 $x = -1$



2.10 $y = x^2$ の頂点 $(0,\ 0)$ が点 $(2,\ 1)$ に移動するから，求める 2 次関数は $y = (x-2)^2 + 1$ である．

2.11

(1) $x^2+6x=(x+3)^2-3^2$
$=(x+3)^2-9$

(2) $x^2-4x=(x-2)^2-2^2$
$=(x-2)^2-4$

(3) $x^2+2x-2=(x+1)^2-1^2-2$
$=(x+1)^2-3$

(4) $x^2-6x+5=(x-3)^2-3^2+5$
$=(x-3)^2-4$

(5) $2x^2+4x+3=2(x^2+2x)+3$
$=2\{(x+1)^2-1^2\}+3$
$=2(x+1)^2-2\cdot 1^2+3$
$=2(x+1)^2+1$

(6) $-x^2-6x-4=-(x^2+6x)-4$
$=-\{(x+3)^2-3^2\}-4$
$=-(x+3)^2+3^2-4$
$=-(x+3)^2+5$

(7) $2x^2+6x+1=2(x^2+3x)+1$
$$=2\left\{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+1$$
$$=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-2\left(\frac{3}{2}\right)^2+1$$
$$=2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{2}$$

(8) $-3x^2+3x-1=-3(x^2-x)-1$
$$=-3\left\{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}-1$$
$$=-3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+3\left(\frac{1}{2}\right)^2-1$$
$$=-3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$$

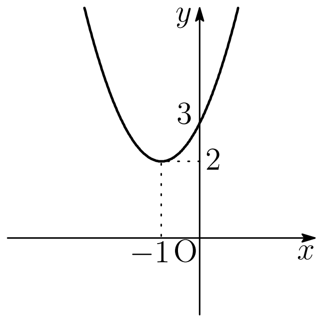
2.12

(1) $x^2+2x+3=(x+1)^2-1^2+3$

$$=(x+1)^2+2$$

よって　　$y=(x+1)^2+2$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である．頂点は点 $(-1,\ 2)$，軸は直線 $x=-1$ である．

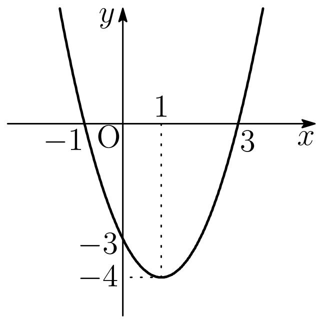


(2) $x^2-2x-3=(x-1)^2-1^2-3$

$$=(x-1)^2-4$$

よって　　$y=(x-1)^2-4$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である．頂点は点 $(1,-4)$，軸は直線 $x=1$ である．



(3) $2x^2+8x+3=2(x^2+4x)+3$

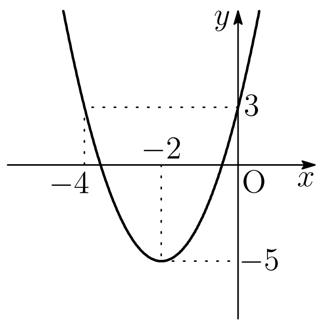
$$=2\left\{(x+2)^2-2^2\right\}+3$$

$$=2(x+2)^2-2\cdot2^2+3$$

$$=2(x+2)^2-5$$

よって　　$y=2(x+2)^2-5$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である．頂点は点 $(-2,-5)$，軸は直線 $x=-2$ である．



(4) $2x^2-4x-6=2(x^2-2x)-6$

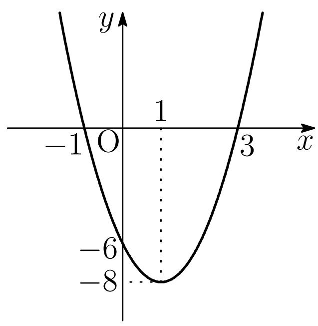
$$=2\left\{(x-1)^2-1^2\right\}-6$$

$$=2(x-1)^2-2\cdot1^2-6$$

$$=2(x-1)^2-8$$

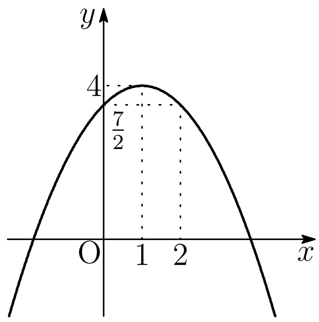
よって　　$y=2(x-1)^2-8$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である．頂点は点 $(1,-8)$，軸は直線 $x=1$ である．



(5) $-\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{7}{2}=-\dfrac{1}{2}(x^2-2x)+\dfrac{7}{2}$

$$=-\frac{1}{2}\{(x-1)^2-1^2\}+\frac{7}{2}$$
$$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{1}{2}\cdot 1^2+\frac{7}{2}$$
$$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+4$$

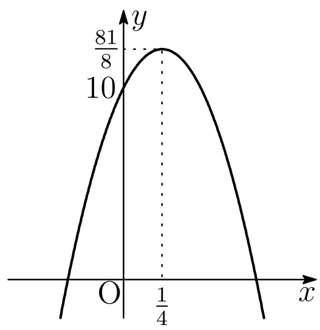


よって　　$y=-\dfrac{1}{2}(x-1)^2+4$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である．頂点は点$(1,\ 4)$，軸は直線 $x=1$ である．

(6) $-2x^2+x+10=-2\left(x^2-\dfrac{1}{2}x\right)+10$

$$=-2\left\{\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2\right\}+10$$
$$=-2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+2\left(\frac{1}{4}\right)^2+10$$
$$=-2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{81}{8}$$



よって　　$y=-2\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2+\dfrac{81}{8}$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である．頂点は点$\left(\dfrac{1}{4},\ \dfrac{81}{8}\right)$，軸は直線 $x=\dfrac{1}{4}$ である．

2.13

(1) $y=x^2$

(2) $y=x^2-2$

2.14

(1) $x=1$ で最小値 3 をとる．最大値はない．

(2) $y=(x+3)^2-2$ であるから

$x=-3$ で最小値 -2 をとる．最大値はない．

(3) $y=-(x-2)+5$ であるから

$x=2$ で最大値 5 をとる．最小値はない．

(4) $y=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$ であるから

$x=-\dfrac{1}{2}$ で最小値 $-\dfrac{1}{4}$ をとる．最大値はない．

(5) $y=-4(x-2)^2+48$ であるから

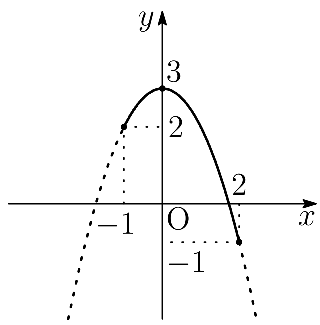
$x=2$ で最大値 48 をとる．最小値はない．

2.15

(1) $-1 \leqq x \leqq 2$ でのグラフは，右の図の実線部分である．よって，y は

$x=0$ で最大値 3 をとり，

$x=2$ で最小値 -1 をとる．



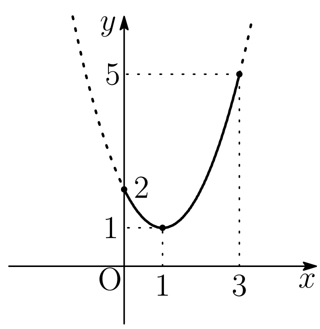
(2) $x^2-2x+2=(x-1)^2+1$ であるから

$$y=(x-1)^2+1$$

$0 \leqq x \leqq 3$ でのグラフは，右の図の実線部分である．よって，y は

$x=3$ で最大値 5 をとり，

$x=1$ で最小値 1 をとる．



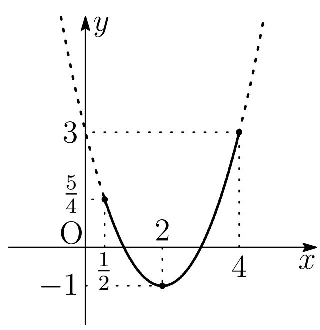
(3) $x^2-4x+3=(x-2)^2-1$ であるから

$$y=(x-2)^2-1$$

$\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 4$ でのグラフは，右の図の実線部分である．よって，y は

$x=4$ で最大値 3 をとり，

$x=2$ で最小値 -1 をとる．

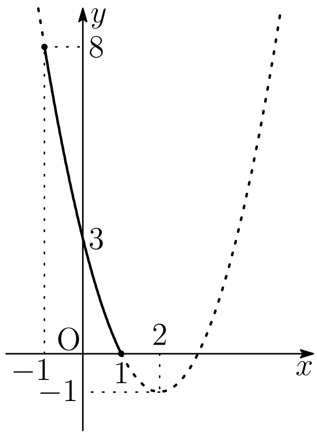


(4) $x^2-4x+3=(x-2)^2-1$ であるから

$$y=(x-2)^2-1$$

$-1 \leqq x \leqq 1$ でのグラフは，右の図の実線部分である．よって，y は

$x=-1$ で最大値 8 をとり，
$x=1$ で最小値 0 をとる．

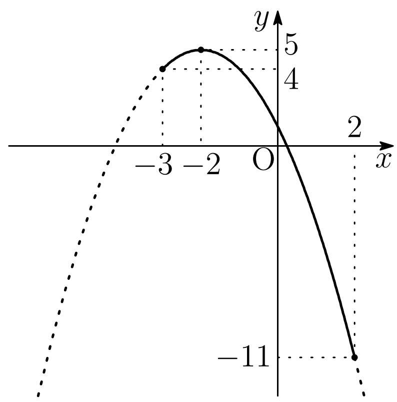


(5) $1-4x-x^2=-(x+2)^2+5$ であるから

$$y=-(x+2)^2+5$$

$-3 \leqq x \leqq 2$ でのグラフは，右の図の実線部分である．よって，y は

$x=-2$ で最大値 5 をとり，
$x=2$ で最小値 -11 をとる．



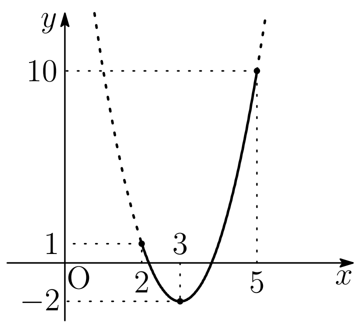
2.16 $3x^2-18x+25=3(x-3)^2-2$ であるから

$$y=3(x-3)^2-2$$

下に凸のグラフで，頂点は $(3,-2)$ である．

$2 \leqq x \leqq 5$ でのグラフは，右の図の実線部分である．よって，y は

$x=5$ で最大値 10 をとる．



放物線が原点において接するためには，頂点が原点にあるように平行移動すればよい．したがって，x 軸方向に -3，y 軸方向に 2 だけ平行移動する．
(答) 下，3，−2，10，−3，2

2.17 直角をはさむ 2 辺の 1 辺を x cm とすると，他の辺は $(24-x)$ cm．

$$x>0 \quad \text{かつ} \quad 24-x>0$$

すなわち　$0<x<24$　$\cdots$①

(1) 三角形の面積を S とすると

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}\cdot x(24-x) = -\frac{1}{2}(x^2-24x) \\ &= -\frac{1}{2}(x-12)^2+72 \end{aligned}$$

① において，S は $x=12$ で最大となり，このとき $24-x=12$

(答) 直角をはさむ 2 辺がともに 12cm

(2) 三角形の斜辺を l とすると，三平方の定理により

$$\begin{aligned} l^2 &= x^2+(24-x)^2 \\ &= 2x^2-48x+576 \\ &= 2(x-12)^2+288 \end{aligned}$$

① において，l は $x=12$ で最小となり，このとき $24-x=12$

(答) 直角をはさむ 2 辺がともに 12cm

2.18 $y=20t-5t^2=-5(t-2)^2+20$
したがって，$t=2$ のとき y は最大値 20 をとる．
(答) 2 秒後に最高点に達し，その高さは 20m

2.19 売価を $(100+x)$ 円にすると，１ヶ月あたりの売り上げは $(1600-20x)$ 個であるから，１ヶ月あたりの利益 y は

$$\begin{aligned} y &= \{(100+x)-70\}(1600-20x) \\ &= -20(x+30)(x-80) \\ &= -20(x^2-50x-2400) \\ &= -20(x-25)^2+60500 \end{aligned}$$

したがって，$x=25$ のとき y は最大となる．このとき，$100+x=125$
(答) 125 円

2.20 頂点が $(3,-5)$ であるから，求める関数は $y=a(x-3)^2-5$ とおける．
このグラフが $(5,\ 3)$ を通るから　　$3=4a-5$　　ゆえに　$a=2$
よって　　$y=2(x-3)^2-5$　すなわち　$y=2x^2-12x+13$

2.21

(1) 頂点が $(1,\ 4)$ であるから，求める関数は $y=a(x-1)^2+4$ とおける．

このグラフが $(-1,\ 0)$ を通るから　　$0=4a+4$　　ゆえに　$a=-1$

よって　　$y=-(x-1)^2+4$　すなわち　$y=-x^2+2x+3$

(2) 直線 $x=2$ を軸とするから，求める関数は $y=a(x-2)^2+q$ とおける．

このグラフが 2 点 $(0,\ 3)$，$(1,\ 0)$ を通るから

$$3=4a+q,\ 0=a+q \qquad \text{これを解くと}\quad a=1,\ q=-1$$

よって　　$y=(x-2)^2-1$　すなわち　$y=x^2-4x+3$

2.22

(1) $\begin{cases} x+y+z=11 & \cdots ① \\ 2x+3y+z=18 & \cdots ② \\ x+2y+z=14 & \cdots ③ \end{cases}$

② − ① から　$x+2y=7$　$\cdots$ ④

② − ③ から　$x+y=4$　$\cdots$ ⑤

④，⑤ を解くと　$x=1$，$y=3$

これらを ① に代入して　　$z=7$

(2) $\begin{cases} x+2y+4z=15 & \cdots ① \\ x+y+z=9 & \cdots ② \\ x+3y+9z=23 & \cdots ③ \end{cases}$

① − ② から　$y+3z=6$　$\cdots$ ④

③ − ② から　$2y+8z=14$　すなわち　$y+4z=7$　$\cdots$ ⑤

④，⑤ を解くと　$y=3$，$z=1$

これらを ② に代入して　　$x=5$

(3) $\begin{cases} 3x+y+z=-5 & \cdots ① \\ 4x+3y-z=-2 & \cdots ② \\ 5x+4y+z=6 & \cdots ③ \end{cases}$

① + ② から　$7x+4y=-7$　$\cdots$ ④

② + ③ から　$9x+7y=4$　$\cdots$ ⑤

④，⑤ を解くと　$x=-5$，$y=7$

これらを ① に代入して　　$z=3$

(4) $\begin{cases} 3x - y + 2z = 9 & \cdots ① \\ 2x + y - z = 7 & \cdots ② \\ x + 2y - 3z = 4 & \cdots ③ \end{cases}$

① + ② から　$5x + z = 16 \quad \cdots ④$

② × 2 − ③ から　$3x + z = 10 \quad \cdots ⑤$

④，⑤ を解くと　$x = 3,\ z = 1$

これらを ② に代入して　$y = 2$

2.23

(1) グラフが 3 点 $\left(2,\ \dfrac{7}{2}\right)$，$\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$，$(-2,\ \dfrac{3}{2})$ を通るから

$$\frac{7}{2} = 4a + 2b + c \qquad \cdots ①$$

$$\frac{1}{2} = c \qquad \cdots ②$$

$$\frac{3}{2} = 4a - 2b + c \qquad \cdots ③$$

② を ① に代入して　$4a + 2b = 3 \quad \cdots ④$

② を ③ に代入して　$4a - 2b = 1 \quad \cdots ⑤$

④，⑤ を解くと　$a = \dfrac{1}{2},\ b = \dfrac{1}{2}$

(2) 求める 2 次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とする．

グラフが 3 点 $(1,\ 1)$，$(0,\ 2)$，$(2,\ 4)$ を通るから

$$1 = a + b + c \qquad \cdots ①$$

$$2 = c \qquad \cdots ②$$

$$4 = 4a + 2b + c \qquad \cdots ③$$

② を ① に代入して　$a + b = -1 \quad \cdots ④$

② を ③ に代入して　$2a + b = 1 \quad \cdots ⑤$

④，⑤ を解くと　$a = 2,\ b = -3$

よって，求める 2 次関数は　$y = 2x^2 - 3x + 2$

(3) 求める 2 次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とする．

グラフが 3 点 $(1,\ 6)$，$(-3,\ 2)$，$(2,\ 12)$ を通るから

$$6 = a + b + c \qquad \cdots ①$$
$$2 = 9a - 3b + c \qquad \cdots ②$$
$$12 = 4a + 2b + c \qquad \cdots ③$$

② − ① から　$8a - 4b = -4$　すなわち　$2a - b = -1$　…④

② − ③ から　$5a - 5b = -10$　すなわち　$a - b = -2$　…⑤

④，⑤ を解くと　$a = 1$，$b = 3$

これらを ① に代入して　$c = 2$

よって，求める 2 次関数は　$y = x^2 + 3x + 2$

2.24

(1) 共有点の x 座標は，2 次方程式 $x^2 - 4x + 3 = 0$ の解である．

これを解くと　$x = 1,\ 3$

よって，求める共有点の座標は　$(1,\ 0)$，$(3,\ 0)$

(2) 共有点の x 座標は，2 次方程式 $-x^2 - 5x + 6 = 0$ の解である．

これを解くと　$x = -6,\ 1$

よって，求める共有点の座標は　$(-6,\ 0)$，$(1,\ 0)$

(3) 共有点の x 座標は，2 次方程式 $x^2 + 3x - 1 = 0$ の解である．

これを解くと　$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$

よって，求める共有点の座標は　$\left(\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2},\ 0\right)$

(4) 共有点の x 座標は，2 次方程式 $4x^2 + 4x + 1 = 0$ の解である．

これを解くと　$x = -\dfrac{1}{2}$

よって，求める共有点の座標は　$\left(-\dfrac{1}{2},\ 0\right)$

2.25

(1) y 軸上の点であるから $x=0$ を代入して，$y=2{\cdot}0^2-4{\cdot}0-6=-6$

(答) 0，-6

(2) x 軸との共有点の x 座標は，2 次方程式 $2x^2-4x-6=0$ の解である．

これを解くと　　$x=-1,\ 3$

(答) 0，-1，3

(3) $$\begin{aligned}2x^2-4x-6&=2(x^2-2x)-6\\&=2\{(x-1)^2-1^2\}-6\\&=2(x-1)^2-2{\cdot}1^2-6\\&=2(x-1)^2-8\end{aligned}$$

したがって，$y=2(x-1)^2-8$

(答) 1，1

(4) (答) 小，1，-8

2.26 y 軸との交点は，$x=0$ を代入して $y=-0^2-2{\cdot}0+2=2$　　C$(0,\ 2)$

$y=-(x+1)^2+3$ であるから　　B$(-1,\ 3)$

x 軸との共有点の x 座標は，2 次方程式 $-x^2-2x+2=0$ の解であるから

これを解くと　　$x=-1\pm\sqrt{3}$　　A$(-1-\sqrt{3},\ 0)$，D$(-1+\sqrt{3},\ 0)$

2.27

(1) $y=(x+2)^2-9$ であるから

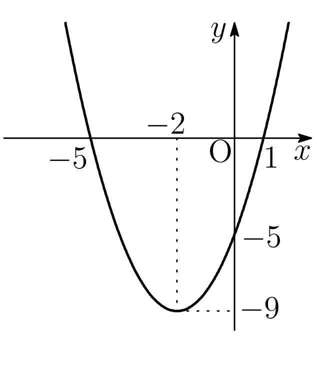
(答) $x=-2$ で最小値 -9，最大値なし

(2) y 軸との交点は，$x=0$ を代入して $y=-5$　　(答) $(0,-5)$

(3) x 軸との共有点の x 座標は，2 次方程式 $x^2+4x-5=0$ の解であるから

これを解いて　$x=-5,\ 1$　　(答) $(-5,\ 0)$，$(1,\ 0)$

(4)



2.28

(1) 求める 2 次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とする．

グラフが 3 点 $(-2,\ 48)$，$(1,\ 6)$，$(6,\ 16)$ を通るから

$$48 = 4a - 2b + c \quad \cdots ①$$
$$6 = a + b + c \quad \cdots ②$$
$$16 = 36a + 6b + c \quad \cdots ③$$

① − ② から　$3a - 3b = 42$　すなわち　$a - b = 14$　$\cdots$ ④

③ − ② から　$35a + 5b = 10$　すなわち　$7a + b = 2$　$\cdots$ ⑤

④，⑤ を解くと　$a = 2,\ b = -12$

これらを ② に代入して　$c = 16$

よって，求める 2 次関数は　$y = 2x^2 - 12x + 16$

(2) x 軸との共有点の x 座標は，2 次方程式 $2x^2 - 12x + 16 = 0$ の解である．

これを解いて　$x = 2,\ 4$　(答) $(2,\ 0)$，$(4,\ 0)$

(3)
$$\begin{aligned} 2x^2 - 12x + 16 &= 2(x^2 - 6x) + 16 \\ &= 2\{(x-3)^2 - 3^2\} + 16 \\ &= 2(x-3)^2 - 2\cdot 3^2 + 16 \\ &= 2(x-3)^2 - 2 \end{aligned}$$

よって　$y = 2(x-3)^2 - 2$

したがって，頂点の座標は $(3, -2)$

2.29

(1) $a = 2,\ b = 8,\ c = 5$

$$\begin{aligned} D &= b^2 - 4ac \\ &= 8^2 - 4\cdot 2\cdot 5 = 24 > 0 \end{aligned}$$

したがって，共有点の個数は 2 個

(2) $a = 2,\ b = -5,\ c = 4$

$$\begin{aligned} D &= b^2 - 4ac \\ &= (-5)^2 - 4\cdot 2\cdot 4 = -7 < 0 \end{aligned}$$

したがって，共有点の個数は 0 個

(3) $a=-3$，$b=1$，$c=2$

$D=b^2-4ac$

$\quad =1^2-4\cdot(-3)\cdot 2=25>0$

したがって，共有点の個数は 2 個

(4) $a=\dfrac{1}{3}$，$b=-2$，$c=3$

$D=b^2-4ac$

$\quad =(-2)^2-4\cdot\dfrac{1}{3}\cdot 3=0$

したがって，共有点の個数は 1 個

2.30 このグラフが x 軸に接するための条件は，係数について

$$(-a)^2-4\cdot 1\cdot 1=0 \qquad \text{すなわち} \qquad a^2-4=0$$

ゆえに，a の値は　　$a=\pm 2$

接点の x 座標は　　$x=-\dfrac{-a}{2\cdot 1}=\dfrac{a}{2}$

よって，接点の座標は　$a=2$ のとき $(1,\ 0)$，$a=-2$ のとき $(-1,\ 0)$

2.31 $y=\dfrac{1}{4}x^2+3x+m$ の係数について　　$D=3^2-4\cdot\dfrac{1}{4}\cdot m=9-m$

(1) グラフが x 軸と共有点をもつための条件は

$$9-m\geqq 0 \qquad \text{よって} \quad m\leqq 9$$

(2) グラフが x 軸と共有点をもたないための条件は

$$9-m<0 \qquad \text{よって} \quad m>9$$

2.32

(1) $0<x<1$

(2) $(x+1)(x-4)<0$ から $-1<x<4$

(3) $(x+1)(x-4)>0$ から $x<-1,\ 4<x$

(4) $(x+6)(x-1)<0$ から $-6<x<1$

(5) $(x+1)(x-6)\leqq 0$ から $-1\leqq x\leqq 6$

(6) $(x+5)(x-2)>0$ から $x<-5,\ 2<x$

(7) $(x+2)(x-5)>0$ から $x<-2,\ 5<x$

(8) $(x+2)(x-3)<0$ から $-2<x<3$

(9) $(x+1)(x-5)>0$ から $x<-1,\ 5<x$

(10) $(x+3)(x-4)>0$ から $x<-3,\ 4<x$

(11) $(x+3)(x-1)<0$ から $-3<x<1$

(12) $(x+6)(x-9)<0$ から $-6<x<9$

(13) $-\dfrac{1}{2}<x<5$

(14) $(x-5)(2x+1)>0$ から $x<-\dfrac{1}{2},\ 5<x$

(15) $(x+3)(2x+1)<0$ から $-3<x<-\dfrac{1}{2}$

(16) $(x-2)(2x-1)>0$ から $x<\dfrac{1}{2},\ 2<x$

(17) $(x-4)(2x+1)<0$ から $-\dfrac{1}{2}<x<4$

(18) $(2x+1)(3x-5)>0$ から $x<-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{3}<x$

(19) $(2x-3)(3x+4)\leqq 0$ から $-\dfrac{4}{3}\leqq x\leqq\dfrac{3}{2}$

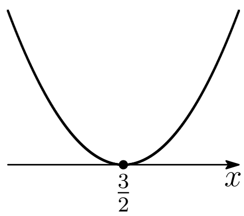
(20) 2 次方程式 $2x^2+4x-1=0$ を解いて　$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$

したがって，求める 2 次不等式の解は　$x<\dfrac{-2-\sqrt{6}}{2},\ \dfrac{-2+\sqrt{6}}{2}<x$

2.33 $4x^2-12x+9=0$ を解くと　$x=\dfrac{3}{2}$

$y=4x^2-12x+9$ のグラフは，右の図のように

x 軸と点 $\left(\dfrac{3}{2},\ 0\right)$ で接する．したがって，



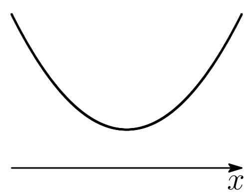
(1)　$4x^2-12x+9\geqq 0$ の解は　すべての実数

(2)　$4x^2-12x+9>0$ の解は　$\dfrac{3}{2}$ 以外のすべての実数

(3)　$4x^2-12x+9\leqq 0$ の解は　$x=\dfrac{3}{2}$

(4)　$4x^2-12x+9<0$ の解は　ない

2.34 係数について　$(-2)^2-4\cdot1\cdot3=-8<0$



$y=x^2-2x+3$ のグラフは，右の図のように

x 軸と共有点をもたない．したがって，

(1)　$x^2-2x+3 \geqq 0$ の解は　すべての実数

(2)　$x^2-2x+3>0$ の解は　すべての実数

(3)　$x^2-2x+3 \leqq 0$ の解は　ない

(4)　$x^2-2x+3<0$ の解は　ない

2.35

(1) 左辺を -1 でくくると　$-x(x-1)<0$

両辺に -1 をかけると　$x(x-1)>0$

したがって　$x<0,\ 1<x$

(2) 両辺に -1 をかけると　$x^2-14x-72<0$

よって　$(x+4)(x-18)<0$

したがって　$-4<x<18$

(3) 両辺を 3 で割ると　$3x^2-x-4 \leqq 0$

よって　$(x+1)(3x-4) \leqq 0$

したがって　$-1 \leqq x \leqq \dfrac{4}{3}$

(4) 両辺に -1 をかけると　$4x^2+4x-3 \geqq 0$

よって　$(2x+3)(2x-1) \geqq 0$

したがって　$x \leqq -\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{2} \leqq x$

(5) 移項して整理すると　$x^2-7x+12>0$

よって　$(x-3)(x-4)>0$

したがって　$x<3,\ 4<x$

(6) 移項して整理すると　$6x^2-7x-5>0$

よって　$(2x+1)(3x-5)>0$

したがって　$x<-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{3}<x$

(7) 移項して整理すると　$-3x^2+10x-3>0$

両辺に -1 をかけると　$3x^2-10x+3<0$

よって　$(x-3)(3x-1)<0$

したがって　$\dfrac{1}{3}<x<3$

(8) 移項して整理すると　$4x^2-3x-1<0$

よって　$(x-1)(4x+1)<0$

したがって　$-\dfrac{1}{4}<x<1$

(9) 展開して　$x-x^2<2x+x^2$

移項して整理すると　$-2x^2-x<0$

両辺に -1 をかけると　$2x^2+x>0$

よって　$x(2x+1)>0$

したがって　$x<-\dfrac{1}{2},\ 0<x$

(10) 移項して整理すると　$x^2-2x-24\geqq 0$

よって　$(x+4)(x-6)\geqq 0$

したがって　$x\leqq -4,\ 6\leqq x$

(11) 移項して　$x^2-2x-5\leqq 0$

2 次方程式 $x^2-2x-5=0$ を解いて $x=1\pm\sqrt{6}$

したがって，求める 2 次不等式の解は　$1-\sqrt{6}\leqq x\leqq 1+\sqrt{6}$

(12) 2 次方程式 $x^2-4x+4=0$ の解は $x=2$

したがって，求める 2 次不等式の解は　2 以外のすべての実数

(13) 2 次方程式 $x^2-2x+1=0$ の解は $x=1$

したがって，求める 2 次不等式の解は　$x=1$

(14) 2 次方程式 $x^2-2x+2=0$ の係数について

$$D=(-2)^2-4\cdot1\cdot2=-4<0$$

したがって，求める 2 次不等式の解は　ない

2.36

(1) 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつための条件は，係数について

$$a^2-4\cdot1(-a+3)>0$$

式を整理して　$a^2+4a-12>0$

ゆえに　$(a+6)(a-2)>0$

したがって　$a<-6,\ 2<a$

(2) 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつための条件は，係数について

$$(k-1)^2-4{\cdot}4{\cdot}1>0$$

式を整理して　$k^2-2k-15>0$

ゆえに　$(k+3)(k-5)>0$

したがって　$k<-3,\ 5<k$

(3) 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつための条件は，係数について

$$\{-2(k-4)\}^2-4{\cdot}1{\cdot}2k>0$$

式を整理して　$4k^2-40k+64>0$

4 で割って　$k^2-10k+16>0$

ゆえに　$(k-2)(k-8)>0$

したがって　$k<2,\ 8<k$

2.37

(1) 第 1 式から　$2x-3 \leqq 4(x+1)$

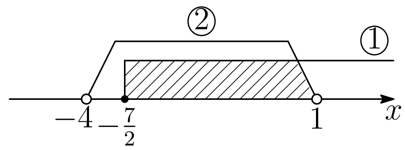
これを解くと　$x \geqq -\dfrac{7}{2}$　$\cdots$①

第 2 式から　$(x+4)(x-1)<0$

これを解くと　$-4<x<1$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-\frac{7}{2} \leqq x < 1$$



(2) 第 1 式から　$(x-2)(x-5)<0$

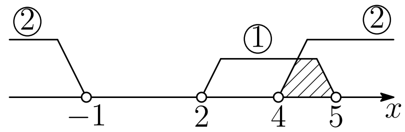
これを解くと　$2<x<5$　$\cdots$①

第 2 式から　$(x+1)(x-4)>0$

これを解くと　$x<-1,\ 4<x$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$4<x<5$$



(3) 第 1 式から　$(x+3)(x-4)<0$

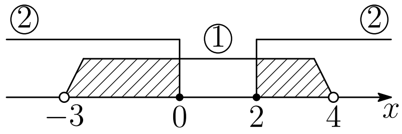
これを解くと　$-3<x<4$　$\cdots$①

第 2 式から　$x(x-2) \geqq 0$

これを解くと　$x \leqq 0,\ 2 \leqq x$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-3<x \leqq 0,\ 2 \leqq x<4$$



(4) 第 1 式から　$(x+3)(x-2)<0$

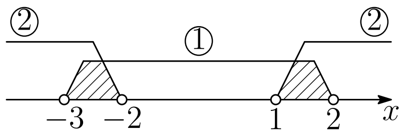
これを解くと　$-3<x<2$　$\cdots$①

第 2 式から　$(x+2)(x-1)>0$

これを解くと　$x<-2,\ 1<x$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-3<x<-2,\ 1<x<2$$



(5) 第 1 式から　$(x+5)(x-7)<0$

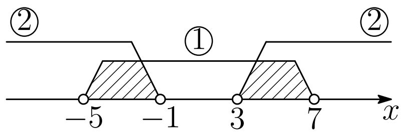
これを解くと　$-5<x<7$　$\cdots$①

第 2 式から　$(x+1)(x-3)>0$

これを解くと　$x<-1,\ 3<x$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-5<x<-1,\ 3<x<7$$



(6) 第 1 式から　$(x+3)(x-1)<0$

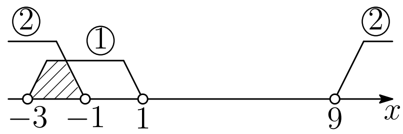
これを解くと　$-3<x<1$　$\cdots$①

第 2 式から　$(x+1)(x-9)>0$

これを解くと　$x<-1,\ 9<x$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-3<x<-1$$



(7) 第 1 式から　$(x+2)(x-5)<0$

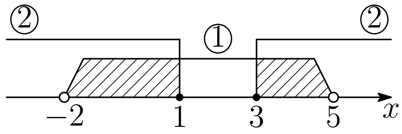
これを解くと　$-2<x<5$　$\cdots$①

第 2 式から　$(x-1)(x-3) \geqq 0$

これを解くと　$x \leqq 1,\ 3 \leqq x$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-2<x \leqq 1,\ 3 \leqq x<5$$



(8) 第 1 式から　$x^2-x-6>0$

$(x+2)(x-3)>0$

これを解くと　$x<-2,\ 3<x$　$\cdots$①

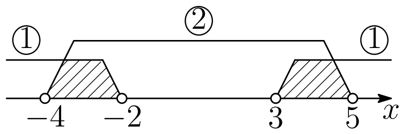
第 2 式から　$x^2-x-20<0$

$(x+4)(x-5)<0$

これを解くと　$-4<x<5$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-4<x<-2,\ 3<x<5$$



(9) 第 1 式から　$x^2-x-20<0$

$(x+4)(x-5)<0$

これを解くと　$-4<x<5$　$\cdots$①

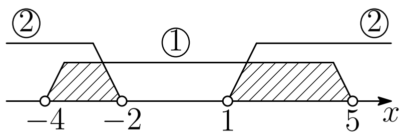
第 2 式から　$x^2+x-2>0$

$(x+2)(x-1)>0$

これを解くと　$x<-2,\ 1<x$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$-4<x<-2,\ 1<x<5$$



(10) $2x<x+3$ から　$x<3$　$\cdots$①

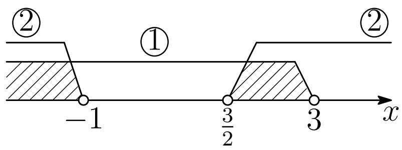
$x+3<2x^2$ から　$2x^2-x-3>0$

$(x+1)(2x-3)>0$

これを解くと　$x<-1,\ \dfrac{3}{2}<x$　$\cdots$②

① と ② の共通範囲を求めて

$$x<-1,\ \frac{3}{2}<x<3$$



(11) 第 1 式から　$(x-2)(3x+2)>0$

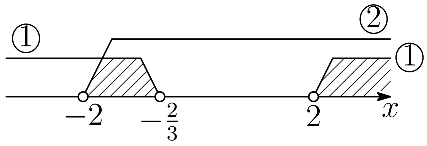
これを解くと　$x<-\dfrac{2}{3},\ 2<x \quad \cdots ①$

第 2 式から　$5(4-x)<3(8-x)$

これを解くと　$x>-2 \quad \cdots ②$

① と ② の共通範囲を求めて

$$-2<x<-\frac{2}{3},\ 2<x$$



(12) 第 1 式から　$(x+5)(x-4)<0$

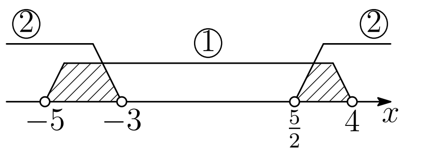
これを解くと　$-5<x<4 \quad \cdots ①$

第 2 式から　$(x+3)(2x-5)>0$

これを解くと　$x<-3,\ \dfrac{5}{2}<x \quad \cdots ②$

① と ② の共通範囲を求めて

$$-5<x<-3,\ \frac{5}{2}<x<4$$



(13) 第 1 式から　$(x-1)(x-7)<0$

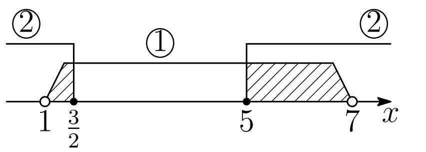
これを解くと　$1<x<7 \quad \cdots ①$

第 2 式から　$(x-5)(2x-3)\geqq 0$

これを解くと　$x\leqq\dfrac{3}{2},\ 5\leqq x \quad \cdots ②$

① と ② の共通範囲を求めて

$$1<x\leqq\frac{3}{2},\ 5\leqq x<7$$



(14) 第 1 式から　$(x+7)(x-5)<0$

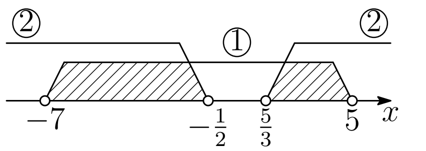
これを解くと　$-7<x<5 \quad \cdots ①$

第 2 式から　$(2x+1)(3x-5)>0$

これを解くと　$x<-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{3}<x \quad \cdots ②$

① と ② の共通範囲を求めて

$$-7<x<-\frac{1}{2},\ \frac{5}{3}<x<5$$



(15) 第 1 式から　$3x^2 - 8x + 4 < 0$

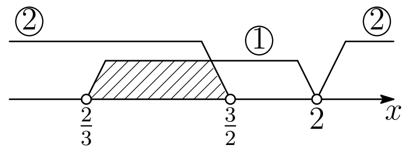
$$(x-2)(3x-2) < 0$$

これを解くと　$\dfrac{2}{3} < x < 2 \quad \cdots ①$

第 2 式から　$2x^2 - 7x + 6 > 0$

$$(x-2)(2x-3) > 0$$

これを解くと　$x < \dfrac{3}{2},\ 2 < x \quad \cdots ②$



① と ② の共通範囲を求めて

$$\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}$$

(16) $-5 < x^2 + 2x - 8$ から

$$x^2 + 2x - 3 > 0$$

$$(x+3)(x-1) > 0$$

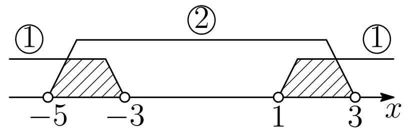
これを解くと　$x < -3,\ 1 < x \quad \cdots ①$

$x^2 + 2x - 8 < 7$ から

$$x^2 + 2x - 15 < 0$$

$$(x+5)(x-3) < 0$$

これを解くと　$-5 < x < 3 \quad \cdots ②$



① と ② の共通範囲を求めて

$$-5 < x < -3,\ 1 < x < 3$$

2.38

(1) 一方の辺の長さを x cm とすると，他方の辺の長さは $(13-x)$cm である．

$x > 0$ かつ $13 - x > 0$ から

$$0 < x < 13 \quad \cdots ①$$

長方形の面積が 40cm^2 より小さいので

$$x(13-x) < 40$$

整理すると　$x^2 - 13x + 40 > 0$

これを解くと　$x < 5,\ 8 < x \quad \cdots ②$

① と ② の共通範囲を求めて　$0 < x < 5,\ 8 < x < 13$

(答) 一辺の長さを　5cm より短くするか，8cm より長く 13cm より短くする．

(2) 一方の辺の長さを x cm とすると，他方の辺の長さは $(25-x)$cm である．

$x>0$ かつ $25-x>0$ から

$$0<x<25 \quad \cdots ①$$

長方形の面積が 100cm^2 以上であるから

$$x(25-x) \geqq 100$$

整理すると　$x^2-25x+100 \leqq 0$

これを解くと　　$5 \leqq x \leqq 20 \quad \cdots ②$

① と ② の共通範囲を求めて　　$5 \leqq x \leqq 20$

(答) 一辺の長さを　5cm 以上 20cm 以下にする．

(3) これらの 2 次方程式が，ともに異なる 2 つの実数解をもつとき，係数について

$$\begin{cases} 4^2-4\cdot1\cdot(-m^2-5m)>0 \\ (-2m)^2-4\cdot1\cdot(2m^2-16)>0 \end{cases}$$

第 1 式から　　$4m^2+20m+16>0$
4 で割って　　$m^2+5m+4>0$
これを解いて　　$m<-4,\ -1<m \quad \cdots ①$

第 2 式から　　$-4m^2+64>0$
-4 で割って　　$m^2-16<0$
これを解いて　　$-4<m<4 \quad \cdots ②$

① と ② の共通範囲を求めて　　$-1<m<4$

3.1

(1) $\sin\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{2}{\sqrt{29}}, \quad \cos\theta = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{5}{\sqrt{29}}, \quad \tan\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{2}{5}$

(2) $\sin\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{4}{5}, \quad \cos\theta = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{3}{5}, \quad \tan\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{4}{3}$

3.2

(1) $\mathrm{AB}^2 = 12^2 + 5^2 = 169$　したがって　$\mathrm{AB} = \sqrt{169} = 13$

$\sin\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{12}{13}, \quad \cos\theta = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{5}{13}, \quad \tan\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{12}{5}$

(2) $\mathrm{BC}^2 = 17^2 - 15^2 = 64$　したがって　$\mathrm{BC} = \sqrt{64} = 8$

$\sin\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{8}{17}, \quad \cos\theta = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{15}{17}, \quad \tan\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{8}{15}$

3.3 $\mathrm{BC}^2 = 3^2 - 1^2 = 8$　すなわち　$\mathrm{BC} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\sin A = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \tan A = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{1} = 2\sqrt{2}$

3.4 $\tan 30^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{3}}, \quad \sin 45^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$

3.5

θ	30°	45°	60°
$\sin\theta$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

3.6 $\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{BAD}$ であるから $\triangle\mathrm{ABD}$ は二等辺三角形である．

よって　$\mathrm{BD} = \mathrm{AD} = 2$，$\mathrm{BC} = \mathrm{BD} + \mathrm{DC} = 2 + \sqrt{3}$

したがって　$\tan 15^\circ = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = \dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2 - \sqrt{3}$

3.7 (1) $\sin 36^\circ = 0.5878$　(2) $\cos 54^\circ = 0.5878$　(3) $\tan 15^\circ = 0.2679$

3.8 (1) $\theta = 23^\circ$　(2) $\theta = 37^\circ$　(3) $\theta = 51^\circ$

3.9

(1) 図から　　$\cos\theta = \dfrac{7}{8} = 0.875$

三角比の表から，$\cos\theta$ の値が 0.875 に近い θ を求めると　　$\theta \fallingdotseq 29^\circ$

(2) 図から　　$\tan\theta = \dfrac{2}{5} = 0.4$

三角比の表から，$\tan\theta$ の値が 0.4 に近い θ を求めると　　$\theta \fallingdotseq 22^\circ$

3.10

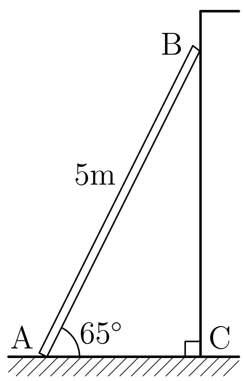
(1) $\mathrm{BC} = 10 \times \sin 60^\circ = 10 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$,　$\mathrm{AC} = 10 \times \cos 60^\circ = 10 \times \dfrac{1}{2} = 5$

(2) $\mathrm{BC} = 6 \times \tan 60^\circ = 6 \times \dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

3.11 右の図において

$$\begin{aligned}\mathrm{BC} &= \mathrm{AB}\sin 65^\circ \\ &= 5 \times 0.9063 \\ &= 4.5315 \fallingdotseq 4.5\end{aligned}$$

よって，地面からはしごの上端までの高さ BC は　　4.5m



3.12 OC を x m とすると，AC は $(30 + x)$ m となる．

$\triangle$ABC において $\mathrm{OC} = \mathrm{AC}\tan 30^\circ$ であるから

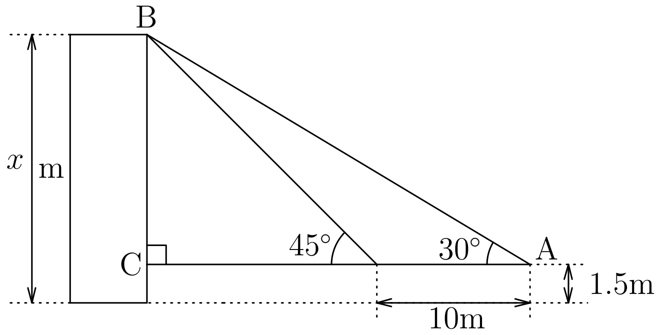
$$x = (30 + x) \times \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{整理して} \quad (\sqrt{3} - 1)x = 30$$

したがって

$$x = \frac{30}{\sqrt{3} - 1} = 15(\sqrt{3} + 1)$$

よって，OC 間の距離は　　$15(\sqrt{3} + 1)$ m

3.13 下の図において，BC を h m とすると，AC は $(10+h)$ m となる．



$\triangle$ABC において BC $=$ AC $\tan 30^\circ$ であるから

$$h=(10+h)\times\frac{1}{\sqrt{3}}\quad 整理して\quad (\sqrt{3}-1)h=10$$

したがって

$$h=\frac{10}{\sqrt{3}-1}=5(\sqrt{3}+1)=5\times 2.732=13.66 \fallingdotseq 13.7$$

よって，建物の高さ x は　　$13.7+1.5=15.2$ (m)

3.14 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から

$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$$

θ が鋭角のとき，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$$

また　　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\dfrac{3}{5}\div\dfrac{4}{5}=\dfrac{3}{4}$

3.15 $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ から

$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{9}$$

$0^\circ<\theta<90^\circ$ のとき，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{8}{9}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

3.16 $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から

$$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}$$
$$=1\div(1+3^2)=\frac{1}{10}$$

θ が鋭角のとき，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{1}{10}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$$

また　$\sin\theta=\tan\theta\times\cos\theta=3\times\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

3.17 $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から

$$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}$$
$$=1\div\left\{1+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}=\frac{4}{13}$$

θ が鋭角のとき，$\cos\theta>0$ であるから

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{4}{13}}=\frac{2}{\sqrt{13}}$$

また　$\sin\theta=\tan\theta\times\cos\theta=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$

3.18

(1) $55^\circ=90^\circ-35^\circ$ であるから　$\sin 55^\circ=\cos 35^\circ$

(2) $70^\circ=90^\circ-20^\circ$ であるから　$\cos 70^\circ=\sin 20^\circ$

(3) $63^\circ=90^\circ-27^\circ$ であるから　$\tan 63^\circ=\dfrac{1}{\tan 27^\circ}$

3.19

(1) $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$

(2) $\tan 45^\circ-\cos 60^\circ=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

(3) $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ+\tan 45^\circ=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+1=2$

(4) $\tan 45^\circ\sin 60^\circ=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $4(\sin 30^\circ)(\cos 45^\circ) = 4 \times \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

(6) $\quad (1 + \sin 45^\circ + \sin 30^\circ)(1 - \cos 45^\circ + \cos 60^\circ)$

$$= \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{4} - \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$$

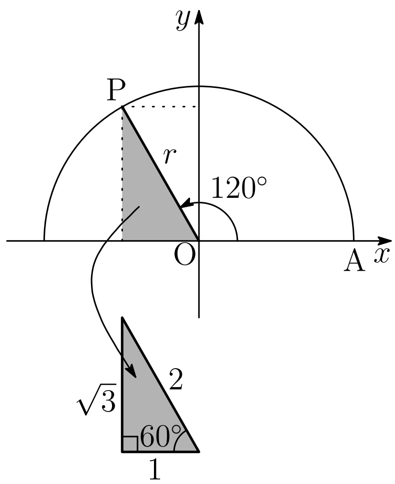
(7) $\dfrac{\sin 45^\circ - \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ + \cos 60^\circ} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{2}\right) \div \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{2}-1}{2} \div \dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$

$$= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = 3 - 2\sqrt{2}$$

(8) $\sin^2 23^\circ + \sin^2 67^\circ = \sin^2 23^\circ + \cos^2 23^\circ = 1$

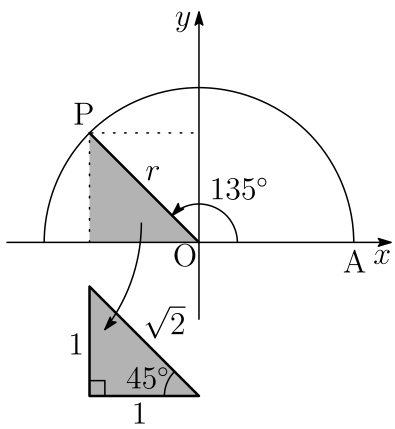
3.20

(1) 右の図で，$\angle \mathrm{AOP} = 120^\circ$ とする．
半円の半径を $r = 2$ にとると，
点 P の座標は $(-1, \sqrt{3})$ である．
そこで $x = -1$，$y = \sqrt{3}$ として



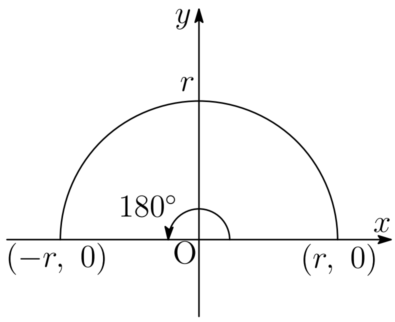
$$\sin 120^\circ = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\cos 120^\circ = \frac{x}{r} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$
$$\tan 120^\circ = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{3}$$

(2) 右の図で，$\angle \mathrm{AOP} = 135^\circ$ とする．
半円の半径を $r = \sqrt{2}$ にとると，
点 P の座標は $(-1,\ 1)$ である．
そこで $x = -1$，$y = 1$ として



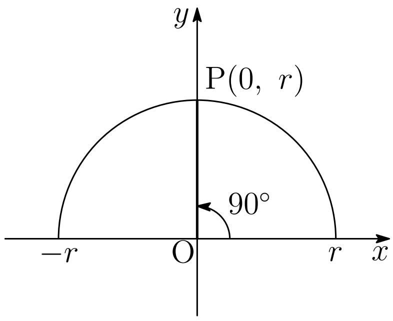
$$\sin 135^\circ = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\cos 135^\circ = \frac{x}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\tan 135^\circ = \frac{y}{x} = \frac{1}{-1} = -1$$

(3) (4) 半円の半径を r にとると，
$\theta = 0°$，$180°$ のとき，点 P の座標は，
それぞれ $(r,\ 0)$，$(-r,\ 0)$ である．



$$\sin 0° = \frac{y}{r} = \frac{0}{r} = 0$$
$$\cos 0° = \frac{x}{r} = \frac{r}{r} = 1$$
$$\tan 0° = \frac{y}{x} = \frac{0}{r} = 0$$
$$\sin 180° = \frac{y}{r} = \frac{0}{r} = 0$$
$$\cos 180° = \frac{x}{r} = \frac{-r}{r} = -1$$
$$\tan 180° = \frac{y}{x} = \frac{0}{-r} = 0$$

3.21 半円の半径を r にとると，
$\theta = 90°$ のとき，点 P の座標は，
$(0,\ r)$ である．



$$\sin 90° = \frac{y}{r} = \frac{r}{r} = 1$$

3.22

(1) $\sin 130° = \sin 50° = 0.7660$

(2) $\cos 144° = -\cos 36° = -0.8090$

(3) $\tan 123° = -\tan 57° = -1.5399$

3.23 $\dfrac{\cos 135^\circ}{\sin 120^\circ + \sin 30^\circ} - \dfrac{\sin 135^\circ}{\cos 120^\circ + \cos 30^\circ}$

$$= \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \div \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \div \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \frac{-\sqrt{2}(\sqrt{3}-1) - \sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$= \frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3-1} = -\sqrt{6}$$

3.24

(1) 半径 $\sqrt{2}$ の半円上で，y 座標が 1 である点は 2 つある．

求める θ は，下の図 (1) で $\angle\mathrm{AOP}$ と $\angle\mathrm{AOQ}$ である．

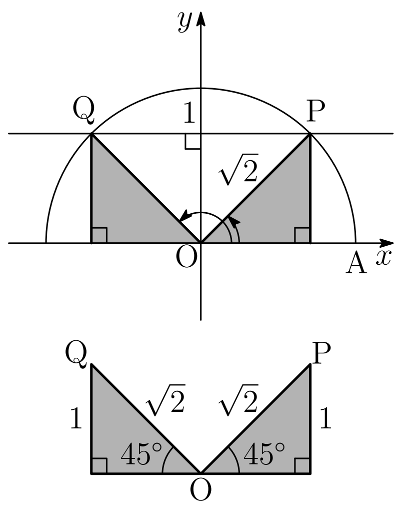
よって　　$\theta = 45^\circ,\ 135^\circ$　　　　$\leftarrow\ 135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$

(2) 半径 2 の半円上で，x 座標が $-\sqrt{3}$ である点は 1 つある．

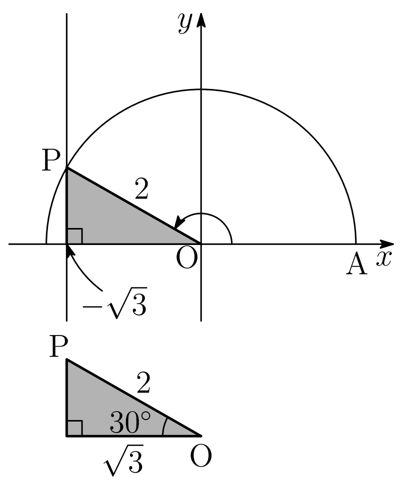
求める θ は，下の図 (2) で $\angle\mathrm{AOP}$ である．

よって　　$\theta = 150^\circ$　　　　$\leftarrow\ 150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$

(1)



(2)



3.25

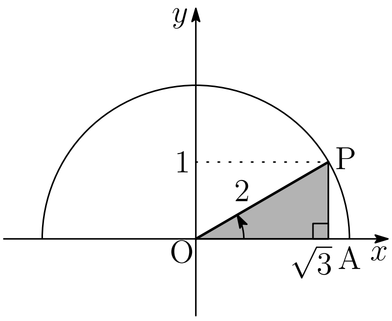
(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ から，求める θ は下の図 (1) で $\angle$AOP である．

よって　　$\theta = 30^\circ$

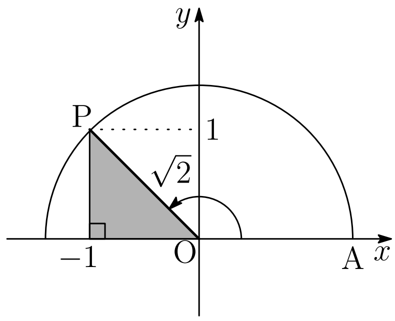
(2) $-1 = \dfrac{1}{-1}$ であるから，求める θ は下の図 (2) で $\angle$AOP である．

よって　　$\theta = 135^\circ$

(1)



(2)



3.26

(1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ から　　$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{16}{25}$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき $\cos\theta < 0$ であるから

$$\cos\theta = -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$$

また　　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{3}{5} \div \left(-\dfrac{4}{5}\right) = \dfrac{3}{5} \times \left(-\dfrac{5}{4}\right) = -\dfrac{3}{4}$

(2) $\cos\theta = 0.8 = \dfrac{4}{5}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ から　　$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = \dfrac{9}{25}$

$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき $\sin\theta \geqq 0$ であるから

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

また　　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{3}{5} \div \dfrac{4}{5} = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{5}{4} = \dfrac{3}{4}$

(3) $1+\tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から

$$\cos^2\theta = \frac{1}{1+\tan^2\theta} = 1 \div \left\{1+\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right\} = \frac{4}{5}$$

$\tan\theta < 0$ であるから θ は鈍角で，$\cos\theta < 0$ である．

よって　　$\cos\theta = -\sqrt{\dfrac{4}{5}} = -\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

また　　$\sin\theta = \tan\theta \times \cos\theta = \left(-\dfrac{1}{2}\right) \times \left(-\dfrac{2}{\sqrt{5}}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

3.27　$(\sin\theta+\cos\theta)^2 + (\sin\theta-\cos\theta)^2$

$= (\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta) + (\sin^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= 2(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 2 \times 1 = 2$

3.28

(1) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{3}{2}$$

よって　　$1 + 2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{3}{2}$

したがって　　$\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{4}$

(2) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{3}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{9}$$

よって　　$1 + 2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{9}$

したがって　　$\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{4}{9}$

ゆえに　　$5\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{20}{9}$

(3) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$$

よって　$1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$

したがって　$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{8}$

ゆえに

$$\begin{aligned}\sin^3\theta+\cos^3\theta&=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)\\&=(\sin\theta+\cos\theta)(1-\sin\theta\cos\theta)\\&=\frac{1}{2}\left\{1-\left(-\frac{3}{8}\right)\right\}=\frac{11}{16}\end{aligned}$$

3.29

(1) $\sin\theta+\cos\theta=a$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=a^2$$

よって　$1+2\sin\theta\cos\theta=a^2$

したがって　$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{a^2-1}{2}$

(2)

$$\begin{aligned}\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}&=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\\&=1\div\frac{a^2-1}{2}=\frac{2}{a^2-1}\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}\sin^3\theta+\cos^3\theta&=(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta-\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta)\\&=(\sin\theta+\cos\theta)(1-\sin\theta\cos\theta)\\&=a\left(1-\frac{a^2-1}{2}\right)=a\times\frac{3-a^2}{2}=\frac{3a-a^3}{2}\end{aligned}$$

3.30

(1) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{4}$$

よって $\quad 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{4}$

したがって $\quad \sin\theta\cos\theta = -\dfrac{3}{8}$

また $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ の両辺を 2 乗すると

$$\begin{aligned}(\sin^2\theta)^2 + 2\sin^2\theta\cos^2\theta + (\cos^2\theta)^2 &= 1\\ \sin^4\theta + 2(\sin\theta\cos\theta)^2 + \cos^4\theta &= 1\\ \sin^4\theta + 2\left(-\frac{3}{8}\right)^2 + \cos^4\theta &= 1\end{aligned}$$

ゆえに $\quad \sin^4\theta + \cos^4\theta = \dfrac{23}{32}$

(2) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ であるから

$$\begin{aligned}(1 - \sin\beta)^2 + (-\cos\beta)^2 &= 1\\ 1 - 2\sin\beta + \sin^2\beta + \cos^2\beta &= 1\end{aligned}$$

よって $\quad 2 - 2\sin\beta = 1$

したがって $\quad \sin\beta = \dfrac{1}{2}$

3.31

(1) 正弦定理により $\dfrac{3}{\sin 60^\circ} = 2R$ が成り立つから

$$\begin{aligned}R &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sin 60^\circ}\\ &= \frac{1}{2} \times 3 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\end{aligned}$$

(2) 正弦定理により $\dfrac{5}{\sin 30^\circ} = 2R$ が成り立つから

$$\begin{aligned}R &= \frac{1}{2} \times \frac{5}{\sin 30^\circ}\\ &= \frac{1}{2} \times 5 \div \frac{1}{2} = 5\end{aligned}$$

(3) 正弦定理により $\dfrac{\sqrt{2}}{\sin 135^\circ} = 2R$ が成り立つから

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sin 135^\circ} \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \end{aligned}$$

(4) $A = 180^\circ - (B + C) = 180^\circ - (45^\circ + 15^\circ) = 120^\circ$

正弦定理により $\dfrac{4}{\sin 120^\circ} = 2R$ が成り立つから

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} \times \frac{4}{\sin 120^\circ} \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

3.32 正弦定理により $\dfrac{8}{\sin A} = 2 \times 4$ が成り立つから

$\sin A = 1$　したがって　$A = 90^\circ$

3.33 $B = 180^\circ - (A + C) = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$

正弦定理により　$\dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$

よって　$\dfrac{1000}{\sin 30^\circ} = \dfrac{c}{\sin 120^\circ}$

$c \sin 30^\circ = 1000 \sin 120^\circ$

$c \times \dfrac{1}{2} = 1000 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

したがって　$c = 1000 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = 1000\sqrt{3}$　(答) $\mathrm{AB} = 1000\sqrt{3}$ m

3.34 $C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - (30^\circ + 135^\circ) = 15^\circ$, $\sin 15^\circ = 0.25 = \dfrac{1}{4}$

正弦定理により　$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{c}{\sin C}$

よって　$\dfrac{a}{\sin 30^\circ} = \dfrac{20}{\sin 15^\circ}$

$a \sin 15^\circ = 20 \sin 30^\circ$

$a \times \dfrac{1}{4} = 20 \times \dfrac{1}{2}$

したがって　$a = 20 \times \dfrac{1}{2} \times 4 = 40$　(答) $\mathrm{BC} = 40$ km

3.35 正弦定理により　$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$

よって　$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ} = \dfrac{2}{\sin B}$

$$2\sqrt{3}\sin B = 2\sin 120^\circ$$

$$2\sqrt{3}\sin B = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin B = \frac{1}{2}$$

$B + C = 60^\circ$ であるから $B < 60^\circ$ より $B = 30^\circ$

さらに　$C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$

したがって $B = C$ より $b = c$　　(答) $B = 30^\circ$，$c = 2$

3.36

(1) 余弦定理により

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ &= 4^2 + 3^2 - 2{\cdot}4{\cdot}3\cos 60^\circ \\ &= 16 + 9 - 2{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}\frac{1}{2} = 13 \end{aligned}$$

$a > 0$ であるから　　$a = \sqrt{13}$

(2) 余弦定理により

$$\begin{aligned} b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca\cos B \\ &= (\sqrt{2})^2 + (1+\sqrt{3})^2 - 2{\cdot}\sqrt{2}{\cdot}(1+\sqrt{3})\cos 45^\circ \\ &= 2 + \{1^2 + 2{\cdot}1{\cdot}\sqrt{3} + (\sqrt{3}\,)^2\} - 2{\cdot}\sqrt{2}{\cdot}(1+\sqrt{3}){\cdot}\frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 2 + (1 + 2\sqrt{3} + 3) - 2(1+\sqrt{3}) = 4 \end{aligned}$$

$b > 0$ であるから　　$b = 2$

(3) 余弦定理により

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos C \\ &= 3^2 + 5^2 - 2{\cdot}3{\cdot}5\cos 120^\circ \\ &= 9 + 25 - 2{\cdot}3{\cdot}5{\cdot}\left(-\frac{1}{2}\right) = 49 \end{aligned}$$

$c > 0$ であるから　　$c = 7$

3.37

(1) 正弦定理により $\quad \dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$

よって

$$\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{7}{\sin 45^\circ}$$

$$a \sin 45^\circ = 7 \sin 30^\circ$$

$$a \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 7 \times \frac{1}{2}$$

したがって $\quad a = 7 \times \dfrac{1}{2} \times \sqrt{2} = \dfrac{7\sqrt{2}}{2} \qquad$ (答) $a = \dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ cm

(2) 余弦定理により

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ &= 13^2 + 9^2 - 2{\cdot}13{\cdot}9 \cos 120^\circ \\ &= 169 + 81 - 2{\cdot}13{\cdot}9{\cdot}\left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 367 \end{aligned}$$

$a > 0$ であるから $\quad a = \sqrt{367} \qquad$ (答) $a = \sqrt{367}$ cm

3.38

(1) 余弦定理により

$$\begin{aligned} \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ &= \frac{4^2 + 7^2 - (\sqrt{37})^2}{2{\cdot}4{\cdot}7} \\ &= \frac{28}{56} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

また，$\cos A = \dfrac{1}{2}$ を満たす A は $\qquad A = 60^\circ$

(2) 余弦定理により

$$\begin{aligned} \cos B &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ &= \frac{(4\sqrt{2})^2 + 7^2 - 5^2}{2{\cdot}4\sqrt{2}{\cdot}7} \\ &= \frac{56}{56\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

また，$\cos B = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たす B は $\qquad B = 45^\circ$

(3) 余弦定理により

$$\begin{aligned}\cos C &= \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\\ &= \frac{3^2+5^2-7^2}{2\cdot3\cdot5}\\ &= -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

また，$\cos C = -\dfrac{1}{2}$ を満たす C は　　$C = 120^\circ$

3.39 求める面積を S とする．

(1) $S = \dfrac{1}{2}\cdot8\cdot10\sin60^\circ = \dfrac{1}{2}\cdot8\cdot10\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

(2) $S = \dfrac{1}{2}\cdot12\cdot16\sin135^\circ = \dfrac{1}{2}\cdot12\cdot16\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}} = 48\sqrt{2}$

3.40 求める面積を S とする．

$$\begin{aligned}S &= \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}\cdot17\cdot15\sin30^\circ\\ &= \frac{1}{2}\cdot17\cdot15\cdot\frac{1}{2} = \frac{255}{4}\end{aligned}$$

3.41

(1) 求める $\triangle$ABC の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}\cdot3\cdot4\sin60^\circ = \frac{1}{2}\cdot3\cdot4\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

(2) 辺 BC の長さ a は，余弦定理により

$$\begin{aligned}a^2 &= b^2+c^2-2bc\cos A\\ &= 3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cos60^\circ\\ &= 9+16-2\cdot3\cdot4\cdot\frac{1}{2}\\ &= 13\end{aligned}$$

$a>0$ であるから　　$a=\sqrt{13}$

3.42

(1) 求める $\triangle$ABC の面積 S は

$$S=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 5\sin 60^\circ=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}\ \ (\mathrm{cm}^2)$$

(2) 辺 BC の長さ a は，余弦定理により

$$\begin{aligned}a^2&=b^2+c^2-2bc\cos A\\&=8^2+5^2-2\cdot 8\cdot 5\cos 60^\circ\\&=64+25-2\cdot 8\cdot 5\cdot\frac{1}{2}\\&=49\end{aligned}$$

$a>0$ であるから　$a=7$ (cm)

(3) 正弦定理により　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

よって　$\dfrac{7}{\sin 60^\circ}=\dfrac{8}{\sin B}=\dfrac{5}{\sin C}$

したがって　$7\sin B=8\sin 60^\circ$　から　$\sin B=\dfrac{4}{7}\sqrt{3}$

$7\sin C=5\sin 60^\circ$　から　$\sin C=\dfrac{5}{14}\sqrt{3}$

3.43

(1) $2s=10+7+13$ とすると　$s=15$

ゆえに，求める面積を S とすると

$$S=\sqrt{15(15-10)(15-7)(15-13)}=20\sqrt{3}\ \ (\mathrm{cm}^2)$$

(2) $2s=4+5+6$ とすると　$s=\dfrac{15}{2}$

ゆえに，求める面積を S とすると

$$S=\sqrt{\frac{15}{2}\left(\frac{15}{2}-4\right)\left(\frac{15}{2}-5\right)\left(\frac{15}{2}-6\right)}=\frac{15}{4}\sqrt{7}\ \ (\mathrm{cm}^2)$$

3.44 余弦定理により

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ &= 5^2 + 3^2 - 2\cdot5\cdot3\cos 120^\circ \\ &= 25 + 9 - 2\cdot5\cdot3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= 49 \end{aligned}$$

$a > 0$ であるから　$a = 7$

正弦定理により $\dfrac{7}{\sin 120^\circ} = 2R$ が成り立つから

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} \times \frac{7}{\sin 120^\circ} \\ &= \frac{1}{2} \times 7 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\triangle$ABC の面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2}\cdot5\cdot3\sin 120^\circ = \frac{1}{2}\cdot5\cdot3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{4}\sqrt{3}$$

$2s = 7 + 5 + 3$ とすると　$s = \dfrac{15}{2}$

これらを $S = rs$ に代入して

$$\frac{15}{4}\sqrt{3} = r\cdot\frac{15}{2}$$

よって　$r = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3.45

(1) $\triangle$AOD と $\triangle$BOC の相似比は $4:7$ であるから

$\triangle$AOD と $\triangle$BOC の面積の比は　$4^2 : 7^2 = 16 : 49$

(2) $x : y = (2^2 - 1^2) : 1^2 = 3 : 1$

3.46 ア : イ : ウ $= 1^3 : (2^3 - 1^3) : (3^3 - 2^3) = 1 : 7 : 19$

3.47

(1) 小さい角すいともとの角すいの相似比は $1:3$ であるから

小さい角すいの高さは　$15 \times \dfrac{1}{3} = 5$ (cm)

したがって角すい台の高さは　$15 - 5 = 10$ (cm)

(2) 小さい角すいともとの角すいの相似比は $1:3$ であるから

小さい角すいともとの角すいの体積の比は　$1^3 : 3^3 = 1 : 27$

3.48

(1) 円錐の高さは　$\sqrt{25^2 - 15^2} = 20$ (cm)

したがって，円錐の体積は　$\dfrac{1}{3} \times \pi \cdot 15^2 \times 20 = 1500\pi$ (cm^3)

(2) $V_1 = \pi a^2 \times 2a = 2\pi a^3$，$V_2 = \dfrac{4}{3}\pi a^3$，$V_3 = \dfrac{1}{3} \times \pi a^2 \times 2a = \dfrac{2}{3}\pi a^3$

したがって　$V_1 : V_2 : V_3 = 2\pi a^3 : \dfrac{4}{3}\pi a^3 : \dfrac{2}{3}\pi a^3 = 3 : 2 : 1$

高校生の　就職への数学 I ［解答編］

発行　平成 18 年 3 月 1 日
編者　西村　信一
印刷　(株) 協和印刷
〒 868-0022　熊本県人吉市願成寺町 396-6
TEL (0966)25-1211　FAX (0966)24-7880