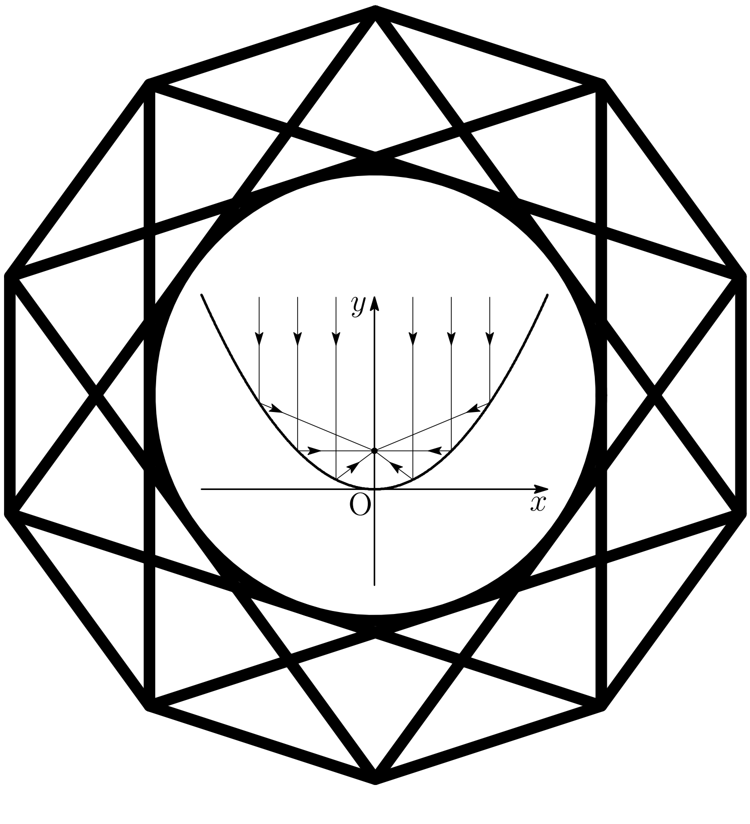
高校生の

就 職 へ の 数 学 I



Typed by LaTeX 2_ε

序

激変する社会状況のもとで，企業は，時代にあった，あるいは，高度な専門的知識・技術に柔軟に対応しうる資質，能力のある人材を求めています．中でも，柔軟で精緻な思考力の母体となる数学的素養は，特に高く評価され，企業の採用試験においてその能力は重視されています．

本書は，企業が要求する数学的知識とはどのようなものであるかを紹介するとともに，就職を希望する者にとって効果的な学習の手助けになるようにと考えて編集したものです．

本書の編集にあたり，以下の点に留意しました．

1. 数学 I の教科書に準拠した就職試験対策用の問題集として，教科書と併用できるように配慮した．
2. **例**をかかげ，知識や公式の理解に効果があがるように工夫した．
3. **例題**をかかげ，考え方，基本事項の使い方，答案の書き方を例示した．
4. 問題は過去に出題された中から精選し，関連性を重視して配列した．
5. 本書に掲載することができなかった問題については，次のサイトから入手することができるようにした．

http://www1.ocn.ne.jp/~oboetene/plan/

平成 17 年 4 月　編者

目 次

1.1　式の計算

1.1.1　多項式の加法と減法

多項式の整理

多項式に含まれる同類項は，係数の和を計算して，1 つの項にまとめ，ふつう次数の高い項から順 (降べきの順) に並べて整理しておく．

例 1.1 次の多項式の同類項をまとめよ．

$$5x^2 - 3x + 1 - 2x^2 + 7x - 4$$

【解】

$$\begin{aligned} &5x^2 - 3x + 1 - 2x^2 + 7x - 4 \\ =&(5-2)x^2 + (-3+7)x + (1-4) \\ =&3x^2 + 4x - 3 \end{aligned}$$

同類項をまとめる

$$\boldsymbol{ma + na = (m+n)a}$$

1.1 次の多項式の同類項をまとめよ．

(1) $3x^2 - x + 3 + x^2 + 2x$　　(2) $-3a^2 + 2a + 1 + 3a^2 + 4a - 2$

(3) $3x^2 + 3x - 2 + 2x^2 - 5x + 3$　　(4) $a^2 + ab - 4b^2 - 3a^2 + 2ab + 4b^2$

例 1.2 次の多項式を x について降べきの順に整理せよ．

$$3ax + x^2 + 2a - 4 - x$$

【解】

$$\begin{aligned} &3ax + x^2 + 2a - 4 - x \\ =&x^2 + (3a-1)x + 2a - 4 \end{aligned}$$

1.2 次の多項式を，x について降べきの順に整理せよ．

(1) $3ax - 2a^2 - x - 5a$　　(2) $x^2 + 3xy - y^2 + 2x + 4y - 1$

(3) $ax^2 + 3ax + 3a^2 - 2x^2 + 4x$　　(4) $3x^2y + 4xy + y^2 - x^2 - 5x + 2y$

多項式 A，B の加法と減法

$A+B$ …… A と B の項をすべてたして，同類項をまとめる．
$A-B$ …… $A+(-B)$ と考え，B の各項の符号を変えたものを A にたして，同類項をまとめる．

例題 1.1 $A=x^2+3x-2$，$B=2x^2-5x+7$ とするとき，$A+B$ と $A-B$ を計算せよ．

【解】
$$\begin{aligned} A+B &= (x^2+3x-2)+(2x^2-5x+7) \\ &= x^2+3x-2+2x^2-5x+7 \\ &= (1+2)x^2+(3-5)x+(-2+7) \\ &= 3x^2-2x+5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A-B &= (x^2+3x-2)-(2x^2-5x+7) \\ &= x^2+3x-2\boldsymbol{-2x^2+5x-7} \\ &= (1-2)x^2+(3+5)x+(-2-7) \\ &= -x^2+8x-9 \end{aligned}$$

符号を変える

1.3 次の多項式 A と B について，$A+B$ と $A-B$ を計算せよ．

(1) $A=4x^2+3x-1$，$B=x^2-x-2$

(2) $A=6a^2-7a+5$，$B=-2a^2+4a-3$

(3) $A=3y^3-y^2+8$，$B=5y^3+2y^2-6y-10$

1.4 次の計算をせよ．

(1) $(3x^2-5x+2)+(x^2+3x-4)$ (ニコン)

(2) $(4x^2-6x+3)+(2x^2-4+4x)$ (新日本石油)

(3) $(5x+7y-4)-(5x-7y+2)$ (ダイハツ)

(4) $(ax-3by+cz)-(2cz-4by-2ax)$ (大同特殊鋼)

1.1.2 多項式の乗法

指数法則

m，n を正の整数とするとき，次が成り立つ．

1 $\boldsymbol{a^m \times a^n = a^{m+n}}$ **2** $\boldsymbol{(a^m)^n = a^{mn}}$ **3** $\boldsymbol{(ab)^n = a^n b^n}$

例 1.3 (1) $-3a^4b \times 5a^2b^3 = -3 \times 5 \times a^{4+2} \times b^{1+3} = -15a^6b^4$

(2) $(-2xy^2)^3 = (-2)^3 \times x^3 \times (y^2)^3 = -8x^3y^6$

(3) $x^3y \times (-5xy^3)^2 = x^3y \times 25x^2y^6 = 25x^5y^7$

1.5 次の式を計算せよ．

(1) $x \times x^3 \times x^5$ (日産自動車)

(2) $(-2a^2b)^2 \times (-3a^2b^3)$ (葵精機)

(3) $2a^2b \times (-ab^2)^3$ (ダイハツ)

(4) $(a^2b)^3 \times (ab^2)^2$ (東洋高圧)

(5) $(2x)^3 \times (-3x^2y)^2$ (富士通ビジネスシステム)

(6) $(-x^2)^2(-x^3y)^3(x^2y^3)$ (トヨタ車体)

(7) $(-a^2) \times (-a^3)^2 \times (-a)^4$ (ダイヘン)

分配法則

$$\boldsymbol{A}(B+C)=\boldsymbol{A}B+\boldsymbol{A}C \qquad (A+B)\boldsymbol{C}=A\boldsymbol{C}+B\boldsymbol{C}$$

例 1.4 分配法則を使った積の計算

$$\begin{aligned}(1)\quad \boldsymbol{2x^2}(x^2-3x+5) &= \boldsymbol{2x^2}\times x^2+\boldsymbol{2x^2}\times(-3x)+\boldsymbol{2x^2}\times 5\\ &= 2x^4-6x^3+10x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2)\quad (3a^2+2a-1)\,\boldsymbol{a} &= 3a^2\times\boldsymbol{a}+2a\times\boldsymbol{a}+(-1)\times\boldsymbol{a}\\ &= 3a^3+2a^2-a\end{aligned}$$

1.6 次の式を計算せよ.

(1) $x(2x-5)-(x^2+2x-1)$ (アマダ)

(2) $-2a(ab-c-abc)-(-a^2b+2ac+a^2bc)$ (凸版印刷)

(3) $6(x+2)-\{x(3+8x)-2(4x^2-1)-3\}-18$ (マツダ)

例 1.5 $(2x-3)(x^2-4x+5)$ を展開せよ.

【解】 $(2x-3)(x^2-4x+5)$

$=2x(x^2-4x+5)-3(x^2-4x+5)$

$=2x^3-8x^2+10x-3x^2+12x-15$

$=2x^3-11x^2+22x-15$

1.7 次の式を展開せよ.

(1) $(3x-1)(2x^2+3)$

(2) $(a^2+2a-3)(a-1)$

(3) $(x+4)(3x^2-2x+1)$

(4) $(x^3+x^2+x+1)(x-1)$ (日本特殊機器)

展開の公式

1 $\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2, \quad (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2}$

2 $\boldsymbol{(a+b)(a-b) = a^2-b^2}$

3 $\boldsymbol{(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab}$

例 1.6 (1) $(3x+1)^2 = (3x)^2+2{\cdot}3x{\cdot}1+1^2 = 9x^2+6x+1$

(2) $(2x-5y)^2 = (2x)^2-2{\cdot}2x{\cdot}5y+(5y)^2 = 4x^2-20xy+25y^2$

(3) $(3x+2y)(3x-2y) = (3x)^2-(2y)^2 = 9x^2-4y^2$

(4) $(x+3)(x-5) = x^2+\{3+(-5)\}x+3{\cdot}(-5) = x^2-2x-15$

1.8 次の式を展開せよ.

(1) $(a+b)^2-(a-b)^2$ (ダイキン工業)

(2) $(2x-3y)^2$ (日本電気)

(3) $(3x^2+4)^2$ (日産工機)

(4) $(2x-3)^2-4x(x-3)$ (いすゞ自動車)

(5) $(a-b)(a+b)$ (日産ディーゼル)

(6) $(2p+3)(2p-3)$ (関配)

(7) $(a-b)(a+b)-(a+b)^2+2b^2$ (トヨタ車体)

(8) $(x-2)(x-5)$ (不二高圧コンクリート)

(9) $(x+1)(x-9)$ (山崎製パン)

(10) $(a+5)(a-3)$ (三菱電機)

(11) $(m-7)(m-8)$ (三菱電機)

(12) $(x+3)(x-2)-x^2+6$ (デンソー)

展開の公式

4 $\boldsymbol{(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd}$

例題 1.2 次の式を展開せよ.

(1) $(2x+5)(3x+1)$　　(2) $(3x-2y)(5x+4y)$

【解】 (1) $(2x+5)(3x+1)=2\cdot3x^2+(2\cdot1+5\cdot3)x+5\cdot1$

$=6x^2+17x+5$

(2) $(3x-2y)(5x+4y)=3\cdot5x^2+\{3\cdot4+(-2)\cdot5\}xy+(-2)\cdot4y^2$

$=15x^2+2xy-8y^2$

1.9 次の式を展開せよ.

(1) $(2x+5)(3x+4)$ (関配)

(2) $(3x+2)(5x-3)$ (ニコン)

(3) $(2x-5)(7x+8)$ (東京ガス)

(4) $(3x+3)(2x-5)$ (三菱電機)

(5) $(2x+3)(3x-5)$ (日本精工)

(6) $(2x-4)(3x+6)$ (トヨタ自動車)

(7) $(3x+1)(x-4)$ (トヨタ車体)

(8) $(3x+2y)(2x-5y)$ (きんでん)

(9) $(2a+b)(4a-3b)$ (東芝)

(10) $(2x+3)^2-2(x+2)(2x-3)$ (神戸製鋼所)

(11) $(2x+y)(x+2y)-2(x-y)^2$ (東洋ガラス)

(12) $(2a+b)^2-(a+2b)(2a-b)$ (トヨタ自動車)

展開の公式

5 $\boldsymbol{(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3}$
$\boldsymbol{(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3}$

例 1.7 (1) $(a+3)(a^2-3a+9)=(a+3)(a^2-a\cdot 3+3^2)$
$=a^3+3^3=a^3+27$

(2) $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)=(x-2y)\{x^2+x\cdot 2y+(2y)^2\}$
$=x^3-(2y)^3=x^3-8y^3$

1.10 次の式を展開せよ.

(1) $(x+2)(x^2-2x+4)$ (愛知製鋼)

(2) $(x^2+x+1)(x-1)$ (東芝)

(3) $(x-1)(x^2+x+1)(x^3+1)$ (ニコン)

(4) $(x-1)(x+1)(x^4+x^2+1)$ (デンソー)

展開の公式

6 $\boldsymbol{(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$
$\boldsymbol{(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}$

例 1.8 (1) $(2x+1)^3=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 1+3\cdot 2x\cdot 1^2+1^3$
$=8x^3+12x^2+6x+1$

(2) $(3x-2y)^3=(3x)^3-3\cdot(3x)^2\cdot 2y+3\cdot 3x\cdot(2y)^2-(2y)^3$
$=27x^3-54x^2y+36xy^2-8y^3$

1.11 次の式を展開せよ.

(1) $(x+2)^3$ (九州電力)

(2) $(2x-3y)^3$ (東芝)

(3) $(x-1)^3-(y-1)^3$ (日本水産)

(4) $(a+b)^3-(a^3+b^3)+(a+b)(a^2+b^2)-5ab(a+b)$ (コスモ石油)

式の展開の工夫

式を展開する場合，式の形に応じた工夫をすることにより，展開の公式を適用できることがある．

例題 1.3 次の式を展開せよ．

(1) $(a+b-c)^2$　　　(2) $(x+3)^2(x-3)^2$

【解】 (1)
$$\begin{aligned}(a+b-c)^2 &= \{(a+b)-c\}^2\\ &= (a+b)^2-2(a+b)c+c^2\\ &= a^2+2ab+b^2-2ac-2bc+c^2\\ &= a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ca\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}(x+3)^2(x-3)^2 &= \{(x+3)(x-3)\}^2\\ &= (x^2-9)^2\\ &= (x^2)^2-2x^2\cdot 9+9^2\\ &= x^4-18x^2+81\end{aligned}$$

1.12 次の式を展開せよ．

(1) $(x-y-2)^2$ (セガエンタープライゼス)

(2) $(2x-3y-5)^2$ (日産車体)

(3) $(x^2-x+1)^2$ (旭化成)

(4) $(x+y+z)^2-(x+y-z)^2$ (日本特殊機器)

(5) $(a+b-c)(a+b+c)$ (旭化成)

(6) $(a+b+4)(a+b-6)$ (三菱電機)

(7) $(x+2y+3)(x+5+2y)$ (東洋高圧)

(8) $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$ (九州電力)

(9) $(x-3)(x-2)(x+2)(x+3)$ (ノリタケカンパニーリミテド)

(10) $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$ (石川島播磨重工業)

(11) $(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$ (石川島播磨重工業)

(12) $(x-3)^3(x+3)^3$ (藤木工務店)

1.1.3 因数分解

共通因数による因数分解

多項式の各項に共通な因数があれば，その共通因数をかっこの外にくくり出して，式を因数分解することができる．

$$\boldsymbol{A}B + \boldsymbol{A}C = \boldsymbol{A}(B + C)$$

$\boldsymbol{A}$ が共通因数

例 1.9 次の式を因数分解せよ．

(1) $xy + 3x$　　(2) $a^2b - 2ab^2$

【解】 (1) $xy + 3x = x \cdot y + x \cdot 3 = x(y + 3)$

(2) $a^2b - 2ab^2 = ab \cdot a + ab \cdot (-2b) = ab(a - 2b)$

1.13 次の式を因数分解せよ．

(1) $8ab - 4ac - 2ad$ (日鉱金属)

(2) $x^2 - ax^2$ (日本電産)

(3) $3x^2y - 6xy^2$ (ダイエー)

(4) $a^3 - 3a^2 - a$ (東京電力)

(5) $4a^2bc - 8ab^2c - 6abc^2$ (JR)

(6) $6a^3b^2c - 8ab^3c^2$ (JFE ホールディングス)

(7) $(a + b)^3 + (a - b)^3$ (デンソー)

(8) $(a + b)^3 - (a - b)^3$ (新日本製鐵)

例題 1.4 次の式を因数分解せよ.

$$ax + bx + ay + by$$

【解】 $ax + bx + ay + by = (a + b)x + (a + b)y$ ← $(a + b)$ が共通因数

$$= (a + b)(x + y)$$

1.14 次の式を因数分解せよ.

(1) $x(a - b) + y(a - b)$ (浦和土建工業)

(2) $a(x - y) + b(y - x)$ (オークマ)

(3) $a(x - y) - x + y$ (日本ミシン)

(4) $x(y - 1) - y + 1$ (日本特殊陶業)

(5) $xy + 2x - 2y - 4$ (小松製作所)

(6) $ax - bx + by - ay$ (日本コロンビア)

(7) $a^3 + b^3 + a^2b + ab^2$ (大同特殊鋼)

因数分解の公式

1 $\boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2}$,　$\boldsymbol{a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2}$

2 $\boldsymbol{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$

3 $\boldsymbol{x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)}$

例 1.10 (1) $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2{\cdot}x{\cdot}5 + 5^2 = (x+5)^2$

(2) $16x^2 - 8xy + y^2 = (4x)^2 - 2{\cdot}4x{\cdot}y + y^2 = (4x-y)^2$

(3) $25x^2 - 9y^2 = (5x)^2 - (3y)^2 = (5x+3y)(5x-3y)$

(4) $x^2 + 7x + 12 = x^2 + (3+4)x + 3{\cdot}4$
$= (x+3)(x+4)$

1.15 次の式を因数分解せよ.

(1) $x^2 + 2x + 1$ (日産車体)

(2) $x^2 + 6x + 9$ (JR)

(3) $x^2 - 10x + 25$ (電源開発)

(4) $4x^2 - 4x + 1$ (日立プラント建設)

(5) $9x^2 + 6x + 1$ (ダイハツ)

(6) $9x^2 - 6x + 1$ (京王電鉄)

(7) $49x^2 - 28xy + 4y^2$ (TDK)

(8) $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$ (日本電気)

(9) $x^2y^2 - 10xy + 25$ (協和電設)

(10) $a^3 - 4a^2 + 4a$ (きんでん)

(11) $x^4 + 2x^3 + x^2$ (富士通)

(12) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) - (ac + bd)^2$ (間組)

1.16 次の式を因数分解せよ.

(1) $4x^2 - 9y^2$ (シチズン時計)

(2) $4x^2 - 25y^2$ (東芝)

(3) $4x^2 - 1$ (マリネックス)

(4) $3x^2 - 3y^2$ (東京ガス)

(5) $3x^2 - 75$ (石川島播磨重工業)

(6) $abx^2 - a^3b$ (キャノン)

(7) $x^4 - x^2y^2$ (ヤマハ発動機)

(8) $x^2 + 8x + 15$ (日立建設)

(9) $x^2 + 6x + 8$ (富士通)

(10) $x^2 + 2x - 24$ (協和電設)

(11) $x^2 - 8x + 15$ (セントラル自動車)

(12) $x^2 - 7x + 10$ (JR)

(13) $x^2 - 5x + 6$ (浦和土建工業)

(14) $x^2 - 6x + 5$ (凸版印刷)

(15) $x^2 - 2x - 3$ (富士通)

(16) $x^2 - 10x + 9$ (ダイハツ)

(17) $x^2 - 6x - 16$ (ヤマハ発動機)

(18) $x^2 - 8x + 12$ (安川電機)

(19) $x^2 - x - 12$ (日本電気)

(20) $x^2 + 20x + 84$ (ダイハツ)

(21) $x^2 + 6x - 91$ (日本電気)

(22) $x^3 + 3x^2 + 2x$ (日本電気)

(23) $ab^2 - 7ab + 10a$ (東芝)

(24) $x^3y - 3x^2y - 4xy$ (関西電力)

因数分解の公式

4 $\quad \boldsymbol{acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)}$

例題 1.5 次の式を因数分解せよ.

(1) $2x^2 - 7x + 3$ (2) $6x^2 - 7ax - 5a^2$

【解】 (1) $2x^2 - 7x + 3 = (x-3)(2x-1)$

(2) $6x^2 - 7ax - 5a^2 = (2x+a)(3x-5a)$

(1)
$$\begin{array}{cccc} 1 & & -3 & \longrightarrow -6 \\ 2 & & -1 & \longrightarrow -1 \\ \hline 2 & & 3 & -7 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{cccc} 2 & & 1a & \longrightarrow 3a \\ 3 & & -5a & \longrightarrow -10a \\ \hline 6 & & -5a^2 & -7a \end{array}$$

1.17 次の式を因数分解せよ.

(1) $3x^2 + 4x + 1$ (ダイハツ)

(2) $3x^2 - 7x + 2$ (パナホーム)

(3) $2x^2 - x - 15$ (JR)

(4) $3x^2 + 11x + 10$ (東芝エレベータ)

(5) $2x^2 + 5x - 3$ (東武鉄道)

(6) $3x^2 + 5x - 12$ (昭和シェル石油)

(7) $2x^2 + 13x - 24$ (麒麟麦酒)

(8) $5x^2 + 9x - 2$ (ブラザー工業)

(9) $8a^2 + 2a - 3$ (きんでん)

(10) $6x^2 + 11x - 10$ (凸版印刷)

(11) $6x^2 - 11x - 35$ (日立ソフトウェアエンジニアリング)

(12) $3x^2 + 17xy - 6y^2$ (トクヤマ)

(13) $4x^2 - 5xy - 6y^2$ (大日本インキ化学工業)

(14) $6a^2 + ab - 2b^2$ (新日本製鐵)

(15) $3x^2 + 7xy - 20y^2$ (日立製作所)

因数分解の公式

5 $\boldsymbol{a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)}$
$\boldsymbol{a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

例題 1.6 次の式を因数分解せよ.

(1) x^3+27 (2) $8x^3-y^3$

【解】 (1) $x^3+27=x^3+3^3=(x+3)(x^2-x\cdot 3+3^2)$
$=(x+3)(x^2-3x+9)$

(2) $8x^3-y^3=(2x)^3-y^3=(2x-y)\{(2x)^2+2x\cdot y+y^2\}$
$=(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

1.18 次の式を因数分解せよ.

(1) x^3+8

(2) x^3-27

(3) $64x^3+1$

(4) $8a^3-125b^3$

(5) $64a^3+27b^3$

1.19 次の式を因数分解せよ.

(1) a^3+b^3 (本田技研工業)

(2) a^3-b^3 (新日本製鐵)

(3) x^3-8 (京阪電気鉄道)

(4) $8x^3-27y^3$ (青木あすなろ建設)

(5) $8x^4-x$ (富士通)

(6) $81x^3-24y^3$ (TDK)

いろいろな因数分解

複雑な式を因数分解する場合，式の形の特徴に着目して式の変形や文字のおき換えを行うと，因数分解の公式を利用できることがある．

例題 1.7 次の式を因数分解せよ．

(1) $x^4 - 81$ (2) $(x-5)^2 + 12(x-5) + 36$

(3) $(x^2+x-2)(x^2+x-12)+24$ (4) $x^2 - 6x + 9 - y^2$

【解】 (1) $x^2 = X$ とおくと

$$\begin{aligned} x^4 - 81 &= (x^2)^2 - 81 = X^2 - 81 \\ &= (X+9)(X-9) = (x^2+9)(x^2-9) \\ &= (x+3)(x-3)(x^2+9) \end{aligned}$$

(2) $x - 5 = X$ とおくと

$$\begin{aligned} (x-5)^2 + 12(x-5) + 36 &= X^2 + 12X + 36 = (X+6)^2 \\ &= \{(x-5)+6\}^2 = (x+1)^2 \end{aligned}$$

(3) $x^2 + x = X$ とおくと

$$\begin{aligned} (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 &= (X-2)(X-12)+24 \\ &= X^2 - 14X + 48 = (X-6)(X-8) \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\ &= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 - y^2 &= (x^2 - 6x + 9) - y^2 = (x-3)^2 - y^2 \\ &= \{(x-3)+y\}\{(x-3)-y\} \\ &= (x+y-3)(x-y-3) \end{aligned}$$

1.20 次の式を因数分解せよ．

(1) $x^4 - y^4$ (東北電力)

(2) $x^8 - 1$ (アマダ)

(3) $a^4 - 2a^2 + 1$ (トヨタ自動車)

(4) $(x-4y)^2 - 25$ (北海道電力)

(5) $(x^2+1)^2 - 4x^2$ (京阪電気鉄道)

(6) $a^2 - (b+c)^2$ (スズキ自動車)

1.21 次の式を因数分解せよ.

(1) $(a+b)^2+4(a+b)+4$ (デンソー)

(2) $(x^2+3x-2)(x^2+3x+4)-16$ (味の素)

(3) $x^2+2xy+y^2-3x-3y-40$ (富士電機ホールディングス)

(4) $(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)-4$ (KDDI)

(5) $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5)-4$ (ダイハツ)

(6) $(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)-3y^4$ (ニコン)

(7) $x^2+2xy+y^2-1$ (トヨタ自動車)

(8) $a^2+b^2-c^2+2ab$ (日下歯車製作所)

(9) $a^2+b^2-c^2-2ab$ (東芝物流)

(10) $x^2-y^2-z^2-2yz$ (栗本鐵工所)

(11) $a^2-b^2-c^2+2bc$ (旭化成)

(12) x^2-y^2+2y-1 (中越パルプ工業)

(13) a^2-b^2-4b-4 (アマダ)

(14) $(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2$ (三菱電機)

例題 1.8 次の式を因数分解せよ.

$$x^2 + ax - ay - y^2$$

【解】
$$\begin{aligned} x^2 + ax - ay - y^2 &= (x-y)a + (x^2 - y^2) \quad \longleftarrow \text{次数の最も低い文字 } a \text{ について整理} \\ &= (x-y)a + (x+y)(x-y) \\ &= (x-y)\{a + (x+y)\} \\ &= (x-y)(a+x+y) \end{aligned}$$

1.22 次の式を因数分解せよ.

(1) $x^2y + x^2 - y - 1$ (テック)

(2) $a^2b - ab - a + 1$ (デンソー)

(3) $ax^2 - x^2 - a + 1$ (富士通)

(4) $ab + b^2 - bc - ca$ (東芝機械)

(5) $x^2 + xy - yz - xz$ (中部電力)

(6) $ax^3 + x^2 + ax + 1$ (東芝)

(7) $ab^2 - a^2b - 2bx + 2ax$ (ミノルタ)

(8) $x^3 - 2ax^2 - 4x + 8a$ (大阪住友セメント)

(9) $x^3 - 3ax^2 - 4x + 12a$ (トヨタ自動車)

(10) $x^3 + 2x^2y - x - 2y$ (松田組)

(11) $x^2 - xz - y^2 - yz$ (KDDI)

(12) $a^2b + 2ac - a^2 - 2abc$ (デンソー)

(13) $a^2 + 3ab + 2b^2 + ac + bc$ (富士ゼロックス)

(14) $x^3 + 3x^2 + 2x + 3xy + x^2y + 2y$ (日産自動車)

例題 1.9 次の式を因数分解せよ.

$$x^2+3xy+2y^2-2x-3y+1$$

【解】

$$\begin{aligned} & x^2+3xy+2y^2-2x-3y+1 \\ =\ & x^2+(3y-2)x+(2y^2-3y+1) && \longleftarrow x \text{ について整理} \\ =\ & x^2+(3y-2)x+(y-1)(2y-1) \\ =\ & \{x+(y-1)\}\{x+(2y-1)\} \\ =\ & (x+y-1)(x+2y-1) \end{aligned}$$

1.23 次の式を因数分解せよ.

(1) $x^2-y^2-2x+4y-3$ (安川電機)

(2) $x^2+3xy+2y^2+3x+4y+2$ (大同特殊鋼)

(3) $x^2-2xy-3y^2-4y-1$ (シチズン時計)

(4) $2x^2+8x+6+y^2+3xy+5y$ (川崎重工業)

(5) $2x^2-xy-y^2-7x+y+6$ (豊田工機)

(6) $2x^2+8xy+6y^2-x+y-1$ (武田薬品工業)

(7) $2x^2-2y^2+3xy-x+3y-1$ (いすゞ自動車)

(8) $2x^2-5xy-3y^2+x+11y-6$ (富士通コミュニケーション・システムズ)

1.2 実数

1.2.1 実数

実数と絶対値

- 実数の分類

$$\text{実数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\\ \text{有限小数}\\ \text{循環小数}\end{cases}\\ \text{無理数}\cdots\text{循環しない無限小数}\end{cases}$$

- 絶対値

a が正の数のとき　$|a| = a$
a が負の数のとき　$|a| = -a$　$(|0| = 0)$

小数第何位かで終わる小数を**有限小数**といい，限りなく続く小数を**無限小数**という．無限小数のうち，ある位以下では数字の同じ並びが繰り返される小数を**循環小数**という．

例 1.11 次の分数を小数に直し，循環小数の表し方で書け．

(1) $\dfrac{2}{9}$　　(2) $\dfrac{8}{55}$

【解】 (1) $\dfrac{2}{9} = 0.222\cdots = 0.\dot{2}$　(2) $\dfrac{8}{55} = 0.1454545\cdots = 0.1\dot{4}\dot{5}$

1.24 次の分数を小数に直し，循環小数の表し方で書け．

(1) $\dfrac{2}{3}$　　(2) $\dfrac{15}{22}$　　(3) $\dfrac{5}{7}$

例 1.12 次の値を求めよ．

(1) $|3|$　　(2) $|2-5|$

【解】 (1) $|3| = 3$　　(2) $|2-5| = |-3| = 3$

1.25 次の値を求めよ．

(1) $|5|$　　(2) $|6-2|$　　(3) $|3-5|$

根号を含む式の計算

- $a,\ b$ が正の数のとき

1 $\boldsymbol{\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}}$ 　　**2** $\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}}$

- $a,\ k$ が正の数のとき　$\boldsymbol{\sqrt{k^2a} = k\sqrt{a}}$

例 1.13 (1) $\sqrt{49} - 2\sqrt{9} = \sqrt{7^2} - 2\sqrt{3^2}$

$$= 7 - 2\cdot 3 = 1$$

(2) $\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{27} = \sqrt{2^2\cdot 3} + \sqrt{4^2\cdot 3} - \sqrt{3^2\cdot 3}$

$$= 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$= (2 + 4 - 3)\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

(3) $(2\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})$

$$= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{2}(\sqrt{3} - 3\sqrt{2})$$

$$= 2\sqrt{3}\sqrt{3} - 2\cdot 3\sqrt{3}\sqrt{2} + \sqrt{2}\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\sqrt{2}$$

$$= 6 - 6\sqrt{6} + \sqrt{6} - 6 = -5\sqrt{6}$$

1.26 次の問いに答えよ.

(1) $\sqrt{2} = 1.4$ であれば $\sqrt{200}$ はいくらか. (三菱電機)

(2) $\sqrt{3} = 1.73$ のとき $\sqrt{300}$ はいくらか. (日本情報管理システム)

1.27 次の計算をせよ.

(1) $\sqrt{100} + \sqrt{16}$ (ダイキン工業)

(2) $\sqrt{49} - 5\sqrt{25}$ (ユニチカ)

(3) $\sqrt{81} - 2\sqrt{16}$ (東芝エレベータ)

(4) $\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$ (デンソー)

1.28 次の計算をせよ.

(1) $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ (チバコー)

(2) $3\sqrt{2}-\sqrt{8}$ (JFE ホールディングス)

(3) $3\sqrt{20}-2\sqrt{80}$ (トヨタオート)

(4) $\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{32}$ (トヨタ自動車)

(5) $\sqrt{50}-\sqrt{18}-\sqrt{2}$ (中外製薬)

(6) $\sqrt{3}+\sqrt{27}-4\sqrt{3}$ (日本電気)

(7) $\sqrt{12}+\sqrt{27}-4\sqrt{3}$ (大日本製薬)

(8) $2\sqrt{3}-\sqrt{75}+\sqrt{27}$ (東洋高圧)

(9) $\sqrt{72}-\sqrt{8}-\sqrt{32}$ (京セラ)

(10) $2\sqrt{8}-\sqrt{32}+\sqrt{72}$ (トーエネック)

(11) $\sqrt{12}-5\sqrt{3}+2\sqrt{27}$ (三菱重工)

(12) $\sqrt{200}-3\sqrt{18}+\sqrt{8}$ (フジテック)

(13) $\sqrt{72}-3\sqrt{2}+2\sqrt{8}$ (きんでん)

(14) $3\sqrt{75}-2\sqrt{27}+\sqrt{12}$ (ニコン)

(15) $\sqrt{500}-\sqrt{80}+\sqrt{20}$ (日産自動車)

(16) $\sqrt{108}+\sqrt{27}-\sqrt{192}$ (きんでん)

(17) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{48}-5\sqrt{3}$ (葵精機)

(18) $\sqrt{8}+\sqrt{32}-\sqrt{50}+\sqrt{18}$ (九州電力)

(19) $5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{2}$ (愛知製鋼)

(20) $\sqrt{12}+\sqrt{32}-3\sqrt{48}$ (トプコン)

(21) $\sqrt{36}+\sqrt{72}+\sqrt{50}-3\sqrt{2}$ (九州産交整備)

(22) $3\sqrt{12}-5\sqrt{8}+\sqrt{48}-4\sqrt{32}$ (新日本石油)

1.29 次の計算をせよ.

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{12}$ (昭南工業)

(2) $\sqrt{3}\times\sqrt{9}$ (チバコー)

(3) $\sqrt{9}\sqrt{80}$ (住友電気工業)

(4) $2\sqrt{3}\times\sqrt{27}$ (日産ディーゼル)

(5) $\sqrt{25}\times\sqrt{8}\div\sqrt{2}$ (豊和工業)

(6) $\sqrt{42}\div\sqrt{6}\times 2\sqrt{7}$ (住友金属工業)

(7) $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}\times\sqrt{10}$ (富士重工業)

(8) $\sqrt{45}\times\sqrt{27}\div\sqrt{20}\times\sqrt{12}$ (JFE ホールディングス)

(9) $\sqrt{6}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}-1$ (デンソー)

(10) $\sqrt{6}\times\sqrt{18}-\sqrt{27}$ (東陶機器)

(11) $2\sqrt{3}\times 3\sqrt{2}+4\sqrt{6}$ (アイシン機工)

(12) $(\sqrt{6}\times\sqrt{12}-\sqrt{2})\div 5$ (デンソー)

(13) $(\sqrt{27}-\sqrt{12})\div\sqrt{3}$ (愛知製鋼)

(14) $\sqrt{10}(\sqrt{8}\sqrt{20}-\sqrt{40})$ (日本無線)

(15) $3\sqrt{15}(\sqrt{8}\sqrt{30}-\sqrt{135})$ (日本無線)

(16) $(\sqrt{18}-\sqrt{8})(2\sqrt{2}-1)$ (ダイハツ)

1.30 次の計算をせよ.

(1) $(1+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$ (デンソー)

(2) $(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$ (きんでん)

(3) $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})(4\sqrt{5}-2\sqrt{2})$ (大和ハウス)

(4) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2$ (川崎重工業)

(5) $(\sqrt{6}+3\sqrt{2})^2$ (京セラ)

(6) $(\sqrt{2}-1)^2+\sqrt{8}$ (凸版印刷)

(7) $(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2+2\sqrt{35}$ (トヨタ自動車)

(8) $(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2+\sqrt{60}$ (昭和シェル石油)

(9) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$ (山崎製パン)

(10) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})$ (三共工業)

(11) $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})$ (昭和シェル石油)

(12) $(4-2\sqrt{3})(4+\sqrt{12})$ (日本新金属)

(13) $(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})$ (豊田工機)

(14) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{4})$ (協和発酵)

(15) $(\sqrt{5}-\sqrt{3}+2)(\sqrt{5}+\sqrt{3}-2)$ (東洋紡績)

分母の有理化

1 $\dfrac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{a}}} = \dfrac{\sqrt{\boldsymbol{a}}}{\sqrt{\boldsymbol{a}}\sqrt{\boldsymbol{a}}} = \dfrac{\sqrt{\boldsymbol{a}}}{\boldsymbol{a}}$

2 $\dfrac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{a}}+\sqrt{\boldsymbol{b}}} = \dfrac{\sqrt{\boldsymbol{a}}-\sqrt{\boldsymbol{b}}}{(\sqrt{\boldsymbol{a}}+\sqrt{\boldsymbol{b}})(\sqrt{\boldsymbol{a}}-\sqrt{\boldsymbol{b}})} = \dfrac{\sqrt{\boldsymbol{a}}-\sqrt{\boldsymbol{b}}}{\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}}$

$\dfrac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{a}}-\sqrt{\boldsymbol{b}}} = \dfrac{\sqrt{\boldsymbol{a}}+\sqrt{\boldsymbol{b}}}{(\sqrt{\boldsymbol{a}}-\sqrt{\boldsymbol{b}})(\sqrt{\boldsymbol{a}}+\sqrt{\boldsymbol{b}})} = \dfrac{\sqrt{\boldsymbol{a}}+\sqrt{\boldsymbol{b}}}{\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}}$

例 1.14 次の数の分母を有理化せよ.

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$ (2) $\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ (3) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

【解】 (1) $\dfrac{3}{\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

(2) $\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}} = \dfrac{2(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})} = \dfrac{2(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{7-3} = \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \dfrac{(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2}{5-3}$

$= \dfrac{8+2\sqrt{15}}{2} = 4+\sqrt{15}$

1.31 次の計算をせよ.

(1) $3\sqrt{12} - \dfrac{24}{\sqrt{3}} + \sqrt{27}$ (KDDI)

(2) $\sqrt{18} - \sqrt{32} + 5\sqrt{\dfrac{1}{2}}$ (ダイハツ)

(3) $\dfrac{10\sqrt{2}-\sqrt{50}}{\sqrt{10}}$ (新日本石油)

(4) $\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ (新日本製鐵)

(5) $\dfrac{18}{\sqrt{6}} - \dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ (葵精機)

1.32 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ (アツギ)

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$ (武田薬品工業)

(3) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (日産ディーゼル)

(4) $\dfrac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}$ (東亞合成)

(5) $\dfrac{2\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ (旭化成)

(6) $\dfrac{3\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ (新日本製鐵)

(7) $\dfrac{\sqrt{2}+3}{2\sqrt{2}-1}$ (新日本製鐵)

(8) $\dfrac{2\sqrt{5}-4\sqrt{3}}{3\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ (凸版印刷)

(9) $(\sqrt{6}+\sqrt{3})\div(\sqrt{6}-\sqrt{3})$ (中国電力)

(10) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{3}$ (住友電気工業)

1.33 次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$ (日立研究所)

(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ (日本水産)

(3) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ (きんでん)

(4) $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ (本田技研工業)

(5) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$ (大阪ガス)

(6) $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ (本田技研工業)

(7) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ (トヨタ車体)

(8) $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ (日産自動車)

(9) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}-\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}+\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$ (シチズン時計)

(10) $\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}-\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ (島津製作所)

1.3　方程式と不等式

1.3.1　1 次方程式と 1 次不等式

等式の性質

1　$A = B$　ならば　$A + C = B + C$

2　$A = B$　ならば　$A - C = B - C$

3　$A = B$　ならば　$AC = BC$

4　$A = B$　ならば　$\dfrac{A}{C} = \dfrac{B}{C}$　(ただし　$C \neq 0$)

例 1.15　1 次方程式 $5x - 4 = 11$ を解け.

【解】　$5x - 4 = 11$

移項すると　$5x = 11 + 4$

すなわち　$5x = 15$

両辺を 5 で割って　$x = 3$

$5x\underline{\mathbf{-4}} = 11$

移項　　**符号が変わる**

$5x \quad = 11\underline{\mathbf{+4}}$

1.34　次の 1 次方程式を解け.

(1)　$3x + 2 = 2x + 3$　(住友電気工業)

(2)　$3x + 5 = 10 + 2x$　(小松製作所)

(3)　$5x - 2 + 3x = 14$　(コクヨ)

(4)　$5x - 7 = 2x + 29$　(ダイハツ)

(5)　$5x - 8 = 2x - 2$　(セガミ)

(6)　$5x - 4 = -9x + 38$　(太平洋セメント)

(7)　$x - 3 = 3x - 15$　(ニホンゲンマ)

(8)　$-8x - 30 = -3x$　(日産自動車)

(9)　$3 - 7x = 3x - 2$　(タイトー)

(10)　$0.5x + 3.5 = 0.25x + 3$　(凸版印刷)

1.35 次の 1 次方程式を解け.

(1) $4(x-3)=3(x-2)$ (住友ゴム工業)

(2) $2(x+1)=3x+4$ (東京ガス)

(3) $3(x-2)-5=-x+1$ (住友金属工業)

(4) $5x-2(4x-3)=18$ (昭和シェル石油)

(5) $2x-4=7x-(x-8)$ (東京ガス)

(6) $2x-2\{x-(1-x)\}=3x-8$ (いすゞ自動車)

(7) $3x-[8x+6-\{7x-(5x+12)\}]=0$ (三共)

(8) $0.5(3-x)-4(0.3x+0.65)+7.9=0$ (ヤマハ発動機)

(9) $(2x+5):(2x-5)=13:3$ (石川島播磨重工業)

(10) $x(x-3)=x(x-6)+9$ (沖電気工業)

(11) $(x-1)^2+2=(x-1)(x-3)$ (東亞合成)

(12) $\dfrac{2x+1}{3}=\dfrac{1+x}{2}$ (三菱電機)

(13) $1-\dfrac{x-2}{6}=3-\dfrac{x}{2}$ (ジェイティービー)

(14) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{4-x}{3}=\dfrac{5}{6}$ (マリネックス)

(15) $\dfrac{6x+2}{3}-\dfrac{4x-4}{6}=1$ (日産自動車)

(16) $\dfrac{2x-8}{11}-\dfrac{2x-6}{12}=\dfrac{5}{6}$ (住友倉庫)

(17) $\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{2(x+5)}{7}=-x+1$ (トヨタ自動車)

(18) $\dfrac{3x-5}{5}-\dfrac{7x-13}{6}=3-\dfrac{x+3}{2}$ (沖電気工業)

不等式の性質

1 $A < B$ ならば $A + C < B + C$

2 $A < B$ ならば $A - C < B - C$

3 $A < B,\quad C > 0$ ならば $AC < BC,\quad \dfrac{A}{C} < \dfrac{B}{C}$

4 $A < B,\quad C < 0$ ならば $AC > BC,\quad \dfrac{A}{C} > \dfrac{B}{C}$

「不等式の性質」の **1**〜**3** は，27 ページにある「等式の性質」の **1**〜**4** での等号 $=$ を不等号 $<$ にそのまま変えただけである．

しかし，**4** についてはそうではないので，注意しよう．

例 1.16 1 次不等式 $3x + 11 > 7x - 1$ を解け．

【解】 $3x + 11 > 7x - 1$

移項すると $3x - 7x > -1 - 11$

整理すると $-4x > -12$

両辺を -4 で割ると $x < 3$ ←不等号の向きに注意

1.36 次の 1 次不等式を解け．

(1) $x + \dfrac{1}{2} > 1$ (大日本インキ化学工業)

(2) $-x + 3 < -1$ (富士通ビジネスシステム)

(3) $-3x + 2 < 5$ (東芝)

(4) $3x + 5 < x - 2$ (石川島播磨重工業)

(5) $x + 3 > -3x + 7$ (デンソー)

(6) $x - 6 < 4x - 3$ (山武)

(7) $4x - 3 > 7x - 6$ (新生テクノス)

1.37 次の 1 次不等式を解け.

(1) $2(x+1) \leqq 4(x+2)$ (富士電機ホールディングス)

(2) $30 + \dfrac{5}{6}x \leqq x + 14$ (デンソー)

(3) $-\dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{3} < \dfrac{2}{3}x - \dfrac{5}{12}$ (住友軽金属)

(4) $\dfrac{x}{2} - \dfrac{2}{3}x < 26 - \dfrac{3}{5}x$ (日本毛織)

(5) $\dfrac{x+1}{2} > 2(x+1)$ (YKK)

(6) $\dfrac{x-3}{4} + \dfrac{6-x}{2} > x$ (アマダ)

(7) $\dfrac{x+3}{5} - \dfrac{4x-2}{15} + 2x > 0$ (日本電線工業)

(8) $\dfrac{3x-1}{5} - \dfrac{5-x}{2} > \dfrac{2}{3} + \dfrac{7(x-2)}{6}$ (ニコン)

例題 1.10 次の連立不等式を解け.

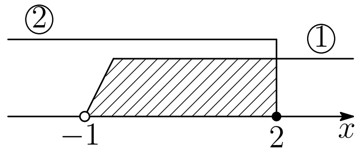
$$\begin{cases} 3x+4>x+2 \\ x+4 \geqq 2(2x-1) \end{cases}$$

【解】 $3x+4>x+2$ から　$2x>-2$

よって　$x>-1$　$\cdots$ ①

$x+4 \geqq 2(2x-1)$ から　$-3x \geqq -6$

よって　$x \leqq 2$　$\cdots$ ②



① と ② の共通部分を求めて　$-1<x \leqq 2$

1.38 次の連立不等式を解け.

(1) $\begin{cases} 2x+4>x-5 \\ 3x+5>2x+7 \end{cases}$ (中川電機)

(2) $\begin{cases} 27-5x<60+6x \\ 7x+6<5x+10 \end{cases}$ (ダイハツ)

(3) $\begin{cases} 2x+3 \geqq 5x-15 \\ \dfrac{x+1}{2}+\dfrac{x}{3}>3 \end{cases}$ (愛知製鋼)

(4) $\begin{cases} \dfrac{4}{3}x+\dfrac{5}{6} \geqq \dfrac{1}{2}x-\dfrac{5}{2} \\ 6-\dfrac{x}{3}>2-\dfrac{x}{7} \end{cases}$ (大阪ガス)

(5) $\begin{cases} 3x+8 \geqq 5x+2 \\ x-\dfrac{2}{3}<3(x-1)+\dfrac{1}{2} \end{cases}$ (東京ガス)

(6) $\begin{cases} \dfrac{x-16}{3}>\dfrac{x-10}{7} \\ 4+x>x+\dfrac{x-12}{3} \end{cases}$ (日立家電販売)

(7) $4x-6<3x+5<8x+5$ (ニコン)

1.3.2　2 次方程式

数の積の性質

$$\boldsymbol{AB = 0}\quad \textbf{ならば}\quad \boldsymbol{A = 0}\quad \textbf{または}\quad \boldsymbol{B = 0}$$

例 1.17 2 次方程式 $x^2 - 2x - 15 = 0$ を解け.

【解】 左辺を因数分解すると　$(x+3)(x-5) = 0$

よって　$x + 3 = 0$　または　$x - 5 = 0$

したがって，解は　$x = -3,\ 5$

1.39 次の 2 次方程式を解け.

(1) $x^2 + 4x = 0$ (関西電力)

(2) $x^2 + 3x = 0$ (ブラザー工業)

(3) $x^2 - x - 12 = 0$ (ダイハツ)

(4) $x^2 - 4x + 3 = 0$ (京浜急行電鉄)

(5) $x^2 + 5x + 6 = 0$ (デンソー)

(6) $x^2 - 8x + 15 = 0$ (住友金属工業)

(7) $x^2 + 3x - 40 = 0$ (大隅鉄工)

(8) $x^2 - 13x + 36 = 0$ (西日本プラント工業)

(9) $x^2 - 2x + 1 = 0$ (山崎製パン)

(10) $x^2 + 2x + 1 = 0$ (富士通)

(11) $x^2 + 2x - 20 = 4$ (豊田工機)

(12) $x^2 - 16x = 36$ (ダイハツ)

(13) $x^2 - 3x + 1 = 5$ (東芝)

(14) $2x^2 - 10x + 12 = 0$ (ダイハツ)

(15) $(x+4)(x+3) = 6$ (京阪電気鉄道)

(16) $28 + (2x+8)(x-5) = (3x+3)(2x+4)$ (東京急行電鉄)

例 1.18 2 次方程式 $3x^2+5x-2=0$ を解け.

【解】 左辺を因数分解すると　$(x+2)(3x-1)=0$

よって　$x+2=0$　または　$3x-1=0$

したがって，解は　$x=-2,\ \dfrac{1}{3}$

1.40 次の 2 次方程式を解け.

(1) $2x^2+5x+2=0$ (トヨタ自動車)

(2) $2x^2-5x+2=0$ (オリエント時計)

(3) $2x^2+x-1=0$ (東芝)

(4) $2x^2-5x-12=0$ (日本水産)

(5) $2x^2-9x+4=0$ (住友金属工業)

(6) $2x^2+11x-6=0$ (東芝機械)

(7) $2x^2+15x+7=0$ (日本毛織)

(8) $3x^2+2x-5=0$ (きんでん)

(9) $3x^2-7x+2=0$ (共栄工業)

(10) $5x^2+18x-8=0$ (きんでん)

(11) $5x^2-17x-12=0$ (トーエネック)

(12) $6x^2-5x+1=0$ (きんでん)

(13) $6x^2+5x-6=0$ (日本無線)

(14) $6x^2+19x+10=0$ (愛知機械工業)

(15) $6x^2-13x+6=0$ (玉野エンジニアリング)

(16) $8x^2-3x+1=2x^2+4x+6$ (住友電気工業)

(17) $0.3x^2-0.5x-1.2=0$ (コニカミノルタホールディングス)

(18) $(x+1)(2x+3)=4x^2+5$ (小田急電鉄)

平方根の考えを使う解き方

$a > 0$ のとき，$x^2 = a$ の解は　　$\boldsymbol{x = \pm\sqrt{a}}$

例 1.19 次の 2 次方程式を解け.

(1) $9x^2 = 5$　　(2) $(x-5)^2 = 121$

【解】 (1) $9x^2 = 5$ の解は，$x^2 = \dfrac{5}{9}$ から

$$x = \pm\sqrt{\frac{5}{9}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$$

(2) $(x-5)^2 = 121$ の解は，$x - 5 = \pm 11$ から

$$x = 5 \pm 11 = 16, -6$$

1.41 次の 2 次方程式を解け.

(1) $(x-2)^2 = 9$ (日産自動車)

(2) $(x-1)^2 = 144$ (三菱鉛筆)

例題 1.11 次の 2 次方程式を，$(x+m)^2 = a$ の形に変形して解け.

$$x^2 + 6x - 391 = 0$$

【解】

$$\begin{aligned} x^2 + 2\cdot 3x &= 391 && ① \ [x^2 + 2mx = \text{定数}] \text{ の形にする.} \\ x^2 + 2\cdot 3x + 3^2 &= 391 + 3^2 && ② \ \text{両辺に } m^2 \text{ をたす.} \\ (x+3)^2 &= 400 && ③ \ (x+m)^2 = a \text{ の形にする.} \\ x + 3 &= \pm 20 \\ x &= 17, -23 \end{aligned}$$

1.42 次の 2 次方程式を解け.

(1) $x^2 + 2x - 255 = 0$ (電源開発)

(2) $x^2 - 2x - 255 = 0$ (電源開発)

(3) $x^2 - x - 3.75 = 0$ (日本ビクター)

2 次方程式の解の公式

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ は，$b^2-4ac \geqq 0$ のとき解をもち，

その解は $$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

例 1.20 2 次方程式 $3x^2-5x-1=0$ を解け.

【解】 解の公式により $x = \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)}}{2 \cdot 3} = \dfrac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$

1.43 次の 2 次方程式を解け.

(1) $x^2-7x+11=0$ (富士重工業)

(2) $2x^2+7x-3=0$ (愛知時計電機)

(3) $3x^2-10x+5=0$ (日野自動車)

(4) $2x^2-5x+1=0$ (日本タングステン)

(5) $3x^2-8x+2=0$ (日本無線)

(6) $0.5x^2+0.25x=1.25$ (住友電気工業)

(7) $(3x-1)(x+3)=1$ (石川島播磨重工業)

(8) $3(x^2+1)=11x$ (凸版印刷)

例題 1.12 x の 2 次方程式 $x^2 - ax + 2a - 4 = 0$ が 3 を解にもつとき，定数 a の値と他の解を求めよ．

【解】 3 がこの方程式の解であるから

$$3^2 - a \cdot 3 + 2a - 4 = 0$$

これを解くと　$a = 5$

このとき，方程式は　$x^2 - 5x + 6 = 0$

左辺を因数分解すると　$(x-2)(x-3) = 0$

したがって　$x = 2,\ 3$　　(答) $a = 5$，他の解 2

1.44 次の問いに答えよ．

(1) 2 次方程式 $x^2 + 3x - a = 0$ の 1 つの解が 3 のとき，もう 1 つの解を求めよ．
(JFE ホールディングス)

(2) $x = -1$ が $x^2 + ax + 2 = 0$ の解であるとき，この方程式のもう 1 つの解を求めなさい．
(新日本製鐵)

(3) 2 次方程式 $2x^2 - ax - 6 = 0$ の 1 つの解が $-\dfrac{1}{2}$ であるとき，他の 1 つの解を求めよ．
(シャープ)

(4) x に関する 2 次方程式 $x^2 - mx - 3(m+5) = 0$ の 1 つの解が 3 であるとき，他の 1 つの解を求めよ．
(ニコン)

(5) x に関する 2 次方程式 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ の 1 つの解が 2 であるとき，a の値と他の解を求めよ．
(日産自動車)

2次方程式の係数と実数の解

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数の解は，b^2-4ac の符号によって次のように分類される．$b^2-4ac=0$ のときは，2つの解が重なったものと考えて，この解を**重解**という．

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数の解と b^2-4ac の符号			
b^2-4ac の符号	$b^2-4ac>0$	$b^2-4ac=0$	$b^2-4ac<0$
実数の解	$\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (異なる2つの解)	$-\dfrac{b}{2a}$ (重解)	ない

[注意] 上の b^2-4ac を D で表すことがある．

例題 1.13 x の2次方程式 $x^2+mx+2m-3=0$ が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ．

【解】 重解をもつための条件は，係数について

$$m^2-4{\cdot}1{\cdot}(2m-3)=0 \qquad \longleftarrow D{=}b^2{-}4ac{=}0$$
$$m^2-8m+12=0$$

が成り立つことである．

これを解いて　　$m=2,\ 6$

1.45 次の問いに答えよ．

(1) 2次方程式 $x^2+2kx+8k+9=0$ が重解をもつように，k の値を定めよ．

(ニコン)

(2) $(m+2)x^2+(m-3)x+(2m-3)=0$ が重解をもつように，m の値を定めよ．

(神戸製鋼所)

(3) $x^2-2(2k-1)x+k^2-2k+2=0$ が重解をもつように，k の値を定めよ．

(川崎重工業)

(4) 2次方程式 $x^2-2m(x-4)-15=0$ が重解をもつように，m の値を定めよ．

(いすゞ自動車)

例題 1.14 正方形の縦の長さを 3cm 長くし，横の長さを 2cm 短くした長方形の面積が 50cm^2 のとき，もとの正方形の 1 辺の長さを求めよ．

【解】 もとの正方形の 1 辺の長さを x cm とすると，長方形の縦の長さは $(x+3)$cm，横の長さは $(x-2)$cm であるから

$$(x+3)(x-2)=50$$

整理すると $\quad x^2+x-56=0$

よって $\quad (x+8)(x-7)=0$

したがって $\quad x=-8,\ 7 \quad \cdots ①$

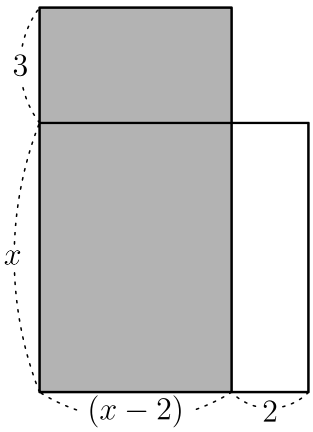
辺の長さは正であるから

$$x>0 \text{ かつ } x+3>0 \text{ かつ } x-2>0$$

よって $\quad x>2$

① のうち，$x>2$ に適するのは $\quad x=7$

よって，もとの正方形の 1 辺の長さは　7cm



1.46 次の問いに答えよ．

(1) 長さ 24cm の針金を折り曲げて長方形をつくり，その面積が 27cm^2 となるようにするには，2 辺の長さをそれぞれいくらにすればよいか．(日産ディーゼル)

(2) ある 2 つの正方形を合わせた土地がある．その広さは 369m^2 で，その大きい方の正方形の 1 辺は，小さい方の正方形の 1 辺より 3m だけ長いという．この 2 つの正方形の土地の 1 辺の長さは，それぞれ何 m か．(武田薬品工業)

(3) 横の長さが縦の長さより 4m だけ短い長方形がある．この長方形の横，縦の長さをいずれも 3m ずつ短くするとその面積はもとの面積の半分よりも 9m^2 だけ小さくなるという．もとの長方形の面積を求めよ．(昭和電線電纜)

(4) 横が縦より 5cm 短い長方形の四隅を 3cm×3cm ずつ切り離し，フタのない箱を作った時の容量は 72cm^3 だった．このとき，長方形の縦と横の長さを求めなさい．(日立研究所)

2.1　2 次関数とグラフ

2.1.1　関数とグラフ

関数

2 つの変数 x，y について，x の値を決めるとそれに応じて y の値がただ 1 つ定まるとき，y は x の**関数**であるという．また，その変数 x のとりうる値の範囲を，その関数の**定義域**といい，x の値に対応して y がとる値の範囲を**値域**という．

x の関数を $\boldsymbol{f(x)}$ とか $\boldsymbol{g(x)}$ などと書くことがある．関数 $f(x)$ の x に数 k を代入した値を $\boldsymbol{f(k)}$ で表す．

例 2.1 時速 50km で x 時間走った車の走行距離を y km とするとき，y を x の式で表せ．

【解】走行距離は $50x$ km，定義域は $x > 0$
　　したがって　$y = 50x \ (x > 0)$

2.1 次の y を x の式で表し，y が x の 2 次関数であるものを選べ．

(1) 半径が x cm の円の面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とする．

(2) 面積が $80\,\mathrm{cm}^2$ の長方形の縦の長さを x cm，横の長さを y cm とする．

(3) 周の長さが 20 cm の長方形の縦の長さを x cm，面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とする．

例 2.2 関数 $f(x) = 2x - 3$，$g(x) = x^2 - 2x + 1$ において，次の値を求めよ．
(1) $f(4)$　　(2) $g(-3)$

【解】(1) $f(4) = 2\cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$
　　(2) $g(-3) = (-3)^2 - 2\cdot(-3) + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$

2.2 次の値を求めよ．

(1) $f(x) = -3x + 2$ のとき，$f(2)$，$f(-1)$，$f(0)$ の値

(2) $g(x) = 2x^2 + x + 1$ のとき，$g(1)$，$g(-2)$，$g(0)$ の値

1 次関数のグラフと値域

- 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは，傾きが a，y 軸上の切片が b の直線．
  $a > 0$ ならば右上がり，$a < 0$ ならば右下がり．
- 1 次関数 $y = ax + b$ $(p \leqq x \leqq q)$ の値域は，$x = p$，$x = q$ のときの y の値に注目し，グラフを利用して求めることができる．

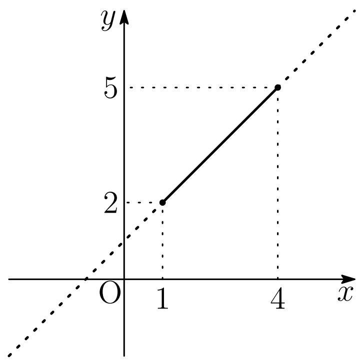
例題 2.1 関数 $y = x+1$ $(1 \leqq x \leqq 4)$ のグラフをかけ．また，その値域を求めよ．

【解】 この関数のグラフは，$y = x + 1$ のグラフのうち，$1 \leqq x \leqq 4$ に対応する部分である．

$x = 1$ のとき　　$y = 1 + 1 = 2$

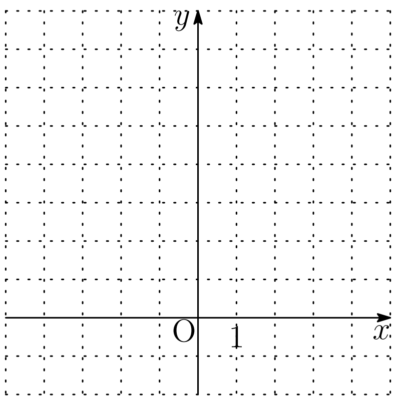
$x = 4$ のとき　　$y = 4 + 1 = 5$

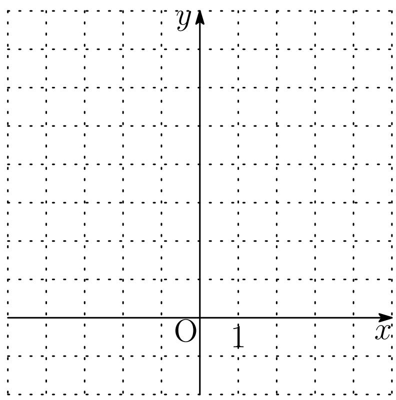
よって，グラフは右の図の実線部分である．
値域は　　$2 \leqq y \leqq 5$



2.3 次の関数のグラフをかけ．また，その値域を求めよ．

(1) $y = x + 4$ $(-3 \leqq x \leqq 2)$　　　　(2) $y = -2x + 5$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$





1 次関数の最大・最小

1 次関数 $y = ax + b$ $(p \leqq x \leqq q)$ の場合

$a > 0$ ならば　$x = p$ で最小値，$x = q$ で最大値をとる．

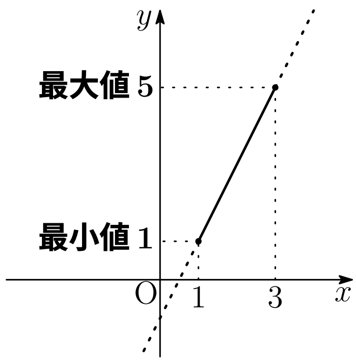
$a < 0$ ならば　$x = p$ で最大値，$x = q$ で最小値をとる．

例題 2.2 関数 $y = 2x - 1$ $(1 \leqq x \leqq 3)$ の値域を求めよ．また，関数の最大値，最小値があれば，それを求めよ．

【解】 この関数のグラフは，$y = 2x - 1$ のグラフのうち，$1 \leqq x \leqq 3$ に対応する部分である．

$x = 1$ のとき　　$y = 2{\cdot}1 - 1 = 1$

$x = 3$ のとき　　$y = 2{\cdot}3 - 1 = 5$



関数のグラフは右の図の実線部分である．
よって，関数の値域は $1 \leqq y \leqq 5$ である．
したがって　最大値は5，最小値は1 である．

2.4 次の関数の値域を求めよ．また，関数の最大値，最小値があれば，それを求めよ．

(1) $y = 3x + 1$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$

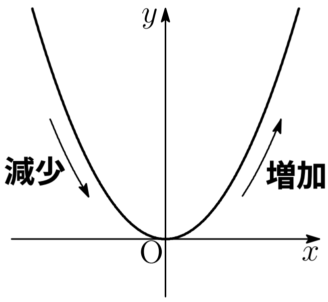
(2) $y = -2x + 3$ $(0 \leqq x \leqq 4)$

2.1.2　2 次関数のグラフ

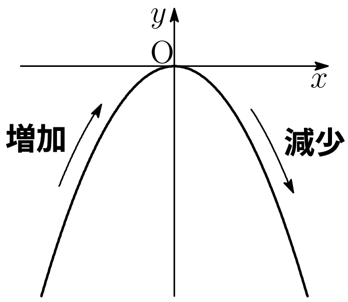
2 次関数 $y = ax^2$ のグラフ

放物線で，軸は y 軸，頂点は原点.

$a > 0$ のとき　下に凸

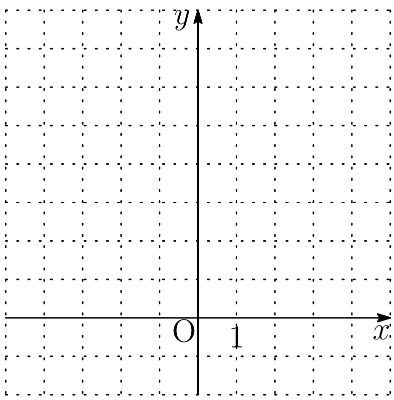


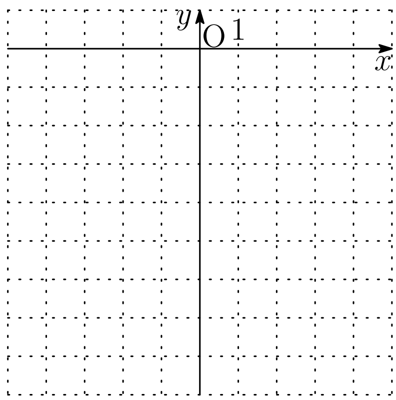
$a < 0$ のとき　上に凸



2.5 次の関数のグラフをかけ．また，その放物線は上に凸，下に凸のどちらであるか.

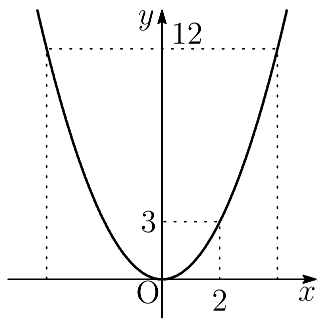
(1)　$y = 2x^2$　　　　(2)　$y = -\dfrac{1}{2}x^2$





2.6 右の放物線 $y = ax^2$ について，a の値を求めよ．また $y = 12$ のときの x の値を求めよ.

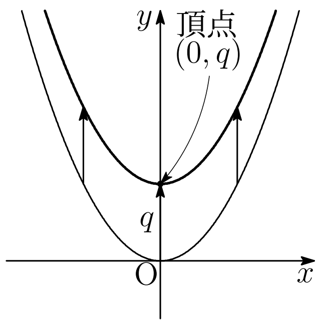
(YKK)



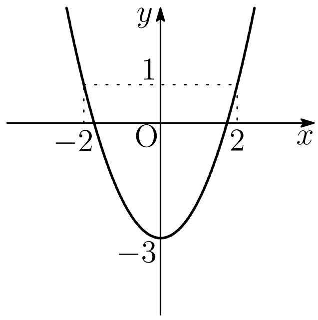
$\boldsymbol{y = ax^2 + q}$ のグラフ

2次関数 $y = ax^2 + q$ のグラフは，$y = ax^2$ のグラフを，点 $(0, q)$ が頂点となるように平行移動した放物線である．その軸は y 軸である．

図形上の各点を一定の方向に一定の距離だけ動かす移動を**平行移動**という．



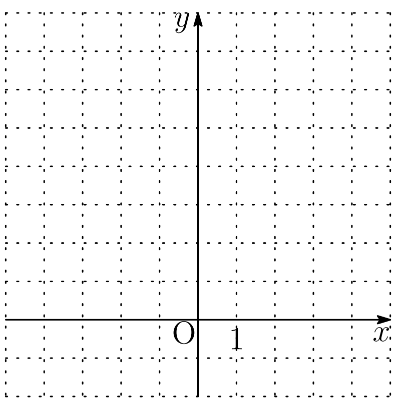
例 2.3 関数 $y = x^2 - 3$ のグラフをかけ．
(東横システム電建)

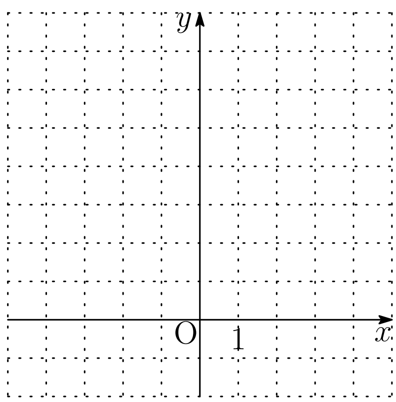


【解】 $y = x^2 - 3$ のグラフは，$y = x^2$ のグラフを点 $(0, -3)$ が頂点になるように平行移動した放物線で，右の図のようになる．

2.7 次の関数のグラフをかけ．また，その頂点を求めよ．

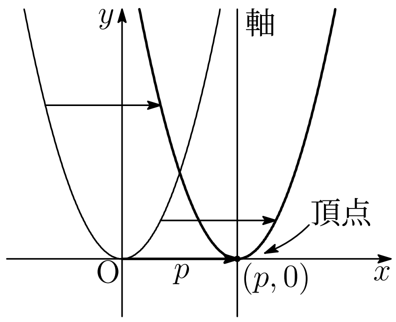
(1) $y = 2x^2 + 1$ (2) $y = x^2 - 1$ (シチズン時計)





$\boldsymbol{y = a(x-p)^2}$ のグラフ

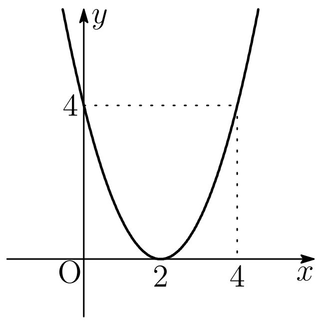
2次関数 $y = a(x-p)^2$ のグラフは，$y = ax^2$ のグラフを，点 $(p, 0)$ が頂点となるように平行移動した放物線である．その軸は 直線 $x = p$ である．



［注意］ 点 $(p, 0)$ を通り y 軸に平行な直線を，**直線 $\boldsymbol{x = p}$** という．

例 2.4 次の関数のグラフをかけ．

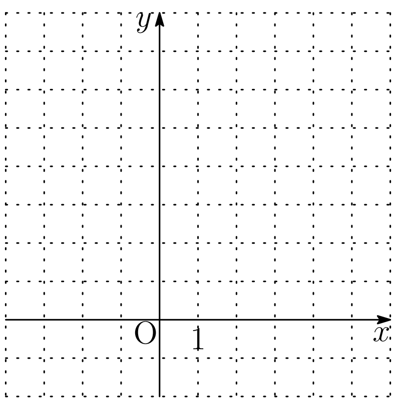
$$y = (x-2)^2$$

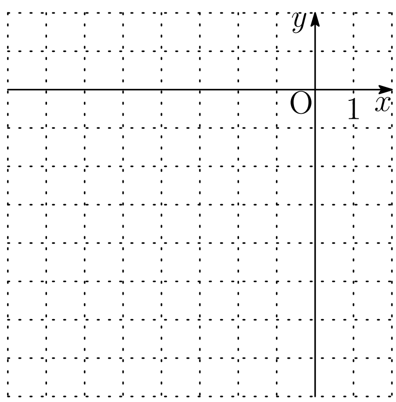


【解】 $y = (x-2)^2$ のグラフは，$y = x^2$ のグラフを点 (2, 0) が頂点になるように平行移動した放物線で，右の図のようになる．

2.8 次の関数のグラフをかけ．また，その頂点と軸を求めよ．

(1) $y = 2(x-1)^2$　　　(2) $y = -2(x+3)^2$

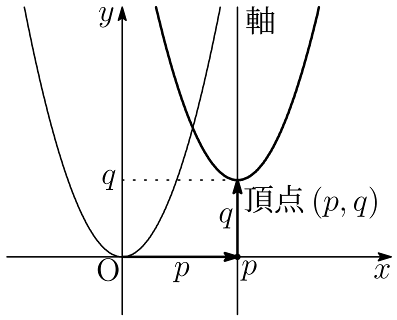




$y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ

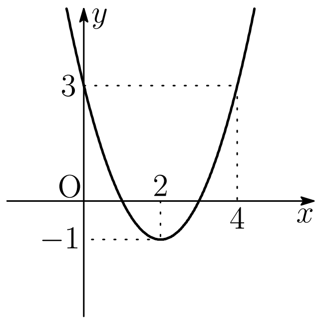
2 次関数 $y = a(x-p)^2+q$ のグラフは，$y = ax^2$ のグラフを，点 (p, q) が頂点となるように平行移動した放物線である．その軸は 直線 $x = p$ である．

2 次関数 $y = ax^2$ のグラフを，x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動させたものが，$y = a(x-p)^2 + q$ のグラフである．



例 2.5 次の関数のグラフをかけ．

$$y = (x-2)^2 - 1$$

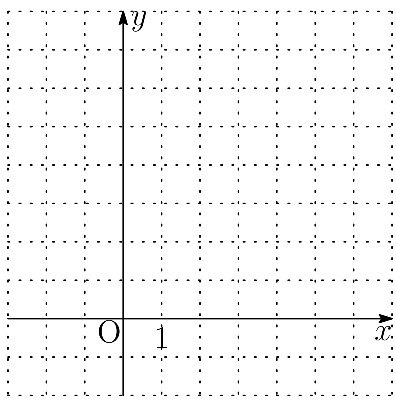


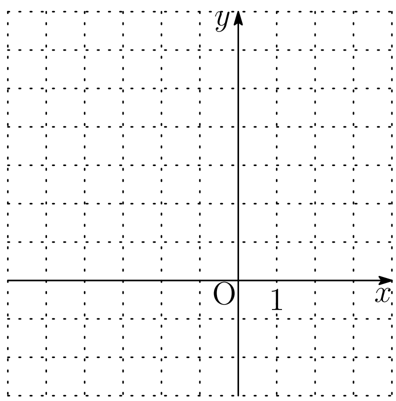
【解】 $y = (x-2)^2 - 1$ のグラフは，$y = x^2$ のグラフを点 $(2, -1)$ が頂点になるように平行移動した放物線で，右の図のようになる．

[注意] 例 2.4，例 2.5 からわかるように，$y = (x-2)^2 - 1$ のグラフは $y = (x-2)^2$ のグラフを y 軸方向に -1 だけ平行移動したものである．したがって，$y = x^2$ のグラフを x 軸方向 2，y 軸方向に -1 だけ平行移動させると，$y = (x-2)^2 - 1$ のグラフになる．

2.9 次の関数のグラフをかけ．また，その頂点と軸を求めよ．

(1) $y = (x-2)^2 + 1$　　(2) $y = -2(x+1)^2 + 5$





2.10 2 次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に 2，y 軸方向に 1 だけ平行移動させると，どのような 2 次関数のグラフになるか．その関数の式を求めよ．(トヨタ自動車)

ax^2+bx+c の平方完成

2 次式を平方完成するときは，次の変形を使うと考えやすい．

$$x^2+\blacksquare x=\left(x+\frac{\blacksquare}{2}\right)^2-\left(\frac{\blacksquare}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned}ax^2+bx+c&=a(x^2+\blacksquare x)+c\\&=a\left\{\left(x+\frac{\blacksquare}{2}\right)^2-\left(\frac{\blacksquare}{2}\right)^2\right\}+c\\&=a\left(x+\frac{\blacksquare}{2}\right)^2-a\left(\frac{\blacksquare}{2}\right)^2+c\end{aligned}$$

平方完成

$a(x+\square)^2+\bigcirc$ の形の 2 次式に表すこと

例 2.6 2 次式 $2x^2+8x+3$ を平方完成せよ．

【解】

$$\begin{aligned}2x^2+8x+3&=2(x^2+4x)+3\\&=2\{(x+2)^2-2^2\}+3\\&=2(x+2)^2-2\cdot 2^2+3\\&=2(x+2)^2-5\end{aligned}$$

① x^2，x を含む項だけを x^2 の係数 2 でくくる．
② $x^2+4x=(x+2)^2-2^2$
③ 2 をかけて $\{\ \ \}$ をはずす．

2.11 次の 2 次式を平方完成せよ．

(1) x^2+6x　　(2) x^2-4x

(3) x^2+2x-2　　(4) x^2-6x+5

(5) $2x^2+4x+3$　　(6) $-x^2-6x-4$

(7) $2x^2+6x+1$　　(8) $-3x^2+3x-1$

$y = ax^2 + bx + c$ のグラフ

- $y = ax^2$ のグラフを平行移動した放物線.
- 平方完成により，$y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形して，頂点や軸を求める.

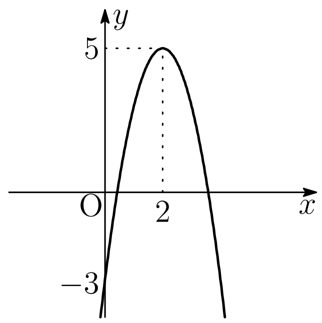
例題 2.3 次の 2 次関数のグラフをかけ．また，その頂点と軸を求めよ．

$$y = -2x^2 + 8x - 3$$

【解】
$$\begin{aligned} -2x^2 + 8x - 3 &= -2(x^2 - 4x) - 3 \\ &= -2\{(x-2)^2 - 2^2\} - 3 \\ &= -2(x-2)^2 + 5 \end{aligned}$$

よって　　$y = -2(x-2)^2 + 5$

したがって，この関数のグラフは右の図のような放物線である．頂点は点 (2, 5)，軸は直線 $x = 2$ である．



2.12 次の 2 次関数のグラフをかけ．また，その頂点と軸を求めよ．

(1) $y = x^2 + 2x + 3$ (シチズン時計)

(2) $y = x^2 - 2x - 3$ (小田急電鉄)

(3) $y = 2x^2 + 8x + 3$

(4) $y = 2x^2 - 4x - 6$ (ブラザー工業)

(5) $y = -\dfrac{1}{2}x^2 + x + \dfrac{7}{2}$

(6) $y = -2x^2 + x + 10$ (住友電気工業)

2.13 放物線 $y = x^2 + 2x - 3$ がある．これを次のように移動したときの放物線の式を求めよ． (石川島汎用機械)

(1) 頂点が原点と一致するように平行移動する．

(2) 頂点が $(0, -2)$ となるように平行移動する．

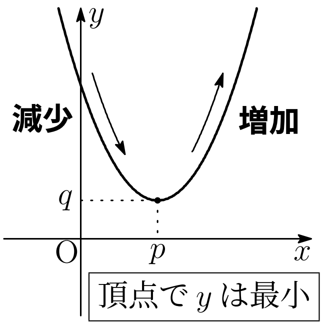
2.2　2 次関数の値の変化

2.2.1　2 次関数の最大・最小

2 次関数 $y = a(x-p)^2 + q$ の最大・最小

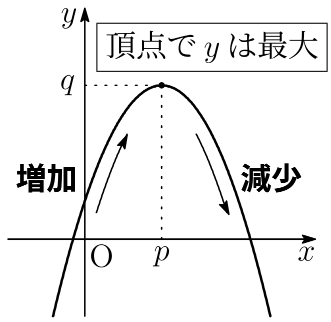
$a > 0$ のとき，$x = p$ で最小値 q をとる．最大値はない．
$a < 0$ のとき，$x = p$ で最大値 q をとる．最小値はない．

$a > 0$ のとき



y はいくらでも大きな値をとる

$a < 0$ のとき



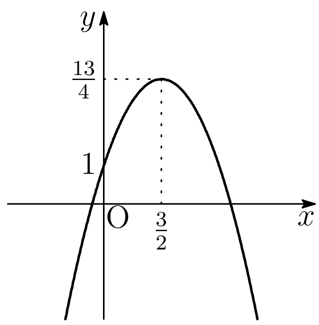
y はいくらでも小さな値をとる

例題 2.4 $y = -x^2 + 3x + 1$ に最大値，最小値があれば，それを求めよ．

【解】 $-x^2 + 3x + 1 = -\left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{13}{4}$

よって　　$y = -\left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{13}{4}$

したがって，y は $x = \dfrac{3}{2}$ で最大値 $\dfrac{13}{4}$ をとる．
最小値はない．



2.14 次の 2 次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ．

(1) $y = 2(x-1)^2 + 3$

(2) $y = x^2 + 6x + 7$

(3) $y = -x^2 + 4x + 1$　(トヨタ自動車)

(4) $y = x^2 + x$　(トヨタ自動車)

(5) $y = -4x^2 + 16x + 32$　(愛知時計電機)

$y = ax^2 + bx + c \ (m \leqq x \leqq n)$ の最大・最小

グラフをかき，頂点の位置，定義域の両端における y の値に注目して，最大・最小を求める．

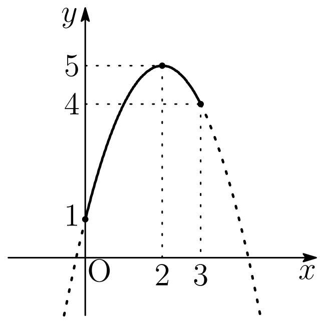
例題 2.5 関数 $y = -x^2 + 4x + 1 \ (0 \leqq x \leqq 3)$ に最大値，最小値があれば，それを求めよ．

【解】 $-x^2 + 4x + 1 = -(x-2)^2 + 5$ であるから

$$y = -(x-2)^2 + 5$$

$0 \leqq x \leqq 3$ でのグラフは，右の図の実線部分である．よって，y は

$x = 2$ で最大値 5 をとり，
$x = 0$ で最小値 1 をとる．



2.15 次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ．

(1) $y = -x^2 + 3 \ (-1 \leqq x \leqq 2)$ (新日本製鐵)

(2) $y = x^2 - 2x + 2 \ (0 \leqq x \leqq 3)$ (JR)

(3) $y = x^2 - 4x + 3 \ \left(\frac{1}{2} \leqq x \leqq 4\right)$ (小松製作所)

(4) $y = x^2 - 4x + 3 \ (-1 \leqq x \leqq 1)$ (JFE ホールディングス)

(5) $y = 1 - 4x - x^2 \ (-3 \leqq x \leqq 2)$ (九州電力)

2.16 (　　) に適する数または語句を答えよ．

放物線 $y = 3x^2 - 18x + 25$ は (　　) に凸で，頂点の座標は (　　,　　) である．この曲線において $2 \leqq x \leqq 5$ での最大値は (　　) である．さらにこの放物線を原点において接するようにするためには，この放物線を x 軸方向に (　　)，y 軸方向に (　　) だけ平行移動しなければならない． (マツダ)

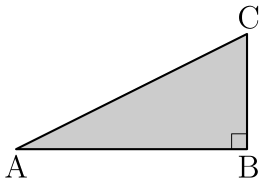
最大・最小の応用 (文章題)

① 何を変数 (x) にするかを決め，その変数の範囲 (定義域) を定める.

② 最大・最小を考えるもの (y) を，変数 (x) を用いて表す.

③ 定義域に注意して，② の最大・最小を求める.

例題 2.6 直角三角形 ABC において，直角をはさむ 2 辺 AB，BC の長さの和が 10cm であるとする．このような三角形の面積の最大値を求めよ．

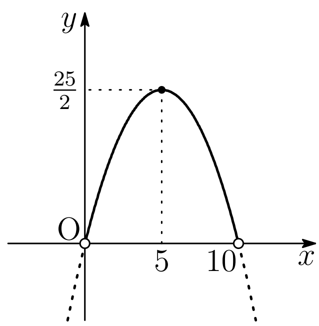


【解】 $\mathrm{AB}=x$ とすると　$\mathrm{BC}=10-x$

$x>0$ かつ $10-x>0$ から

$$0<x<10 \quad \cdots ①$$

三角形の面積を $y\ \mathrm{cm}^2$ とすると



$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}\cdot x(10-x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2-10x) \\ &= -\frac{1}{2}\{(x-5)^2-5^2\} \\ &= -\frac{1}{2}(x-5)^2+\frac{25}{2} \end{aligned}$$

① において，y は $x=5$ で最大値 $\dfrac{25}{2}$ をとる．　(答) $\dfrac{25}{2}$ cm^2

2.17 直角三角形の直角をはさむ 2 辺の和が 24cm のとき，(日本毛織)

(1) その面積が最大となるのは，どんなときか.

(2) その斜辺が最小となるのは，どんなときか.

2.18 毎秒 20m の速さで投げ上げた物体の t 秒後の高さを y m とすれば，$y=20t-5t^2$ で与えられる．何秒後に最高の高さに達するか．またそのときの高さはどれだけか.
(神鋼電機)

2.19 1 個の原価 70 円の商品を 1 個につき 100 円で売ると，1 ヶ月あたりの売上は 1600 個である．もし値上げすると，単価 1 円の値上げにつき，20 個の割合で売上が減少するという．利益を最大にするには，売価はいくらにすればよいか．(マツダ)

2.2.2　2 次関数の決定

放物線の軸や頂点から関数を決定

2 次関数を決定する問題で，その軸や頂点がわかっているときは，
$y=a(x-p)^2+q$ の形を利用するとよい．

例題 2.7 グラフが次の条件を満たすような 2 次関数を求めよ．

(1) 頂点が点 $(1,\ 2)$ で，点 $(3,\ 6)$ を通る．

(2) 直線 $x=-1$ を軸とし，2 点 $(1,\ 1)$，$(-2,\ 4)$ を通る．

【解】 (1) 頂点が $(1,\ 2)$ であるから，求める関数は $y=a(x-1)^2+2$ とおける．
このグラフが $(3,6)$ を通るから　$6=4a+2$　ゆえに　$a=1$
よって　$y=(x-1)^2+2$　すなわち　$y=x^2-2x+3$

(2) 直線 $x=-1$ を軸とするから，求める関数は $y=a(x+1)^2+q$ とおける．
このグラフが 2 点 $(1,\ 1)$，$(-2,\ 4)$ を通るから

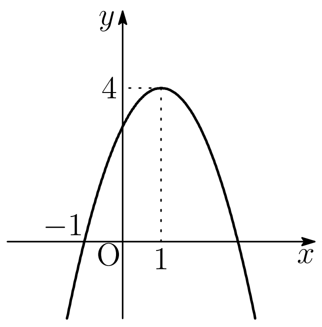
$$1=4a+q,\ 4=a+q \qquad \text{これを解くと} \quad a=-1,\ q=5$$

よって　$y=-(x+1)^2+5$　すなわち　$y=-x^2-2x+4$

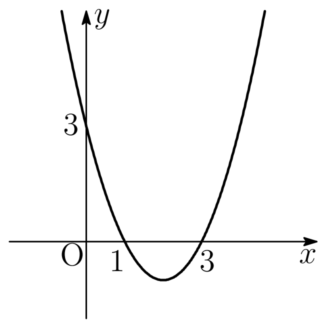
2.20 頂点が $(3,-5)$ で，点 $(5,\ 3)$ を通る放物線の方程式を求めよ．　(日本無線)

2.21 次の放物線の方程式を求めよ．

(1) (東芝)



(2) ［ヒント：軸から求める］(三井金属鉱業)



連立 3 元 1 次方程式の解き方

① 1 文字を消去して，残りの 2 文字の連立方程式を導く.

② 2 文字の連立方程式を解く.

③ 残りの 1 文字の値を求める.

例題 2.8 次の連立 3 元 1 次方程式を解け.

$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a-2b+c=10 \\ 9a+3b+c=5 \end{cases}$$

【解】 $\begin{cases} a+b+c=1 & \cdots ① \\ 4a-2b+c=10 & \cdots ② \\ 9a+3b+c=5 & \cdots ③ \end{cases}$

② − ① から　$3a-3b=9$　すなわち　$a-b=3$　$\cdots$ ④

③ − ② から　$5a+5b=-5$　すなわち　$a+b=-1$　$\cdots$ ⑤

④, ⑤ を解くと　$a=1$, $b=-2$

これらを ① に代入して　$c=2$

2.22 次の連立 3 元 1 次方程式を解け.

(1) $\begin{cases} x+y+z=11 \\ 2x+3y+z=18 \\ x+2y+z=14 \end{cases}$ (日本設備工業)

(2) $\begin{cases} x+2y+4z=15 \\ x+y+z=9 \\ x+3y+9z=23 \end{cases}$ (九州電力)

(3) $\begin{cases} 3x+y+z=-5 \\ 4x+3y-z=-2 \\ 5x+4y+z=6 \end{cases}$ (三菱自動車)

(4) $\begin{cases} 3x-y+2z=9 \\ 2x+y-z=7 \\ x+2y-3z=4 \end{cases}$ (日産自動車)

放物線上の 3 点から関数を決定

2 次関数を決定する問題で，グラフの通る 3 点が与えられた場合には，
$y = ax^2 + bx + c$ の形を利用する．

例題 2.9 2 次関数のグラフが 3 点 $(1,\ 0)$，$(2,\ 3)$，$(-1,\ 6)$ を通るとき，
この 2 次関数を求めよ．

【解】 求める 2 次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とする．
グラフが 3 点 $(1,\ 0)$，$(2,\ 3)$，$(-1,\ 6)$ を通るから

$$0 = a + b + c \quad \cdots ①$$
$$3 = 4a + 2b + c \quad \cdots ②$$
$$6 = a - b + c \quad \cdots ③$$

② − ① から　$3a + b = 3$　$\cdots$ ④

① − ③ から　$2b = -6$　$\cdots$ ⑤

④，⑤ を解くと　$b = -3$，$a = 2$

これらを ① に代入して　$c = 1$

よって，求める 2 次関数は　$y = 2x^2 - 3x + 1$

2.23 次の問いに答えよ．

(1) $y = ax^2 + bx + c$ が 3 点 $\left(2,\ \dfrac{7}{2}\right)$，$\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$，$\left(-2,\ \dfrac{3}{2}\right)$ を通るとき，$a,\ b,\ c$ の値を求めよ．(九州電力)

(2) 3 点 $(1,\ 1)$，$(0,\ 2)$，$(2,\ 4)$ を通る放物線の方程式を求めよ．(ユニチカ)

(3) 3 点 $(1,\ 6)$，$(-3,\ 2)$，$(2,\ 12)$ を通る放物線の方程式を求めよ．(日産自動車)

2.3　2次不等式

2.3.1　2次関数のグラフと x 軸の位置関係

2次関数のグラフと x 軸の共有点の座標

2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが x 軸と共有点をもつとき，共有点の x 座標は，$y = 0$ となる x の値，すなわち2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解である．

例題 2.10 次の2次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ．

(1)　$y = x^2 - 2x - 4$　　　　(2)　$y = -x^2 + 4x - 4$

【解】(1)　共有点の x 座標は，2次方程式

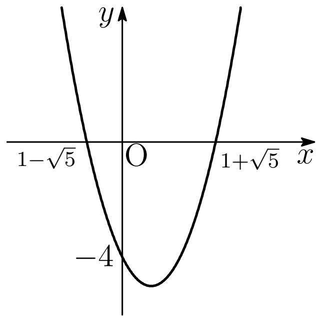
$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

の解である．

これを解くと　　$x = 1 \pm \sqrt{5}$

よって，求める共有点の座標は

$(1 - \sqrt{5},\ 0)$，$(1 + \sqrt{5},\ 0)$



(2)　共有点の x 座標は，2次方程式

$$-x^2 + 4x - 4 = 0$$

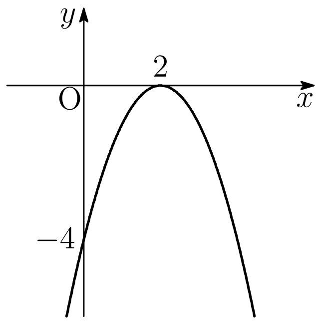
の解である．

両辺に -1 をかけて　$x^2 - 4x + 4 = 0$

これを解くと　　　$x = 2$

よって，求める共有点の座標は

$(2,\ 0)$



2.24 次の2次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ．

(1)　$y = x^2 - 4x + 3$　　　　(2)　$y = -x^2 - 5x + 6$

(3)　$y = x^2 + 3x - 1$　　　　(4)　$y = 4x^2 + 4x + 1$

2.25 $y=2x^2-4x-6$ のグラフについて，次の (　) をうめよ．　(シチズン時計)

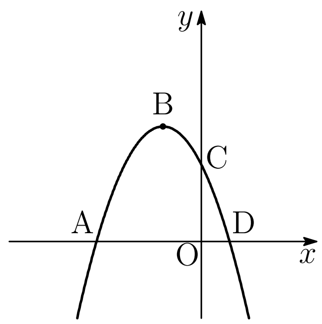
(1) y 軸との交点の y 座標を求めるには，与式に $x=(\quad)$ を代入して，$y=(\quad)$ を得る．

(2) x 軸との交点の x 座標を求めるには，与式に $y=(\quad)$ を代入して，$x=(\quad),(\quad)$ を得る．

(3) 軸を求めるには，$y=2\{x-(\quad)\}^2-8$ と変形できるから，$x=(\quad)$ を得る．

(4) (3) の変形から y は最 (　) 値をもつことがわかり，それは $x=(\quad)$ のとき，(　) である．

2.26 右の図は $y=-x^2-2x+2$ のグラフである．A，B，C，D の座標を求めよ．
(トヨタ自動車)



2.27 2 次関数 $y=x^2+4x-5$ のグラフについて次の問いに答えよ．(川崎重工業)

(1) 最大値または最小値を求めよ．

(2) y 軸との交点の座標を求めよ．

(3) x 軸との交点の座標を求めよ．

(4) (1)〜(3) をもとにグラフをかけ．

2.28 3 点 $(-2,48)$，$(1,6)$，$(6,16)$ を通る放物線がある．これについて，次の問いに答えよ．　(JFE ホールディングス)

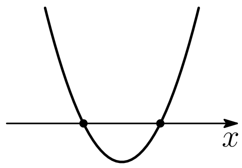
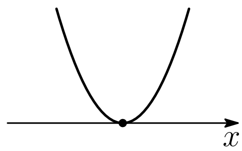
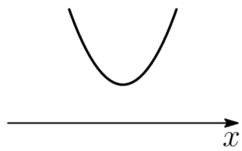
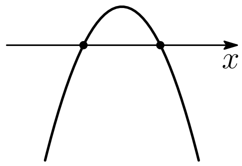
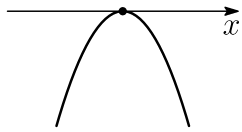
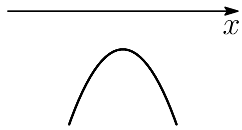
(1) その放物線の式を求めよ．

(2) その放物線の x 軸との交点の座標を求めよ．

(3) その放物線の頂点の座標を求めよ．

2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸の位置関係

2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸の位置関係は，次の表にまとめられる．

$b^2 - 4ac$ の符号	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
x 軸との 位置関係	異なる 2 点で 交わる	接する	共有点を もたない
x 軸との 共有点の個数	2 個	1 個	0 個
$a > 0$ のとき			
$a < 0$ のとき			
$ax^2 + bx + c = 0$ の実数の解	$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$-\dfrac{b}{2a}$	ない

[注意] 上の $b^2 - 4ac$ を D で表すことがある．

例 2.7 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ．

(1) $y = 3x^2 + 5x + 1$ (2) $y = -2x^2 + 6x - 5$

【解】 (1) $a = 3$，$b = 5$，$c = 1$

$D = b^2 - 4ac$

$\quad = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 13 > 0$

共有点の個数は 2 個

(2) $a = -2$，$b = 6$，$c = -5$

$D = b^2 - 4ac$

$\quad = 6^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-5) = -4 < 0$

共有点の個数は 0 個

2.29 次の 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ．

(1) $y = 2x^2 + 8x + 5$ (2) $y = 2x^2 - 5x + 4$

(3) $y = -3x^2 + x + 2$ (4) $y = \dfrac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

例題 2.11 2 次関数 $y=x^2-mx+25$ のグラフが x 軸に接するとき，定数 m の値を求めよ．また，そのときの接点の座標を求めよ．

【解】 このグラフが x 軸に接するための条件は，係数について

$$(-m)^2-4\cdot1\cdot25=0 \qquad \text{すなわち} \qquad m^2-100=0$$

ゆえに，m の値は　$m=\pm10$

接点の x 座標は　$x=-\dfrac{-m}{2\cdot1}=\dfrac{m}{2}$　$\leftarrow x=-\frac{b}{2a}$

よって，接点の座標は　$m=10$ のとき $(5,\ 0)$，$m=-10$ のとき $(-5,\ 0)$

2.30 2 次関数 $y=x^2-ax+1$ のグラフが x 軸に接するとき，定数 a の値を求めよ．また，そのときの接点の座標を求めよ．(全日本空輸)

例題 2.12 2 次関数 $y=2x^2+8x+m$ のグラフについて，次の問いに答えよ．

(1) x 軸と共有点をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ．

(2) x 軸と共有点をもたないとき，定数 m の値の範囲を求めよ．

【解】 $y=2x^2+8x+m$ の係数について　$D=8^2-4\cdot2\cdot m=8(8-m)$

(1) グラフが x 軸と共有点をもつための条件は

$$8(8-m)\geqq0 \qquad \text{よって} \quad m\leqq8$$

(2) グラフが x 軸と共有点をもたないための条件は

$$8(8-m)<0 \qquad \text{よって} \quad m>8$$

2.31 2 次関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2+3x+m$ のグラフについて，次の問いに答えよ．

(1) x 軸と共有点をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ．

(2) x 軸と共有点をもたないとき，定数 m の値の範囲を求めよ．

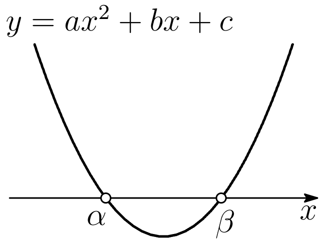
2.3.2　2 次不等式

2 次不等式の解

2 次関数 $y = ax^2 + bx + c\ (a > 0)$ のグラフと x 軸が異なる 2 点 $(\alpha,\ 0)$，$(\beta,\ 0)$ で交わるとき

$ax^2 + bx + c > 0$ の解は　　$x < \alpha,\ \beta < x$

$ax^2 + bx + c < 0$ の解は　　$\alpha < x < \beta$



[注意] $\alpha < \beta$ のとき　　$(x - \alpha)(x - \beta) > 0$ の解は　$x < \alpha,\ \beta < x$

$(x - \alpha)(x - \beta) < 0$ の解は　$\alpha < x < \beta$

例 2.8 次の 2 次不等式を解け．

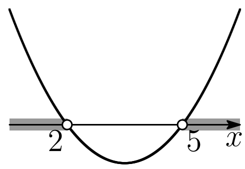
(1)　$(x - 2)(x - 5) > 0$　　　　(2)　$x^2 - x - 2 \leqq 0$

【解】 (1) $(x - 2)(x - 5) = 0$ を解くと　　$x = 2,\ 5$

$y = (x - 2)(x - 5)$ のグラフと x 軸の位置関係は，右の図のようになる．

よって，$(x - 2)(x - 5) > 0$ の解は

$x < 2,\ 5 < x$

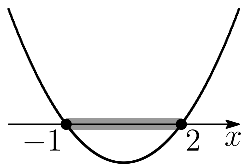


(2) $x^2 - x - 2 = 0$ を解くと　　$x = -1,\ 2$

$y = x^2 - x - 2$ のグラフと x 軸の位置関係は，右の図のようになる．

よって，$x^2 - x - 2 \leqq 0$ の解は

$-1 \leqq x \leqq 2$



2.32 次の 2 次不等式を解け．

(1)　$x(x - 1) < 0$　　(東横システム電建)

(2)　$x^2 - 3x - 4 < 0$　　(本田技研工業)

(3)　$x^2 - 3x - 4 > 0$　　(アキレス)

(4)　$x^2 + 5x - 6 < 0$　　(シチズン時計)

(5)　$x^2 - 5x - 6 \leqq 0$　　(ダイハツ)

(6) $x^2 + 3x - 10 > 0$ (リコー)

(7) $x^2 - 3x - 10 > 0$ (王子製紙)

(8) $x^2 - x - 6 < 0$ (住友精化)

(9) $x^2 - 4x - 5 > 0$ (いすゞ自動車)

(10) $x^2 - x - 12 > 0$ (いすゞ自動車)

(11) $x^2 + 2x - 3 < 0$ (本田技研工業)

(12) $x^2 - 3x - 54 < 0$ (日産ディーゼル)

(13) $(x-5)(2x+1) < 0$ (昭和シェル石油)

(14) $2x^2 - 9x - 5 > 0$ (小松製作所)

(15) $2x^2 + 7x + 3 < 0$ (ヤマハ発動機)

(16) $2x^2 - 5x + 2 > 0$ (大阪ガス)

(17) $2x^2 - 7x - 4 < 0$ (中越パルプ工業)

(18) $6x^2 - 7x - 5 > 0$ (ヤマハ発動機)

(19) $6x^2 - x - 12 \leqq 0$ (日本輸送機)

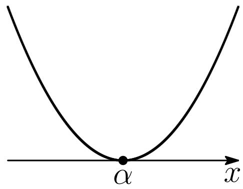
(20) $2x^2 + 4x - 1 > 0$ (富士通ヴィエルエスアイ)

解の範囲が特別な 2 次不等式

2 次関数 $y = ax^2+bx+c$ のグラフが点 $(\alpha,\ 0)$ で x 軸に接するとき $(b^2-4ac=0)$，x 軸と共有点をもたないとき $(b^2-4ac<0)$ について，$a>0$ の場合について次のとおりである.

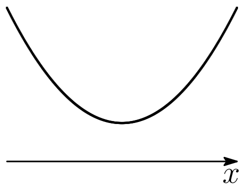
- **$b^2-4ac=0$ のとき**

  $ax^2+bx+c \geqq 0$ の解は　すべての実数
  $ax^2+bx+c > 0$ の解は　α 以外のすべての実数
  $ax^2+bx+c \leqq 0$ の解は　$x=\alpha$
  $ax^2+bx+c < 0$ の解は　ない



- **$b^2-4ac<0$ のとき**

  $ax^2+bx+c \geqq 0$ の解は　すべての実数
  $ax^2+bx+c > 0$ の解は　すべての実数
  $ax^2+bx+c \leqq 0$ の解は　ない
  $ax^2+bx+c < 0$ の解は　ない



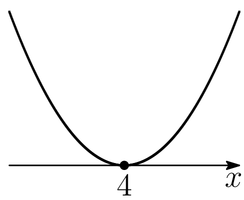
例 2.9 次の 2 次不等式を解け.

(1) $x^2-8x+16>0$　　(2) $x^2-8x+16 \leqq 0$　　(3) $x^2-8x+16<0$

【解】 $x^2-8x+16=0$ を解くと　$x=4$

$y=x^2-8x+16$ のグラフは，右の図のように
x 軸と点 $(4,\ 0)$ で接する．したがって，

(1)　$x^2-8x+16>0$ の解は　4 以外のすべての実数
(2)　$x^2-8x+16 \leqq 0$ の解は　$x=4$
(3)　$x^2-8x+16<0$ の解は　ない



2.33 次の 2 次不等式を解け.

(1)　$4x^2-12x+9 \geqq 0$　　(2)　$4x^2-12x+9>0$

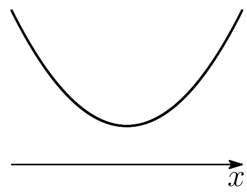
(3)　$4x^2-12x+9 \leqq 0$　　(4)　$4x^2-12x+9<0$

例 2.10 次の 2 次不等式を解け.

(1) $x^2+3x+5 \geqq 0$　　(2) $x^2+3x+5>0$　　(3) $x^2+3x+5<0$

【解】 係数について　$3^2-4{\cdot}1{\cdot}5=-11<0$

$y=x^2+3x+5$ のグラフは，右の図のように x 軸と共有点をもたない．したがって，



(1)　$x^2+3x+5 \geqq 0$ の解は　すべての実数

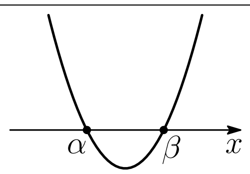
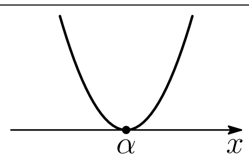
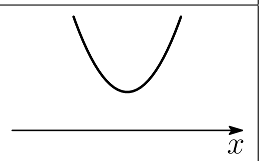
(2)　$x^2+3x+5>0$ の解は　すべての実数

(3)　$x^2+3x+5<0$ の解は　ない

2.34 次の 2 次不等式を解け.

(1)　$x^2-2x+3 \geqq 0$　　(2)　$x^2-2x+3>0$

(3)　$x^2-2x+3 \leqq 0$　　(4)　$x^2-2x+3<0$

2 次不等式の解についてのまとめ　($a>0$ の場合)			
b^2-4ac の符号	$b^2-4ac>0$	$b^2-4ac=0$	$b^2-4ac<0$
$y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸の位置関係			
$ax^2+bx+c=0$ の実数の解	$x=\alpha,\ \beta$	$x=\alpha$	ない
$ax^2+bx+c>0$ の解	$x<\alpha,\ \beta<x$	α 以外のすべての実数	すべての実数
$ax^2+bx+c \geqq 0$ の解	$x \leqq \alpha,\ \beta \leqq x$	すべての実数	すべての実数
$ax^2+bx+c<0$ の解	$\alpha<x<\beta$	ない	ない
$ax^2+bx+c \leqq 0$ の解	$\alpha \leqq x \leqq \beta$	$x=\alpha$	ない

一般の 2 次不等式の解き方

① $ax^2+bx+c>0$ などの形に変形する．なお，$a<0$ のときは，不等式の両辺に -1 をかけて x^2 の係数を正にする (不等号の向きが変わる)．

② ax^2+bx+c が因数分解できない場合は，b^2-4ac の符号に注意して解を求める (61 ページの表を参照)．

例題 2.13 2 次不等式 $-x^2+5x+6<0$ を解け．

【解】 両辺に -1 をかけると　$x^2-5x-6>0$

よって　$(x+1)(x-6)>0$

したがって　$x<-1,\ 6<x$

2.35 次の 2 次不等式を解け．

(1) $x(1-x)<0$ (東横システム電建)

(2) $72+14x-x^2>0$ (小田急電鉄)

(3) $9x^2-3x-12\leqq 0$ (大日本インキ化学工業)

(4) $-4x^2-4x+3\leqq 0$ (東京機器)

(5) $2x^2-6x+15>x^2+x+3$ (アサヒビール)

(6) $8x^2-3x+1>2x^2+4x+6$ (名古屋鉄道)

(7) $10x-3x^2>3$ (ブラザー工業)

(8) $4(x^2-1)<3(x-1)$ (マツダ)

(9) $x(1-x)<x(2+x)$ (JFE ホールディングス)

(10) $(x-1)^2\geqq 25$ (トヨタ自動車)

(11) $x^2\leqq 2x+5$ (日本毛織)

(12) $x^2-4x+4>0$ (テザック)

(13) $x^2-2x+1\leqq 0$ (トヨタ自動車)

(14) $x^2-2x+2<0$ (テザック)

例題 2.14 2 次方程式 $x^2+2kx+4k-3=0$ が異なる 2 つの実数解をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ．

【解】 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつための条件は，係数について

$$(2k)^2-4\cdot 1(4k-3)>0$$

式を整理して　$k^2-4k+3>0$

ゆえに　$(k-1)(k-3)>0$

したがって　$k<1,\ 3<k$

2.36 次の問いに答えよ．

(1) 2 次方程式 $x^2+ax-a+3=0$ が異なる 2 つの実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ．　(きんでん)

(2) 2 次方程式 $4x^2+(k-1)x+1=0$ が異なる 2 つの実数解をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ．　(トヨタ自動車)

(3) 2 次方程式 $x^2-2(k-4)x+2k=0$ が異なる 2 つの実数解をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ．　(JFE ホールディングス)

例題 2.15 連立不等式$\begin{cases} x^2-8x+7<0 & \cdots① \\ x^2-7x+10 \geqq 0 & \cdots② \end{cases}$ を解け.

【解】 ① から $(x-1)(x-7)<0$

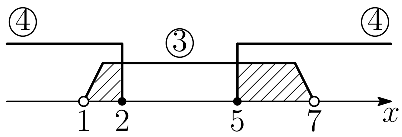
これを解くと $1<x<7 \quad \cdots③$

② から $(x-2)(x-5) \geqq 0$

これを解くと $x \leqq 2,\ 5 \leqq x \quad \cdots④$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$$1<x \leqq 2, \quad 5 \leqq x<7$$



2.37 次の連立不等式を解け.

(1) $\begin{cases} \dfrac{2x-3}{4} \leqq x+1 \\ x^2+3x-4<0 \end{cases}$ (マツダ)

(2) $\begin{cases} x^2-7x+10<0 \\ x^2-3x-4>0 \end{cases}$ (殖産住宅)

(3) $\begin{cases} x^2-x-12<0 \\ x^2-2x \geqq 0 \end{cases}$ (愛知製鋼)

(4) $\begin{cases} x^2+x-6<0 \\ x^2+x-2>0 \end{cases}$ (九州電力)

(5) $\begin{cases} x^2-2x-35<0 \\ x^2-2x-3>0 \end{cases}$ (ジェクト)

(6) $\begin{cases} x^2+2x-3<0 \\ x^2-8x-9>0 \end{cases}$ (ニチボー)

(7) $\begin{cases} x^2-3x-10<0 \\ x^2-4x+3 \geqq 0 \end{cases}$ (小松製作所)

(8) $\begin{cases} x^2 > x + 6 \\ x^2 - x < 20 \end{cases}$ (京三製作所)

(9) $\begin{cases} x^2 < x + 20 \\ x^2 + x > 2 \end{cases}$ (トヨタ自動車)

(10) $2x < x + 3 < 2x^2$ (きんでん)

(11) $\begin{cases} 3x^2 - 4x - 4 > 0 \\ \dfrac{4-x}{3} < \dfrac{8-x}{5} \end{cases}$ (三菱重工)

(12) $\begin{cases} x^2 + x - 20 < 0 \\ 2x^2 + x - 15 > 0 \end{cases}$ (東洋紡績)

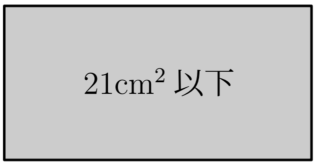
(13) $\begin{cases} x^2 - 8x + 7 < 0 \\ 2x^2 - 13x + 15 \geqq 0 \end{cases}$ (中国電力)

(14) $\begin{cases} x^2 + 2x - 35 < 0 \\ 6x^2 - 7x - 5 > 0 \end{cases}$ (ニコン)

(15) $\begin{cases} 8x - 3x^2 > 4 \\ 2x^2 - 7x > -6 \end{cases}$ (安川電機)

(16) $-5 < x^2 + 2x - 8 < 7$ (日本毛織)

例題 2.16 周の長さが 20cm で，面積が $21\mathrm{cm}^2$ 以下の長方形を作りたい．辺の長さをどのような範囲にとればよいか．



【解】 一方の辺の長さを x cm とすると，他方の辺の長さは $(10-x)$cm である．

$x>0$ かつ $10-x>0$ から

$$0<x<10 \quad \cdots ①$$

長方形の面積が $21\mathrm{cm}^2$ 以下なので

$$x(10-x) \leqq 21$$

整理すると　$x^2-10x+21 \geqq 0$

これを解くと　　　$x \leqq 3,\ 7 \leqq x \quad \cdots ②$

① と ② の共通範囲を求めて　　$0<x\leqq 3,\ 7\leqq x<10$

(答) 一辺の長さを　3cm 以下にするか，7cm 以上 10cm 未満にする．

2.38 次の問いに答えよ．

(1) 周囲の長さが 26cm の長方形の面積が $40\mathrm{cm}^2$ より小さくなるようにするには，辺の長さをどのようにすればよいか．　(スズキ自動車)

(2) 周囲の長さが 50cm の長方形で，面積が $100\mathrm{cm}^2$ 以上にするには，1 辺の長さをどのようにすればよいか．　(JFE ホールディングス)

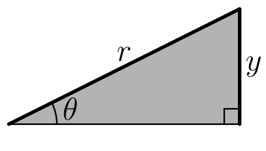
(3) 2 つの 2 次方程式 $x^2+4x-m^2-5m=0,\ x^2-2mx+2m^2-16=0$ がいずれも異なる 2 つの実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ．　(東芝)

3.1　三角比

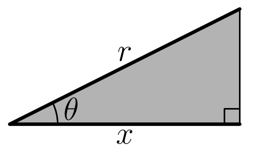
3.1.1　三角比

三角比の定義

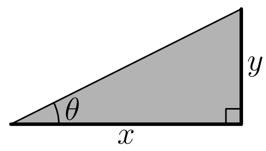
$\sin\theta = \dfrac{y}{r}$



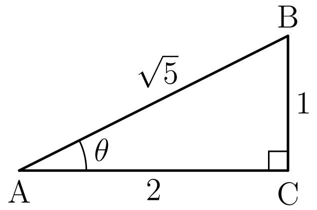
$\cos\theta = \dfrac{x}{r}$



$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$



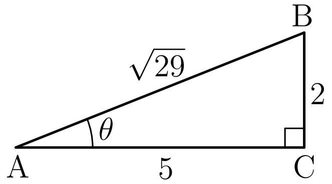
例 3.1 右の図において，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値をそれぞれ求めよ．



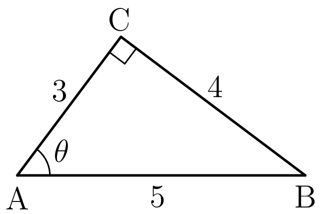
【解】 $\sin\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$，　$\cos\theta = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$，　$\tan\theta = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{1}{2}$

3.1 下の図において，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値をそれぞれ求めよ．

(1)

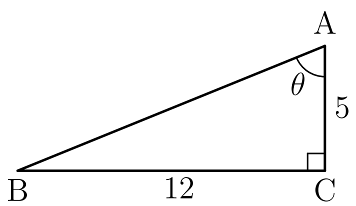


(2)

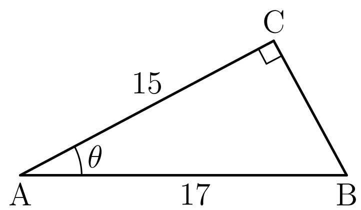


3.2 下の図において，$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値をそれぞれ求めよ．

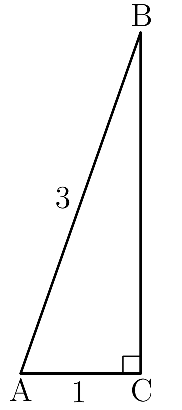
(1)



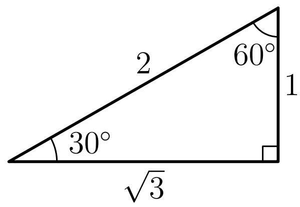
(2)

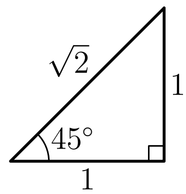


3.3 右の図において，$\sin A$，$\tan A$ の値を求めよ． (大阪ガス)



3.4 下の図から $\tan 30^\circ$，$\sin 45^\circ$，$\cos 60^\circ$ の値を求めよ．

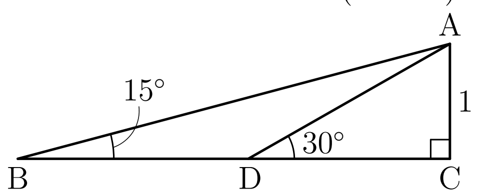




3.5 30°，45°，60° の三角比の値を答えよ． (豊田工機)

θ	30°	45°	60°
$\sin\theta$			
$\cos\theta$			
$\tan\theta$			

3.6 次の図から $\tan 15^\circ$ の値を求めよ． (アマダ)



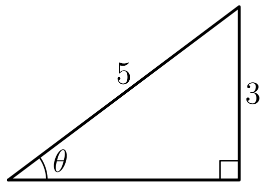
3.7 次の値を 104 ページの三角比の表から求めよ．

(1) $\sin 36^\circ$　　(2) $\cos 54^\circ$　　(3) $\tan 15^\circ$

3.8 三角比の表を用いて，次の等式を満たす鋭角 θ の値を求めよ．

(1) $\sin\theta = 0.3907$　　(2) $\cos\theta = 0.7986$　　(3) $\tan\theta = 1.2349$

例 3.2 右の図における θ のおよその大きさを求めよ．



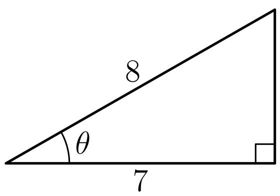
【解】 図から　$\sin\theta = \dfrac{3}{5} = 0.6$

三角比の表から，$\sin\theta$ の値が 0.6 に近い θ を求めると　$\theta \fallingdotseq 37^\circ$

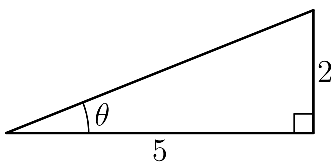
[注意] $a \fallingdotseq b$ は,「a と b がほぼ等しい」ということを意味する．

3.9 下の図における θ のおよその大きさを求めよ．

(1)

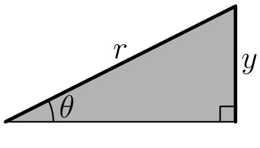


(2)

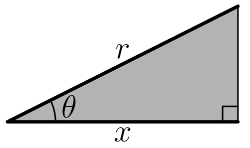


三角比の応用

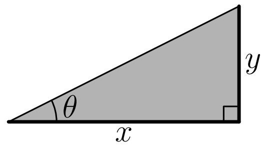
67 ページの三角比の定義から次が成り立つ．



$y = r \times \sin\theta$

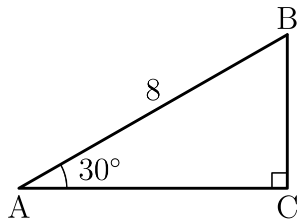


$x = r \times \cos\theta$



$y = x \times \tan\theta$

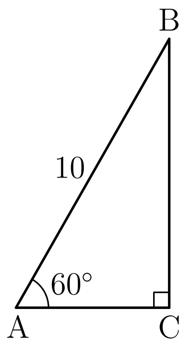
例 3.3 右の図において，辺 BC，AC の長さを求めよ．



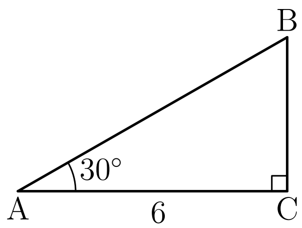
【解】 $\mathrm{BC} = 8 \times \sin 30^\circ = 8 \times \dfrac{1}{2} = 4$,　$\mathrm{AC} = 8 \times \cos 30^\circ = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

3.10 下の図において，次の辺の長さを求めよ．

(1)　辺 BC，AC

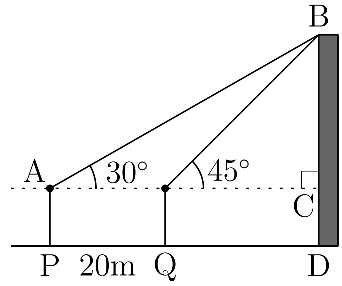


(2)　辺 BC



3.11 長さ 5m のはしごが建物に立てかけてある．はしごと地面のつくる角は 65° である．はしごの上端は地面から何 m のところにあるか．小数第 1 位まで求めよ．ただし，$\sin 65^\circ = 0.9063$，$\cos 65^\circ = 0.4226$，$\tan 65^\circ = 2.1445$ である．(トヨタ自動車)

例題 3.1 図のように，地点 P から塔の先端の仰角が 30° であった．さらに塔に向かって 20m 歩いた地点 Q からの仰角は 45° であった．この塔の高さ BD を求めよ．ただし，目の高さを 1.6m，$\sqrt{3}=1.732$ とし，小数第 2 位を四捨五入せよ．



【解】 BC を x m とすると，AC は $(20+x)$ m となる．

△ABC において $\mathrm{BC}=\mathrm{AC}\tan 30^\circ$ であるから

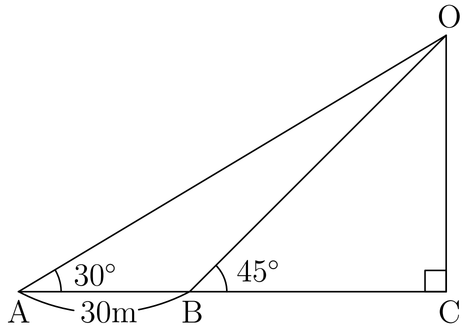
$$x=(20+x)\times\frac{1}{\sqrt{3}}\quad \text{整理して}\quad (\sqrt{3}-1)x=20$$

したがって

$$x=\frac{20}{\sqrt{3}-1}=10(\sqrt{3}+1)=10\times 2.732=27.32\fallingdotseq 27.3$$

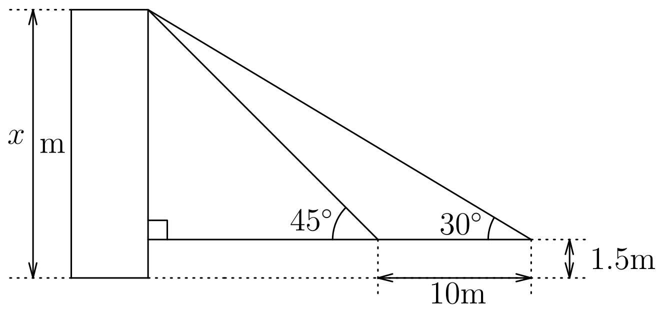
よって，塔の高さ BD は　　$27.3+1.6=28.9\ (\mathrm{m})$

3.12 次の図において，OC 間の距離を求めよ．　(阪神土木工業)



3.13 次の建物の高さ x を求めよ．ただし，m 以下小数第 1 位まで求めよ．

(大木建設)



3.1.2　三角比の相互関係

三角比の相互関係

1　$\boldsymbol{\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}}$　　　　**3**　$\boldsymbol{1+\tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}}$

2　$\boldsymbol{\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1}$

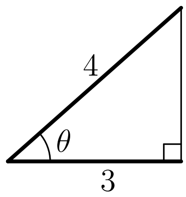
[注意] $(\sin\theta)^2$，$(\cos\theta)^2$，$(\tan\theta)^2$ を，それぞれ $\sin^2\theta$，$\cos^2\theta$，$\tan^2\theta$ と書く．

例題 3.2 $\cos\theta = \dfrac{3}{4}$ のとき，$\sin\theta$，$\tan\theta$ の値を求めよ．
ただし，θ は鋭角とする．

【解】 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ から

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

$$\cos\theta = \frac{3}{4}$$



$\sin\theta > 0$ であるから

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

また　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{\sqrt{7}}{4} \div \dfrac{3}{4} = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$

3.14 $\sin\theta = \dfrac{3}{5}$ のとき，$\cos\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ．ただし，θ は鋭角とする．

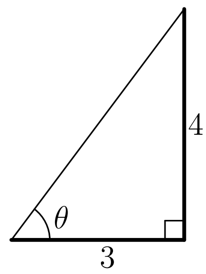
3.15 $\sin\theta = \dfrac{1}{3}$ $(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ のとき，$\cos\theta$ の値を求めよ．　(日本無線)

例題 3.3 $\tan\theta = \dfrac{4}{3}$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めよ．
ただし，θ は鋭角とする．

【解】 $1+\tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から

$$\cos^2\theta = \frac{1}{1+\tan^2\theta}$$
$$= 1 \div \left\{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2\right\} = \frac{9}{25}$$

$\tan\theta = \dfrac{4}{3}$



$\cos\theta > 0$ であるから

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

また　$\sin\theta = \tan\theta \times \cos\theta = \dfrac{4}{3} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{4}{5}$

3.16 $\tan\theta = 3$ のとき，$\cos\theta$ と $\sin\theta$ の値を求めよ．ただし，θ は鋭角とする．

3.17 $\tan\theta = \dfrac{3}{2}$ のとき，$\cos\theta$ と $\sin\theta$ の値を求めよ．ただし，θ は鋭角とする．

$90^\circ - \theta$ の三角比

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos\theta$$
$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin\theta$$
$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan\theta}$$

例 3.4 次の三角比を 45° 以下の角の三角比で表せ.

(1) $\sin 50^\circ$ (2) $\cos 65^\circ$ (3) $\tan 80^\circ$

【解】 (1) $50^\circ = 90^\circ - 40^\circ$ であるから

$$\sin 50^\circ = \cos 40^\circ$$

(2) $65^\circ = 90^\circ - 25^\circ$ であるから

$$\cos 65^\circ = \sin 25^\circ$$

(3) $80^\circ = 90^\circ - 10^\circ$ であるから

$$\tan 80^\circ = \frac{1}{\tan 10^\circ}$$

3.18 次の三角比を 45° 以下の角の三角比で表せ.

(1) $\sin 55^\circ$ (2) $\cos 70^\circ$ (3) $\tan 63^\circ$

3.19 次の値を求めよ.

(1) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$ (YKK)

(2) $\tan 45^\circ - \cos 60^\circ$ (トプコン)

(3) $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ + \tan 45^\circ$ (日本特殊機器)

(4) $\tan 45^\circ \sin 60^\circ$ (第一貨物)

(5) $4(\sin 30^\circ)(\cos 45^\circ)$ (日本製紙ケミカル)

(6) $(1 + \sin 45^\circ + \sin 30^\circ)(1 - \cos 45^\circ + \cos 60^\circ)$ (商船三井)

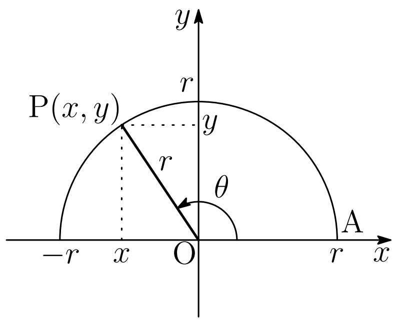
(7) $\dfrac{\sin 45^\circ - \sin 30^\circ}{\cos 45^\circ + \cos 60^\circ}$ (日本電気エンジニアリング)

(8) $\sin^2 23^\circ + \sin^2 67^\circ$ (アピサーク)

3.1.3　三角比の拡張

座標を用いた三角比の定義

$0° \leqq \theta \leqq 180°$ の範囲にある θ に対して，$\angle\mathrm{AOP} = \theta$ となる点 P をこの半円上にとり，点 P の座標を (x, y) とする．このとき，次のように定義される．



$$\boldsymbol{\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}}$$

[注意] $\theta = 90°$ のときは，$x = 0$ であるから，$\tan\theta$ は定義されない．

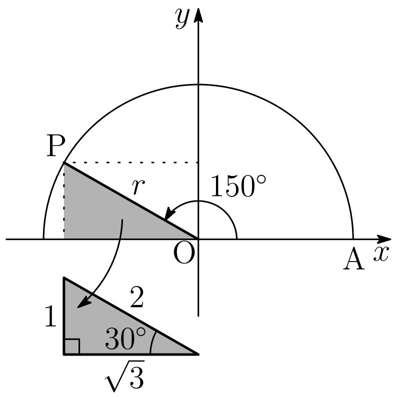
例 3.5 150° の正弦，余弦，正接の値を求めよ．

【解】 右の図で，$\angle\mathrm{AOP} = 150°$ とする．
半円の半径を $r = 2$ にとると，
点 P の座標は $(-\sqrt{3},\ 1)$ である．
そこで $x = -\sqrt{3}$，$y = 1$ として

$$\sin 150° = \frac{y}{r} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 150° = \frac{x}{r} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 150° = \frac{y}{x} = \frac{1}{-\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$



3.20 次の角の正弦，余弦，正接の値を求めよ．

(1)　120°　　(2)　135°　　(3)　0°　　(4)　180°

3.21 $\sin 90°$ の値を求めよ．　(マツダ)

三角比の符号については，次のようになる．

θ	$0°$	**鋭角**	$90°$	**鈍角**	$180°$
$\sin\theta$	0	$+$	1	$+$	0
$\cos\theta$	1	$+$	0	$-$	-1
$\tan\theta$	0	$+$		$-$	0

θ が鋭角のとき
$0° < \theta < 90°$

θ が鈍角のとき
$90° < \theta < 180°$

$180° - \theta$ の三角比

$$\boldsymbol{\sin(180° - \theta) = \sin\theta}$$

$$\boldsymbol{\cos(180° - \theta) = -\cos\theta}$$

$$\boldsymbol{\tan(180° - \theta) = -\tan\theta}$$

$\bigcirc + \square = 180°$

$\sin\bigcirc = \sin\square$
$\cos\bigcirc = -\cos\square$
$\tan\bigcirc = -\tan\square$

例 3.6 次の値を，三角比の表を用いて求めよ．

(1) $\sin 125°$　　(2) $\cos 160°$　　(3) $\tan 110°$

【解】 (1) $\sin 125° = \sin 55° = 0.8192$　　$\leftarrow 125° + 55° = 180°$

(2) $\cos 160° = -\cos 20° = -0.9397$　　$\leftarrow 160° + 20° = 180°$

(3) $\tan 110° = -\tan 70° = -2.7474$　　$\leftarrow 110° + 70° = 180°$

3.22 次の値を，三角比の表を用いて求めよ．

(1) $\sin 130°$　　(2) $\cos 144°$　　(3) $\tan 123°$

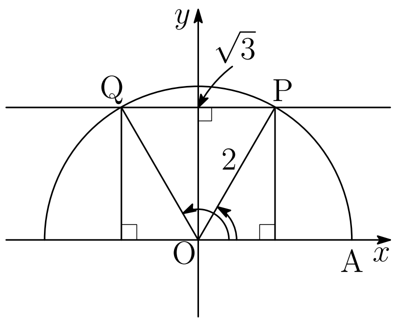
3.23 次の値を求めよ．　　(日本無線)

$$\frac{\cos 135°}{\sin 120° + \sin 30°} - \frac{\sin 135°}{\cos 120° + \cos 30°}$$

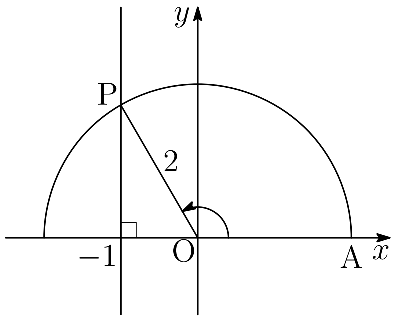
例 3.7 $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次のような θ を求めよ．

(1) $\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　(2) $\cos\theta = -\dfrac{1}{2}$

【解】 (1) 半径 2 の半円上で，y 座標が $\sqrt{3}$ である点は 2 つある．求める θ は，右の図で $\angle\mathrm{AOP}$ と $\angle\mathrm{AOQ}$ である．
よって　　$\theta = 60^\circ,\ 120^\circ$



(2) 半径 2 の半円上で，x 座標が -1 である点は 1 つある．求める θ は，右の図で $\angle\mathrm{AOP}$ である．
よって　　$\theta = 120^\circ$



3.24 $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次のような θ を求めよ．

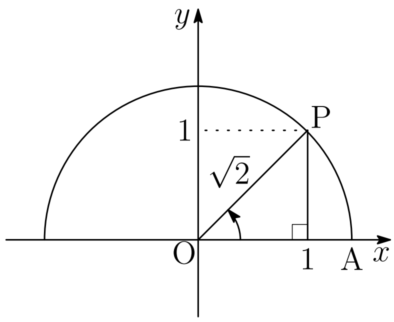
(1) $\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　　　(2) $\cos\theta = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

例 3.8 $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次のような θ を求めよ．

(1) $\tan\theta = 1$　　　　(2) $\tan\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

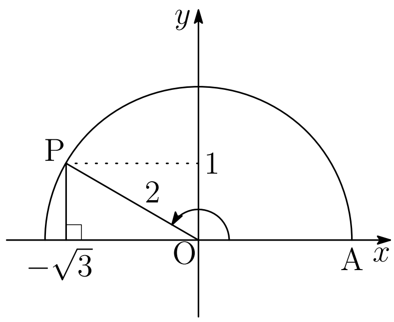
【解】 (1) $1 = \dfrac{1}{1}$ であるから，求める θ は右の図で $\angle\mathrm{AOP}$ である．

よって　　$\theta = 45^\circ$



(2) $-\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{-\sqrt{3}}$ であるから，求める θ は右の図で $\angle\mathrm{AOP}$ である．

よって　　$\theta = 150^\circ$



3.25 $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，次のような θ を求めよ．

(1) $\tan\theta = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$　　　　(2) $\tan\theta = -1$

72 ページで示した三角比の相互関係は，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ の範囲にある角 θ についても，そのまま成り立つ．

三角比の相互関係

1　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$　　　3　$1+\tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$

2　$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

例題 3.4　$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする．$\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ のうち，1 つが次の値をとるとき，各場合について他の 2 つの値を求めよ．

(1)　$\cos\theta = -\dfrac{4}{5}$　　　(2)　$\tan\theta = -2$

【解】 (1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ から　　$\sin^2\theta = 1-\cos^2\theta = 1-\left(-\dfrac{4}{5}\right)^2 = \dfrac{9}{25}$

$\sin\theta > 0$ であるから　　$\sin\theta = \sqrt{\dfrac{9}{25}} = \dfrac{3}{5}$

また　　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{3}{5} \div \left(-\dfrac{4}{5}\right) = \dfrac{3}{5} \times \left(-\dfrac{5}{4}\right) = -\dfrac{3}{4}$

(2) $1+\tan^2\theta = \dfrac{1}{\cos^2\theta}$ から

$$\cos^2\theta = \frac{1}{1+\tan^2\theta} = \frac{1}{1+(-2)^2} = \frac{1}{5}$$

$\tan\theta < 0$ であるから θ は鈍角で，$\cos\theta < 0$ である．

よって　　$\cos\theta = -\sqrt{\dfrac{1}{5}} = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

また　　$\sin\theta = \tan\theta \times \cos\theta = (-2) \times \left(-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right) = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

3.26 次の問いに答えよ．

(1) $\sin\theta = \dfrac{3}{5}$ $(90^\circ < \theta < 180^\circ)$ のとき，$\cos\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ．　(九州電力)

(2) $\cos\theta = 0.8$ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ のとき，$\sin\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ．　(東京ガス)

(3) $\tan\theta = -\dfrac{1}{2}$ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ のとき，$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ．

例題 3.5 次の等式を証明せよ．

(1) $(\sin\theta + 2\cos\theta)^2 + (2\sin\theta - \cos\theta)^2 = 5$

(2) $\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta\sin^2\theta$

[証明] (1) 左辺 $= (\sin^2\theta + 4\sin\theta\cos\theta + 4\cos^2\theta) + (4\sin^2\theta - 4\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= 5(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = 5 \times 1 = 5$

よって　$(\sin\theta + 2\cos\theta)^2 + (2\sin\theta - \cos\theta)^2 = 5$

(2) 左辺 $= \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta = \left(\dfrac{1}{\cos^2\theta} - 1\right)\sin^2\theta = \tan^2\theta\sin^2\theta$

よって　$\tan^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\theta\sin^2\theta$

[証終]

3.27 $(\sin\theta + \cos\theta)^2 + (\sin\theta - \cos\theta)^2$ を簡単にせよ．　(日本特殊機器)

例題 3.6 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ のとき，次の式の値を求めよ．

(1) $\sin\theta\cos\theta$　　(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta$

【解】 (1) $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$ の両辺を 2 乗すると

$$\sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta = 2$$

よって　$1 + 2\sin\theta\cos\theta = 2$

したがって　$\sin\theta\cos\theta = \dfrac{1}{2}$

(2) $\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= (\sin\theta + \cos\theta)(1 - \sin\theta\cos\theta)$

$= \sqrt{2}\left(1 - \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3.28 次の問いに答えよ.

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ. (日本無線)

(2) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ のとき，$5\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ. (日本電気)

(3) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin^3\theta+\cos^3\theta$ の値を求めよ. (九州電力)

3.29 $\sin\theta+\cos\theta=a$ のとき，次の式を a を用いて表せ. (葵精機)

(1) $\sin\theta\cos\theta$

(2) $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$

(3) $\sin^3\theta+\cos^3\theta$

3.30 次の問いに答えよ.

(1) $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin^4\theta+\cos^4\theta$ の値を求めよ. (富士通)

(2) $\sin\alpha=1-\sin\beta$，$\cos\alpha=-\cos\beta$ のとき，$\sin\beta$ の値を求めよ.

(都市基盤整備公団)

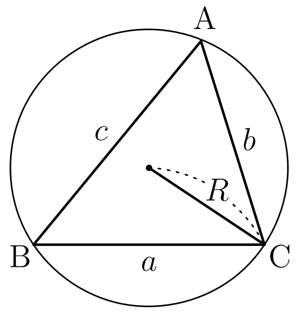
3.2　正弦定理と余弦定理

3.2.1　正弦定理

正弦定理

△ABC の外接円の半径を R とすると，次が成り立つ．

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\sin \boldsymbol{A}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\sin \boldsymbol{B}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\sin \boldsymbol{C}} = \boldsymbol{2R}$$



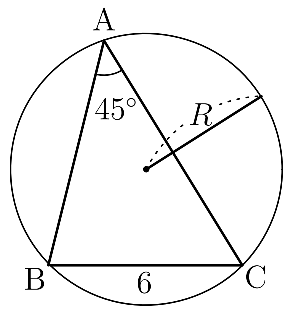
例 3.9 △ABC において，$a = 6$，$A = 45°$ のとき，△ABC の外接円の半径 R を求めよ．

【解】 正弦定理により

$$\frac{6}{\sin 45°} = 2R$$

が成り立つから

$$R = \frac{1}{2} \times \frac{6}{\sin 45°}$$
$$= \frac{1}{2} \times 6 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$



3.31 次のような △ABC において，外接円の半径 R を求めよ．

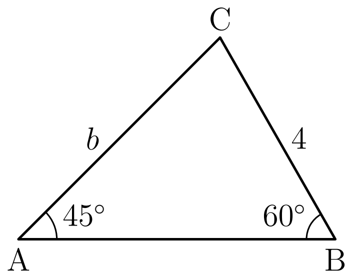
(1) $a = 3$，$A = 60°$　　(2) $b = 5$，$B = 30°$

(3) $c = \sqrt{2}$，$C = 135°$　　(4) $a = 4$，$B = 45°$，$C = 15°$

3.32 $a = 8$ である △ABC において，外接円の半径が $R = 4$ のとき，角 A を求めよ．

例題 3.7 △ABC において，$a=4$，$A=45°$，$B=60°$ であるとき，辺 CA の長さ b を求めよ．

【解】 正弦定理により　$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$



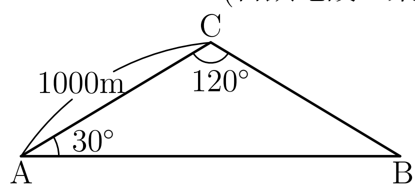
よって　$\dfrac{4}{\sin 45°}=\dfrac{b}{\sin 60°}$

$b\sin 45°=4\sin 60°$

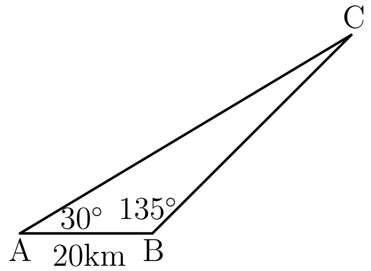
$b\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

したがって　$b=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{2}=2\sqrt{6}$

3.33 次の図において，AB 間の距離を求めよ．　(日鉄電設工業)



3.34 A 地から B 地を通り山頂 C までドライブすることになった．A 地から B 地と山頂を見込む角は 30° であったが，A 地から 20km 離れた B 地に着いてから，A 地と山頂 C を見込む角を測ったら 135° であった．B 地から山頂 C までの距離を求めよ．ただし，$\sin 15°=0.25$ とする．　(トヨタ自動車)



3.35 △ABC で，$A=120°$，$a=2\sqrt{3}$，$b=2$ のとき，B と c を求めよ．

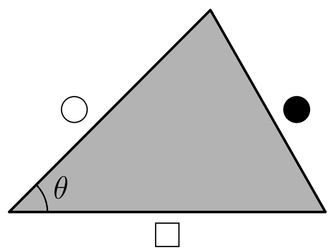
(日本原子力研究開発機構)

3.2.2　余弦定理

余弦定理

$\triangle$ABC において，次が成り立つ．

$$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A}$$
$$\boldsymbol{b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B}$$
$$\boldsymbol{c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C}$$

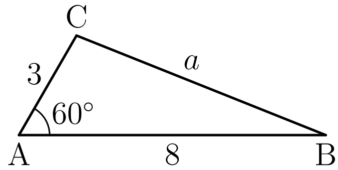


$$●^2 = ○^2 + □^2 - 2\,○□\cos\theta$$

例題 3.8　$\triangle$ABC において，$b = 3$，$c = 8$，$A = 60^\circ$ であるとき，辺 BC の長さ a を求めよ．

【解】 余弦定理により

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ &= 3^2 + 8^2 - 2{\cdot}3{\cdot}8\cos 60^\circ \\ &= 9 + 64 - 2{\cdot}3{\cdot}8{\cdot}\frac{1}{2} \\ &= 49 \end{aligned}$$



$a > 0$ であるから　　　$a = 7$

3.36 次のような $\triangle$ABC において，指定されたものを求めよ．

(1) $b = 4$，$c = 3$，$A = 60^\circ$ のとき，辺 BC の長さ a

(2) $a = 1 + \sqrt{3}$，$c = \sqrt{2}$，$B = 45^\circ$ のとき，辺 CA の長さ b

(3) $a = 3$，$b = 5$，$C = 120^\circ$ のとき，辺 AB の長さ c

3.37 $\triangle$ABC において，次の関係があるとき，a を求めよ．　(東洋高圧)

(1) $A = 30^\circ$，$B = 45^\circ$，$b = 7$ cm

(2) $A = 120^\circ$，$b = 13$ cm，$c = 9$ cm

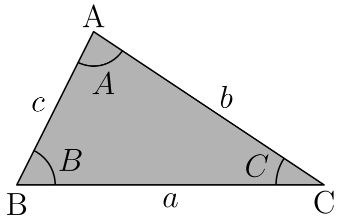
三角形の角の余弦を表す式

余弦定理によると，△ABC において，次が成り立つ．

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

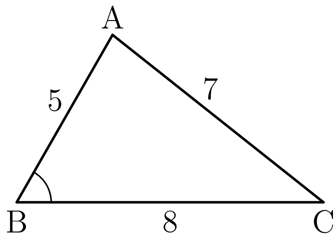
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$



例題 3.9 △ABC において，$a = 8$，$b = 7$，$c = 5$ のとき，$\cos B$ の値と角 B を求めよ．

【解】 余弦定理により

$$\begin{aligned}\cos B &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ &= \frac{5^2 + 8^2 - 7^2}{2 \cdot 5 \cdot 8} \\ &= \frac{40}{80} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$



また，$\cos B = \dfrac{1}{2}$ を満たす B は　　$B = 60°$

3.38 次のような △ABC において，指定されたものを求めよ．

(1) $a = \sqrt{37}$，$b = 4$，$c = 7$ のとき，$\cos A$ の値と角 A

(2) $a = 7$，$b = 5$，$c = 4\sqrt{2}$ のとき，$\cos B$ の値と角 B

(3) $a = 3$，$b = 5$，$c = 7$ のとき，$\cos C$ の値と角 C

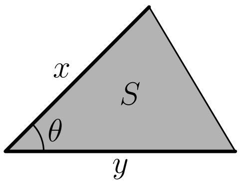
3.3　図形の計量

3.3.1　三角形の面積

三角形の面積

2 辺の長さが x，y で，その間の角の大きさが θ である三角形の面積 S は

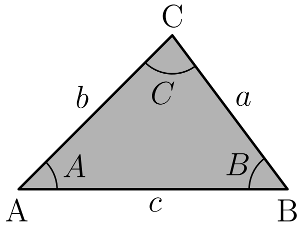
$$\boldsymbol{S = \frac{1}{2}xy\sin\theta}$$



[注意] △ABC の面積 S は，次の式で表される．

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A,\quad S = \frac{1}{2}ca\sin B,$$

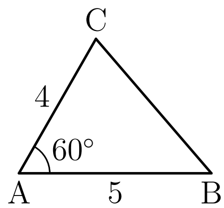
$$S = \frac{1}{2}ab\sin C$$



例 3.10 $b=4$，$c=5$，$A=60^\circ$ である △ABC の面積 S を求めよ．

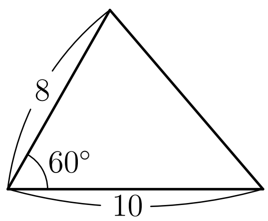
【解】 $S = \dfrac{1}{2}bc\sin A = \dfrac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\sin 60^\circ$

$$= \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$$

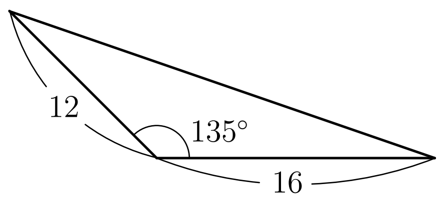


3.39 次の三角形の面積を求めよ．

(1)　(トヨタ自動車)



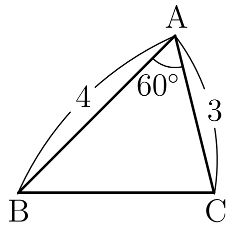
(2)　(東芝)



3.40 △ABC で $A=30^\circ$，$b=17$，$c=15$ の面積を求めよ．　(三菱電機)

3.41 次の $\triangle$ABC について，次の問いに答えよ． (トヨタ自動車)

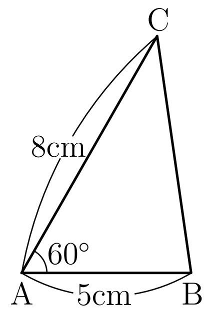
(1) $\triangle$ABC の面積を求めよ．



(2) BC の長さを求めよ．

3.42 $\triangle$ABC で $\angle A = 60^\circ$，$AB = 5\text{cm}$，$AC = 8\text{cm}$ とする． (中国電力)

(1) $\triangle$ABC の面積を求めよ．



(2) BC の長さを求めよ．

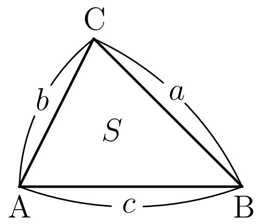
(3) $\angle$B, $\angle$C の正弦を求めよ．

3 辺が与えられた三角形の面積は，次のヘロンの公式を用いて求めることもできる．

ヘロンの公式

$2s = a + b + c$ のとき，面積 S は

$$\boldsymbol{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$$



[証明] $2S = bc\sin A$ の両辺を平方して

$$4S^2 = b^2c^2\sin^2 A = b^2c^2(1-\cos^2 A) = bc(1+\cos A)\cdot bc(1-\cos A)$$

ここで　$2bc(1+\cos A) = 2bc + 2bc\cos A = 2bc + (b^2+c^2-a^2)$
$= (b+c)^2 - a^2 = (b+c+a)(b+c-a)$
$= 2s(2s-2a) = 4s(s-a)$

同様に　$2bc(1-\cos A) = 2bc - (b^2+c^2-a^2)$
$= a^2 - (b-c)^2 = (a+b-c)(a-b+c)$
$= (2s-2c)(2s-2b) = 4(s-b)(s-c)$

よって　$4S^2 = 2s(s-a)\cdot 2(s-b)(s-c)$

これから，ヘロンの公式が得られる．　**[証終]**

例 3.11 3 辺が 3，6，7 である三角形の面積を求めよ．

【解】 $2s = 3+6+7$ とすると　$s = 8$

ゆえに，求める面積を S とすると

$$S = \sqrt{8(8-3)(8-6)(8-7)} = 4\sqrt{5}$$

3.43 3 辺が次の長さの三角形の面積 S を求めよ．

(1) $a = 10\text{cm}$，$b = 7\text{cm}$，$c = 13\text{cm}$　(日本特殊機器)

(2) 4cm，5cm，6cm　(大阪金属)

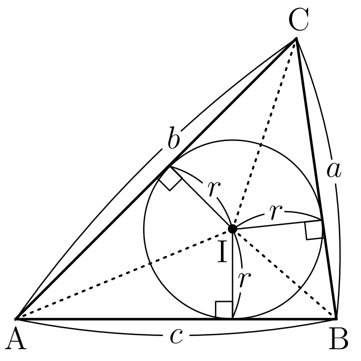
内接円の半径

三角形ABCの内接円の中心をI，内接円の半径をr，$2s = a + b + c$とする．このとき，△IBC，△ICA，△IABの面積はそれぞれ

$$\frac{1}{2}ar,\quad \frac{1}{2}br,\quad \frac{1}{2}cr$$

であり，三角形ABCの面積をSとすると

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr \\ &= \frac{1}{2}r(a+b+c) = rs \end{aligned}$$



例題 3.10 3辺が5，6，7である三角形の内接円の半径rを求めよ．

【解】 $2s = 5 + 6 + 7$とすると　　$s = 9$

ゆえに，三角形の面積をSとすると

$$S = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6}$$

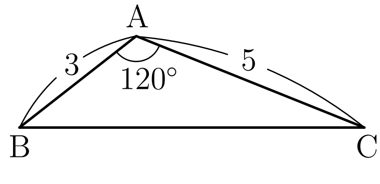
これらを$S = rs$に代入して

$$6\sqrt{6} = r \cdot 9$$

よって　　$r = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

3.44 右の図の△ABCにおいて，外接円の半径Rと内接円の半径rを求めよ．

(日本電気)



3.3.2 相似な図形の面積の比・体積の比

相似な図形の面積の比

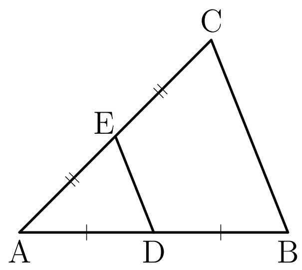
1 相似比が $k:1$ である図形の面積の比は，$k^2:1$ である．

2 相似比が $m:n$ である図形の面積の比は，$m^2:n^2$ である．

例 3.12 右の図で，△ABC と △ADE は相似である．

(1) △ABC と △ADE の相似比を求めよ．

(2) △ABC と △ADE の面積の比を求めよ．

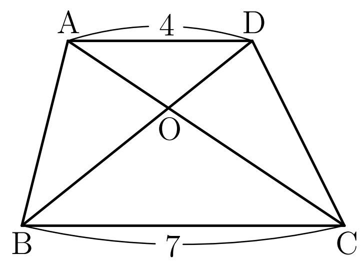


【解】 (1) △ABC と △ADE の相似比は　$2:1$

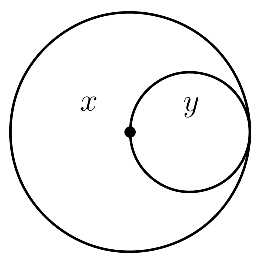
(2) △ABC と △ADE の面積の比は　$2^2:1=4:1$

3.45 次の図形の面積比を求めよ．

(1) AD//BC のとき，△AOD と △BOC の面積の比(アドバンスト・ディスプレイ)



(2) x と y の面積の比 (大日本印刷)



相似な立体の表面積の比と体積の比

1 相似比が $k:1$ の立体について

表面積の比は，$k^2:1$，体積の比は $k^3:1$ である．

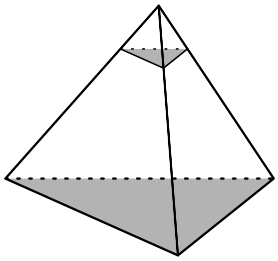
2 相似比が $m:n$ の立体について

表面積の比は $m^2:n^2$，体積の比は $m^3:n^3$ である．

例題 3.11 四面体 P を，上から $\frac{1}{4}$ の高さのところで，底面に平行な平面で切ると，上に小さい四面体 Q ができる．

(1) P と Q の表面積の比を求めよ．

(2) P と Q の体積の比を求めよ．



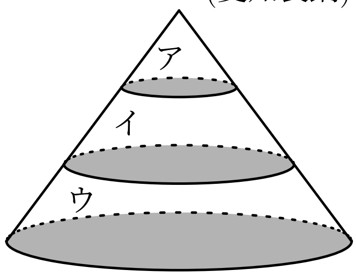
【解】(1) P と Q の相似比は　$4:1$

よって，P と Q の表面積の比は　$4^2:1^2=16:1$

(2) P と Q の体積の比は　$4^3:1^3=64:1$

3.46 次の図は円錐の高さを三等分し，底面に平行な平面で切り取ったところを表している．切断されてできる 3 つの立体ア・イ・ウの部分の体積の比を求めよ．

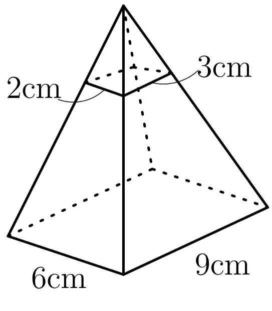
(愛知製鋼)



3.47 右の図のような四角すいがある．この高さは 15cm で，底面は縦 6cm，横 9cm の長方形である．このとき，次の問いに答えよ．　(アマダ)

(1) この四角すいを底面に平行に切ったときの切り口は縦 2cm，横 3cm の長方形である．角すい台の高さは何 cm になるか．

(2) 小さい角すいともとの角すいとの体積の比を求めよ．



3.3.3 空間図形の計量

球の体積と表面積

半径が r の球の体積 V と表面積 S は

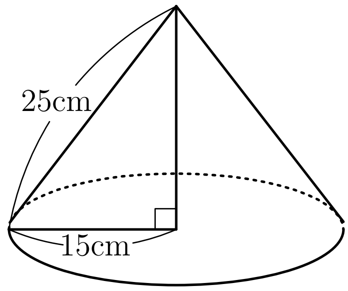
$$\boldsymbol{V = \frac{4}{3}\pi r^3} \qquad\qquad \boldsymbol{S = 4\pi r^2}$$

例 3.13 半径が 2 の球の体積と表面積を求めよ．

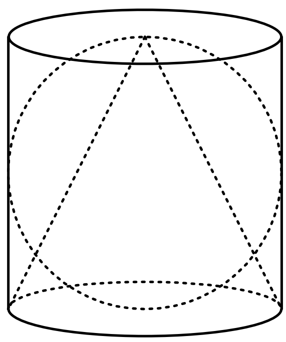
【解】 体積は　$\dfrac{4}{3}\pi\cdot 2^3 = \dfrac{32}{3}\pi$,　　　表面積は　$4\pi\cdot 2^2 = 16\pi$

3.48 次の問いに答えよ．

(1) 次の円錐の体積を求めよ．　(本田技研工業)



(2) 次の図のような底面の直径 a, 高さ a の直円柱の体積を V_1 とする．この直円柱にちょうど入る球および直円すいの体積をそれぞれ V_2, V_3 とするとき，$V_1 : V_2 : V_3$ の比を求めよ．　(大阪ガス)



答

答 (方程式と不等式)

1.1 (1) $4x^2+x+3$ (2) $6a-1$ (3) $5x^2-2x+1$ (4) $-2a^2+3ab$

1.2 (1) $(3a-1)x-2a^2-5a$ (2) $x^2+(3y+2)x-y^2+4y-1$ (3) $(a-2)x^2+(3a+4)x+3a^2$ (4) $(3y-1)x^2+(4y-5)x+y^2+2y$

1.3 (1) $A+B=5x^2+2x-3,\ A-B=3x^2+4x+1$
(2) $A+B=4a^2-3a+2,\ A-B=8a^2-11a+8$
(3) $A+B=8y^3+y^2-6y-2,\ A-B=-2y^3-3y^2+6y+18$

1.4 (1) $4x^2-2x-2$ (2) $6x^2-2x-1$ (3) $14y-6$ (4) $3ax+by-cz$

1.5 (1) x^9 (2) $-12a^6b^5$ (3) $-2a^5b^7$ (4) a^8b^7 (5) $72x^7y^2$ (6) $-x^{15}y^6$ (7) $-a^{12}$

1.6 (1) x^2-7x+1 (2) $-a^2b+a^2bc$ (3) $3x-5$

1.7 (1) $6x^3-2x^2+9x-3$ (2) a^3+a^2-5a+3 (3) $3x^3+10x^2-7x+4$ (4) x^4-1

1.8 (1) $4ab$ (2) $4x^2-12xy+9y^2$ (3) $9x^4+24x^2+16$ (4) 9 (5) a^2-b^2 (6) $4p^2-9$ (7) $-2ab$ (8) $x^2-7x+10$ (9) x^2-8x-9 (10) $a^2+2a-15$ (11) $m^2-15m+56$ (12) x

1.9 (1) $6x^2+23x+20$ (2) $15x^2+x-6$ (3) $14x^2-19x-40$ (4) $6x^2-9x-15$ (5) $6x^2-x-15$ (6) $6x^2-24$ (7) $3x^2-11x-4$ (8) $6x^2-11xy-10y^2$ (9) $8a^2-2ab-3b^2$ (10) $10x+21$ (11) $9xy$ (12) $2a^2+ab+3b^2$

1.10 (1) x^3+8 (2) x^3-1 (3) x^6-1 (4) x^6-1

1.11 (1) $x^3+6x^2+12x+8$ (2) $8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$
(3) $x^3-3x^2+3x-y^3+3y^2-3y$ (4) $a^3-a^2b-ab^2+b^3$

1.12 (1) $x^2-2xy+y^2-4x+4y+4$ (2) $4x^2-12xy+9y^2-20x+30y+25$
(3) $x^4-2x^3+3x^2-2x+1$ (4) $4yz+4zx$ (5) $a^2+2ab+b^2-c^2$
(6) $a^2+2ab+b^2-2a-2b-24$ (7) $x^2+4xy+4y^2+8x+16y+15$ (8) $x^4+x^2y^2+y^4$
(9) x^4-13x^2+36 (10) $x^4-4x^3-7x^2+22x+24$ (11) x^8-1
(12) $x^6-27x^4+243x^2-729$

1.13 (1) $2a(4b-2c-d)$ (2) $x^2(1-a)$ (3) $3xy(x-2y)$ (4) $a(a^2-3a-1)$ (5) $2abc(2a-4b-3c)$ (6) $2ab^2c(3a^2-4bc)$ (7) $2a(a^2+3b^2)$ (8) $2b(3a^2+b^2)$

1.14 (1) $(a-b)(x+y)$ (2) $(x-y)(a-b)$ (3) $(a-1)(x-y)$ (4) $(x-1)(y-1)$ (5) $(x-2)(y+2)$ (6) $(a-b)(x-y)$ (7) $(a+b)(a^2+b^2)$

1.15 (1) $(x+1)^2$ (2) $(x+3)^2$ (3) $(x-5)^2$ (4) $(2x-1)^2$ (5) $(3x+1)^2$ (6) $(3x-1)^2$ (7) $(7x-2y)^2$ (8) $(x^2+y^2)^2$ (9) $(xy-5)^2$ (10) $a(a-2)^2$ (11) $x^2(x+1)^2$ (12) $(ad-bc)^2$

1.16 (1) $(2x+3y)(2x-3y)$ (2) $(2x+5y)(2x-5y)$ (3) $(2x+1)(2x-1)$
(4) $3(x+y)(x-y)$ (5) $3(x+5)(x-5)$ (6) $ab(x+a)(x-a)$ (7) $x^2(x+y)(x-y)$
(8) $(x+3)(x+5)$ (9) $(x+2)(x+4)$ (10) $(x-4)(x+6)$ (11) $(x-3)(x-5)$
(12) $(x-2)(x-5)$ (13) $(x-2)(x-3)$ (14) $(x-1)(x-5)$ (15) $(x+1)(x-3)$
(16) $(x-1)(x-9)$ (17) $(x+2)(x-8)$ (18) $(x-2)(x-6)$ (19) $(x+3)(x-4)$
(20) $(x+6)(x+14)$ (21) $(x-7)(x+13)$ (22) $x(x+1)(x+2)$ (23) $a(b-2)(b-5)$
(24) $xy(x+1)(x-4)$

1.17 (1) $(x+1)(3x+1)$ (2) $(x-2)(3x-1)$ (3) $(x-3)(2x+5)$ (4) $(x+2)(3x+5)$
(5) $(x+3)(2x-1)$ (6) $(x+3)(3x-4)$ (7) $(x+8)(2x-3)$ (8) $(x+2)(5x-1)$
(9) $(2a-1)(4a+3)$ (10) $(2x+5)(3x-2)$ (11) $(2x-7)(3x+5)$
(12) $(x+6y)(3x-y)$ (13) $(x-2y)(4x+3y)$ (14) $(2a-b)(3a+2b)$
(15) $(x+4y)(3x-5y)$

1.18 (1) $(x+2)(x^2-2x+4)$ (2) $(x-3)(x^2+3x+9)$ (3) $(4x+1)(16x^2-4x+1)$
(4) $(2a-5b)(4a^2+10ab+25b^2)$ (5) $(4a+3b)(16a^2-12ab+9b^2)$

1.19 (1) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ (2) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ (3) $(x-2)(x^2+2x+4)$
(4) $(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$ (5) $x(2x-1)(4x^2+2x+1)$
(6) $3(3x-2y)(9x^2+6xy+4y^2)$

1.20 (1) $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)$ (2) $(x+1)(x-1)(x^2+1)(x^4+1)$ (3) $(a+1)^2(a-1)^2$
(4) $(x-4y+5)(x-4y-5)$ (5) $(x+1)^2(x-1)^2$ (6) $(a+b+c)(a-b-c)$

1.21 (1) $(a+b+2)^2$ (2) $(x-1)(x+4)(x^2+3x+6)$ (3) $(x+y+5)(x+y-8)$
(4) $x^2(x^2-5)$ (5) $(x+3)^2(x^2+6x+4)$ (6) $(x^2+5xy+3y^2)(x^2+5xy+7y^2)$
(7) $(x+y+1)(x+y-1)$ (8) $(a+b+c)(a+b-c)$ (9) $(a-b+c)(a-b-c)$
(10) $(x+y+z)(x-y-z)$ (11) $(a+b-c)(a-b+c)$ (12) $(x+y-1)(x-y+1)$
(13) $(a+b+2)(a-b-2)$ (14) $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$

1.22 (1) $(x+1)(x-1)(y+1)$ (2) $(a-1)(ab-1)$ (3) $(a-1)(x+1)(x-1)$
(4) $(a+b)(b-c)$ (5) $(x+y)(x-z)$ (6) $(ax+1)(x^2+1)$ (7) $(a-b)(2x-ab)$
(8) $(x+2)(x-2)(x-2a)$ (9) $(x+2)(x-2)(x-3a)$ (10) $(x+1)(x-1)(x+2y)$
(11) $(x+y)(x-y-z)$ (12) $a(b-1)(a-2c)$ (13) $(a+b)(a+2b+c)$
(14) $(x+1)(x+2)(x+y)$

1.23 (1) $(x+y-3)(x-y+1)$ (2) $(x+y+1)(x+2y+2)$ (3) $(x+y+1)(x-3y-1)$
(4) $(x+y+3)(2x+y+2)$ (5) $(x-y-2)(2x+y-3)$ (6) $(x+3y-1)(2x+2y+1)$
(7) $(x+2y-1)(2x-y+1)$ (8) $(x-3y+2)(2x+y-3)$

1.24 (1) $0.\dot{6}$ (2) $0.6\dot{8}\dot{1}$ (3) $0.\dot{7}1428\dot{5}$

1.25 (1) 5 (2) 4 (3) 2

1.26 (1) 14 (2) 17.3

1.27 (1) 14 (2) -18 (3) 1 (4) $-\sqrt{3}$

1.28 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) $-2\sqrt{5}$ (4) $\sqrt{2}$ (5) $\sqrt{2}$ (6) 0 (7) $\sqrt{3}$ (8) 0 (9) 0 (10) $6\sqrt{2}$ (11) $3\sqrt{3}$ (12) $3\sqrt{2}$ (13) $7\sqrt{2}$ (14) $11\sqrt{3}$ (15) $8\sqrt{5}$ (16) $\sqrt{3}$ (17) 0 (18) $4\sqrt{2}$ (19) $-2\sqrt{2}+5\sqrt{3}$ (20) $4\sqrt{2}-10\sqrt{3}$ (21) $6+8\sqrt{2}$ (22) $-26\sqrt{2}+10\sqrt{3}$

1.29 (1) 6 (2) $3\sqrt{3}$ (3) $12\sqrt{5}$ (4) 18 (5) 10 (6) 14 (7) $10\sqrt{3}$ (8) 27 (9) 2 (10) $3\sqrt{3}$ (11) $10\sqrt{6}$ (12) $\sqrt{2}$ (13) 1 (14) 20 (15) 45 (16) $4-\sqrt{2}$

1.30 (1) $-1+\sqrt{3}$ (2) $3+\sqrt{3}$ (3) $52-16\sqrt{10}$ (4) $8-4\sqrt{3}$ (5) $24+12\sqrt{3}$ (6) 3 (7) 12 (8) 8 (9) 2 (10) 3 (11) 1 (12) 4 (13) $2\sqrt{2}$ (14) $1+2\sqrt{6}$ (15) $-2+4\sqrt{3}$

1.31 (1) $\sqrt{3}$ (2) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ (3) $\sqrt{5}$ (4) $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ (5) $3\sqrt{6}$

1.32 (1) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ (2) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ (3) $5+2\sqrt{6}$ (4) $-7-4\sqrt{3}$ (5) $\dfrac{11+2\sqrt{10}}{9}$ (6) $5-2\sqrt{3}$ (7) $1+\sqrt{2}$ (8) $\dfrac{3-\sqrt{15}}{3}$ (9) $3+2\sqrt{2}$ (10) 2

1.33 (1) $\sqrt{3}$ (2) 5 (3) 4 (4) $1-\sqrt{35}$ (5) 1 (6) 4 (7) 8 (8) $2\sqrt{35}$ (9) $-6\sqrt{2}$ (10) 0

1.34 (1) $x=1$ (2) $x=5$ (3) $x=2$ (4) $x=12$ (5) $x=2$ (6) $x=3$ (7) $x=6$ (8) $x=-6$ (9) $x=\dfrac{1}{2}$ (10) $x=-2$

1.35 (1) $x=6$ (2) $x=-2$ (3) $x=3$ (4) $x=-4$ (5) $x=-3$ (6) $x=2$ (7) $x=-6$ (8) $x=4$ (9) $x=4$ (10) $x=3$ (11) $x=0$ (12) $x=1$ (13) $x=5$ (14) $x=5$ (15) $x=-\dfrac{1}{4}$ (16) $x=70$ (17) $x=2$ (18) $x=-5$

1.36 (1) $x>\dfrac{1}{2}$ (2) $x>4$ (3) $x>-1$ (4) $x<-\dfrac{7}{2}$ (5) $x>1$ (6) $x>-1$ (7) $x<1$

1.37 (1) $x \geqq -3$ (2) $x \geqq 96$ (3) $x>\dfrac{9}{11}$ (4) $x<60$ (5) $x<-1$ (6) $x<\dfrac{9}{5}$ (7) $x>-\dfrac{11}{29}$ (8) $x<-\dfrac{31}{2}$

1.38 (1) $x>2$ (2) $-3<x<2$ (3) $3<x\leqq 6$ (4) $-4\leqq x<21$ (5) $\dfrac{11}{12}<x\leqq 3$ (6) $\dfrac{41}{2}<x<24$ (7) $0<x<11$

1.39 (1) $x=0,-4$ (2) $x=0,-3$ (3) $x=-3,\ 4$ (4) $x=1,\ 3$ (5) $x=-2,-3$ (6) $x=3,\ 5$ (7) $x=-8,\ 5$ (8) $x=4,\ 9$ (9) $x=1$ (10) $x=-1$ (11) $x=-6,\ 4$ (12) $x=-2,\ 18$ (13) $x=-1,\ 4$ (14) $x=2,\ 3$ (15) $x=-1,-6$ (16) $x=-2,-3$

1.40 (1) $x = -\frac{1}{2}, -2$ (2) $x = \frac{1}{2},\ 2$ (3) $x = -1,\ \frac{1}{2}$ (4) $x = 4, -\frac{3}{2}$ (5) $x = 4,\ \frac{1}{2}$
(6) $x = -6,\ \frac{1}{2}$ (7) $x = -7, -\frac{1}{2}$ (8) $x = 1, -\frac{5}{3}$ (9) $x = 2,\ \frac{1}{3}$ (10) $x = -4,\ \frac{2}{5}$
(11) $x = 4, -\frac{3}{5}$ (12) $x = \frac{1}{2},\ \frac{1}{3}$ (13) $x = -\frac{3}{2},\ \frac{2}{3}$ (14) $x = -\frac{5}{2}, -\frac{2}{3}$
(15) $x = \frac{3}{2},\ \frac{2}{3}$ (16) $x = \frac{5}{3}, -\frac{1}{2}$ (17) $x = 3, -\frac{4}{3}$ (18) $x = \frac{1}{2},\ 2$

1.41 (1) $x = 5, -1$ (2) $x = 13, -11$

1.42 (1) $x = 15, -17$ (2) $x = 17, -15$ (3) $x = \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$

1.43 (1) $x = \frac{7 \pm \sqrt{5}}{2}$ (2) $x = \frac{-7 \pm \sqrt{73}}{4}$ (3) $x = \frac{5 \pm \sqrt{10}}{3}$ (4) $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$
(5) $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$ (6) $x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$ (7) $x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{7}}{3}$ (8) $x = \frac{11 \pm \sqrt{85}}{6}$

1.44 (1) $x = -6$ (2) $x = -2$ (3) $x = 6$ (4) $x = -4$ (5) $a = 2,\ x = 3$

1.45 (1) $k = -1,\ 9$ (2) $m = -3,\ \frac{11}{7}$ (3) $k = 1, -\frac{1}{3}$ (4) $m = 3,\ 5$

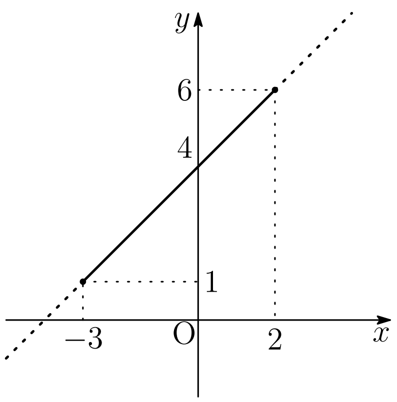
1.46 (1) 3cm と 9cm (2) 12m と 15m (3) 60m^2 (4) 縦 14cm，横 9cm

答 (2 次関数)

2.1 (1) $y = \pi x^2\ (x > 0)$ (2) $y = \frac{80}{x}\ (x > 0)$ (3) $y = -x^2 + 10x\ (0 < x < 10)$
2 次関数であるものは (1)，(3)

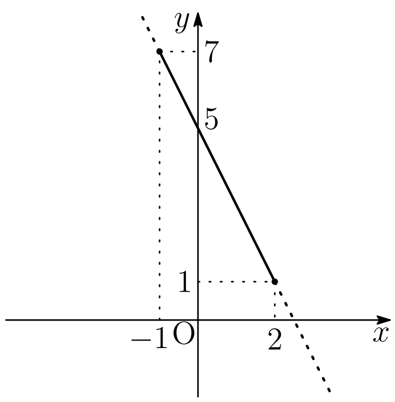
2.2 (1) $f(2) = -4,\ f(-1) = 5,\ f(0) = 2$ (2) $g(1) = 4,\ g(-2) = 7,\ g(0) = 1$

2.3 (1)



値域は $1 \leqq y \leqq 6$

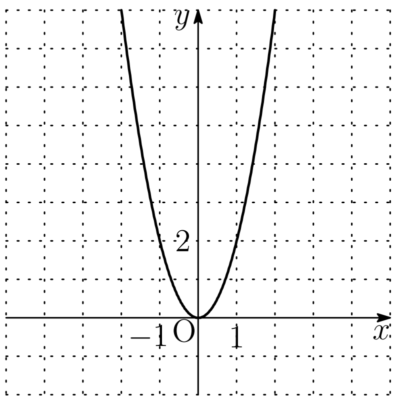
(2)



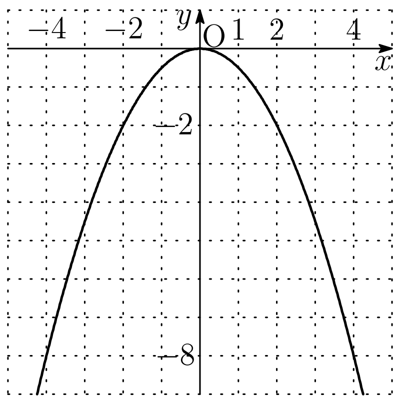
値域は $1 \leqq y \leqq 7$

2.4 (1) 値域は $-2 \leqq y \leqq 7$，$x = -1$ で最小値 -2，$x = 2$ で最大値 7
(2) 値域は $-5 \leqq y \leqq 3$，$x = 0$ で最大値 3，$x = 4$ で最小値 -5

2.5 (1)　下に凸

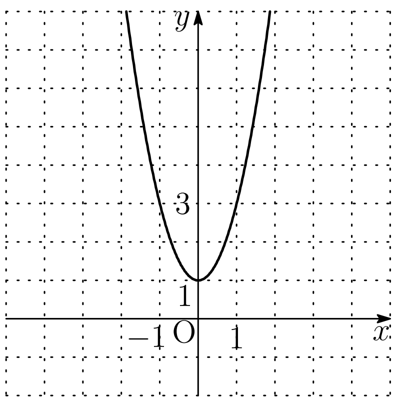


(2)　上に凸

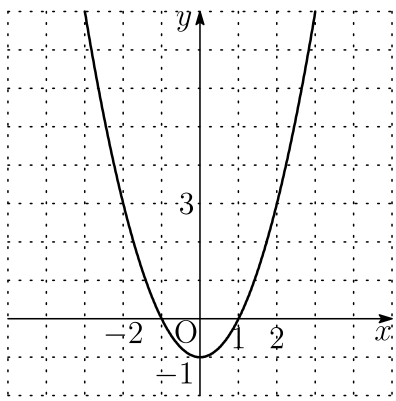


2.6 $a = \dfrac{3}{4}$,　$x = \pm 4$

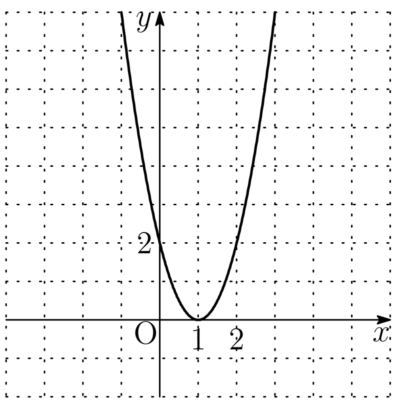
2.7 (1)　頂点 $(0,\ 1)$



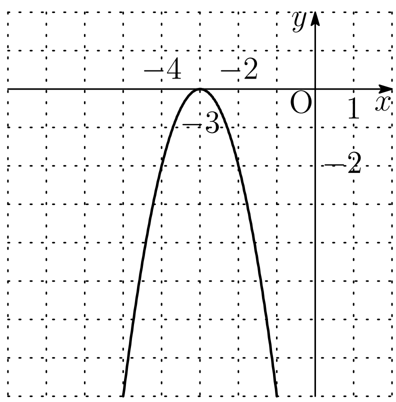
(2)　頂点 $(0, -1)$



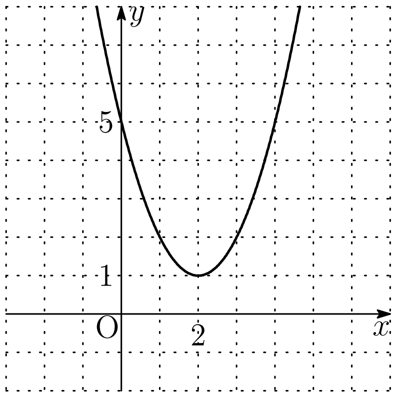
2.8 (1)　頂点 $(1,\ 0)$，軸 $x = 1$



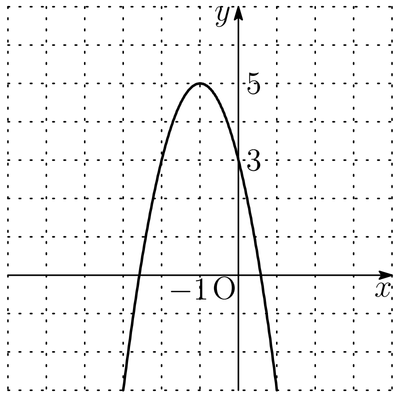
(2)　頂点 $(-3,\ 0)$，軸 $x = -3$



2.9 (1)　頂点 $(2,\ 1)$，軸 $x=2$



(2)　頂点 $(-1,\ 5)$，軸 $x=-1$

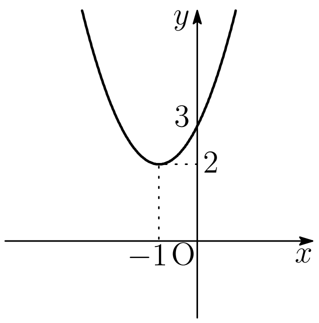


2.10 $y=(x-2)^2+1$

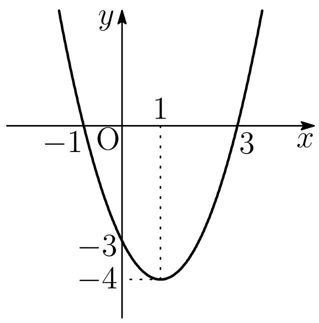
2.11 (1) $(x+3)^2-9$　(2) $(x-2)^2-4$　(3) $(x+1)^2-3$　(4) $(x-3)^2-4$　(5) $2(x+1)^2+1$

(6) $-(x+3)^2+5$　(7) $2\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{7}{2}$　(8) $-3\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$

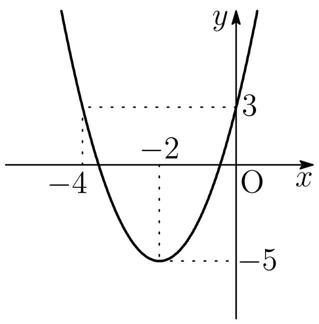
2.12 (1)　頂点 $(-1,\ 2)$，軸 $x=-1$



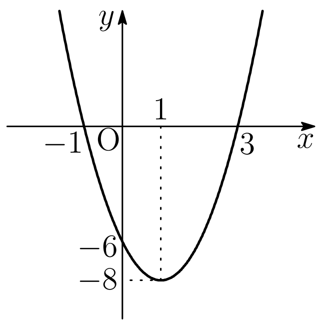
(2)　頂点 $(1,\ 4)$，軸 $x=1$



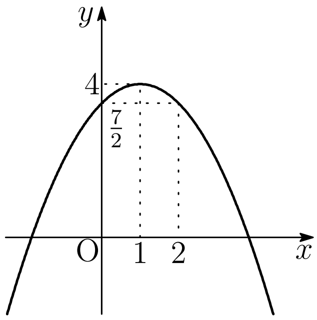
(3)　頂点 $(-2, -5)$，軸 $x=-2$

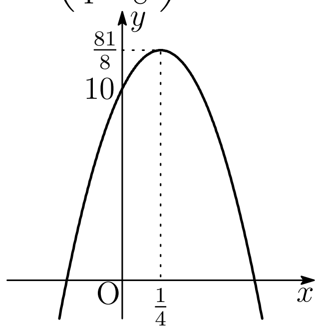


(4)　頂点 $(1, -8)$，軸 $x=1$



(5)　頂点 $(1,\ 4)$，軸 $x=1$　　(6)　頂点 $\left(\dfrac{1}{4},\ \dfrac{81}{8}\right)$，軸 $x=\dfrac{1}{4}$





2.13 (1) $y=x^2$　(2) $y=x^2-2$

2.14 (1) $x=1$ で最小値 3，最大値なし

(2) $x=-3$ で最小値 -2，最大値なし

(3) $x=2$ で最大値 5，最小値なし

(4) $x=-\dfrac{1}{2}$ で最小値 $-\dfrac{1}{4}$，最大値なし

(5) $x=2$ で最大値 48，最小値なし

2.15 (1) $x=0$ で最大値 3，$x=2$ で最小値 -1

(2) $x=3$ で最大値 5，$x=1$ で最小値 1

(3) $x=4$ で最大値 3，$x=2$ で最小値 -1

(4) $x=-1$ で最大値 8，$x=1$ で最小値 0

(5) $x=-2$ で最大値 5，$x=2$ で最小値 -11

2.16 (順番に) 下，3，-2，10，-3，2

2.17 (1) 直角をはさむ 2 辺がともに 12cm　(2) 直角をはさむ 2 辺がともに 12cm

2.18 2 秒後，20m

2.19 125 円

2.20 $y=2x^2-12x+13$

2.21 (1) $y=-x^2+2x+3$　(2) $y=x^2-4x+3$

2.22 (1) $x=1,\ y=3,\ z=7$　(2) $x=5,\ y=3,\ z=1$　(3) $x=-5,\ y=7,\ z=3$
(4) $x=3,\ y=2,\ z=1$

2.23 (1) $a=\dfrac{1}{2},\ b=\dfrac{1}{2},\ c=\dfrac{1}{2}$　(2) $y=2x^2-3x+2$　(3) $y=x^2+3x+2$

2.24 (1) $(1,\ 0)$，$(3,\ 0)$　(2) $(-6,\ 0)$，$(1,\ 0)$　(3) $\left(\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2},\ 0\right)$

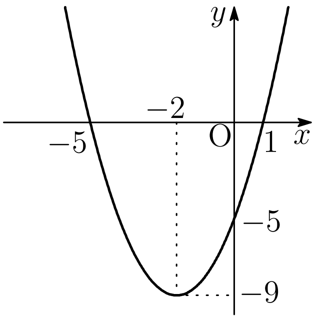
(4) $\left(-\dfrac{1}{2},\ 0\right)$

2.25 (1) 0，-6　(2) 0，-1，3　(3) 1，1　(4) 小，1，-8

2.26 $\mathrm{A}(-1-\sqrt{3},\ 0)$，$\mathrm{B}(-1,\ 3)$，$\mathrm{C}(0,\ 2)$，$\mathrm{D}(-1+\sqrt{3},\ 0)$

2.27 (1) $x=-2$ で最小値 -9，最大値なし　(2) $(0,-5)$　(3) $(-5,\ 0)$，$(1,\ 0)$

(4)



2.28 (1) $y=2x^2-12x+16$　(2) $(2,\ 0)$，$(4,\ 0)$　(3) $(3,-2)$

2.29 (1) 2 個　(2) 0 個　(3) 2 個　(4) 1 個

2.30 $a=2$ のとき $(1,\ 0)$，$a=-2$ のとき $(-1,\ 0)$

2.31 (1) $m \leqq 9$　(2) $m>9$

2.32 (1) $0<x<1$　(2) $-1<x<4$　(3) $x<-1,\ 4<x$　(4) $-6<x<1$
(5) $-1 \leqq x \leqq 6$　(6) $x<-5,\ 2<x$　(7) $x<-2,\ 5<x$　(8) $-2<x<3$
(9) $x<-1,\ 5<x$　(10) $x<-3,\ 4<x$　(11) $-3<x<1$　(12) $-6<x<9$
(13) $-\frac{1}{2}<x<5$　(14) $x<-\frac{1}{2},\ 5<x$　(15) $-3<x<-\frac{1}{2}$　(16) $x<\frac{1}{2},\ 2<x$
(17) $-\frac{1}{2}<x<4$　(18) $x<-\frac{1}{2},\ \frac{5}{3}<x$　(19) $-\frac{4}{3} \leqq x \leqq \frac{3}{2}$
(20) $x<\frac{-2-\sqrt{6}}{2},\ \frac{-2+\sqrt{6}}{2}<x$

2.33 (1) すべての実数　(2) $\frac{3}{2}$ 以外のすべての実数　(3) $x=\frac{3}{2}$　(4) 解はない

2.34 (1) すべての実数　(2) すべての実数　(3) 解はない　(4) 解はない

2.35 (1) $x<0,\ 1<x$　(2) $-4<x<18$　(3) $-1 \leqq x \leqq \frac{4}{3}$　(4) $x \leqq -\frac{3}{2},\ \frac{1}{2} \leqq x$
(5) $x<3,\ 4<x$　(6) $x<-\frac{1}{2},\ \frac{5}{3}<x$　(7) $\frac{1}{3}<x<3$　(8) $-\frac{1}{4}<x<1$
(9) $x<-\frac{1}{2},\ 0<x$　(10) $x \leqq -4,\ 6 \leqq x$　(11) $1-\sqrt{6} \leqq x \leqq 1+\sqrt{6}$
(12) 2 以外のすべての実数　(13) $x=1$　(14) 解はない

2.36 (1) $a<-6,\ 2<a$　(2) $k<-3,\ 5<k$　(3) $k<2,\ 8<k$

2.37 (1) $-\frac{7}{2} \leqq x < 1$　(2) $4 < x < 5$　(3) $-3 < x \leqq 0,\ 2 \leqq x < 4$
(4) $-3 < x < -2,\ 1 < x < 2$　(5) $-5 < x < -1,\ 3 < x < 7$　(6) $-3 < x < -1$
(7) $-2 < x \leqq 1,\ 3 \leqq x < 5$　(8) $-4 < x < -2,\ 3 < x < 5$
(9) $-4 < x < -2,\ 1 < x < 5$　(10) $x < -1,\ \frac{3}{2} < x < 3$
(11) $-2 < x < -\frac{2}{3},\ 2 < x$　(12) $-5 < x < -3,\ \frac{5}{2} < x < 4$
(13) $1 < x \leqq \frac{3}{2},\ 5 \leqq x < 7$　(14) $-7 < x < -\frac{1}{2},\ \frac{5}{3} < x < 5$
(15) $\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}$　(16) $-5 < x < -3,\ 1 < x < 3$

2.38 (1) 1 辺の長さを 5cm より短くするか，8cm より長く 13cm より短くする．
(2) 1 辺の長さを 5cm 以上 20cm 以下にする．
(3) $-1 < m < 4$

答 (図形と計量)

3.1 (1) $\sin\theta = \frac{2}{\sqrt{29}},\ \cos\theta = \frac{5}{\sqrt{29}},\ \tan\theta = \frac{2}{5}$
(2) $\sin\theta = \frac{4}{5},\ \cos\theta = \frac{3}{5},\ \tan\theta = \frac{4}{3}$

3.2 (1) $\sin\theta = \frac{12}{13},\ \cos\theta = \frac{5}{13},\ \tan\theta = \frac{12}{5}$
(2) $\sin\theta = \frac{8}{17},\ \cos\theta = \frac{15}{17},\ \tan\theta = \frac{8}{15}$

3.3 $\sin A = \frac{2\sqrt{2}}{3},\ \tan A = 2\sqrt{2}$

3.4 $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}},\ \sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}},\ \cos 60° = \frac{1}{2}$

3.5

θ	$30°$	$45°$	$60°$
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

3.6 $\tan 15° = 2 - \sqrt{3}$

3.7 (1) 0.5878　(2) 0.5878　(3) 0.2679

3.8 (1) $\theta = 23°$　(2) $\theta = 37°$　(3) $\theta = 51°$

3.9 (1) $\theta \fallingdotseq 29^\circ$ (2) $\theta \fallingdotseq 22^\circ$

3.10 (1) $\mathrm{BC} = 5\sqrt{3},\ \mathrm{AC} = 5$ (2) $\mathrm{BC} = 2\sqrt{3}$

3.11 4.5 m

3.12 $15(\sqrt{3}+1)$ m

3.13 15.2 m

3.14 $\cos\theta = \dfrac{4}{5},\ \tan\theta = \dfrac{3}{4}$

3.15 $\cos\theta = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

3.16 $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{10}},\ \sin\theta = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$

3.17 $\cos\theta = \dfrac{2}{\sqrt{13}},\ \sin\theta = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$

3.18 (1) $\cos 35^\circ$ (2) $\sin 20^\circ$ (3) $\dfrac{1}{\tan 27^\circ}$

3.19 (1) 1 (2) $\dfrac{1}{2}$ (3) 2 (4) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $\sqrt{2}$ (6) $\dfrac{7}{4}$ (7) $3-2\sqrt{2}$ (8) 1

3.20 (1) $\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2},\ \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$

(2) $\sin 135^\circ = \dfrac{1}{\sqrt{2}},\ \cos 135^\circ = -\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ \tan 135^\circ = -1$

(3) $\sin 0^\circ = 0,\ \cos 0^\circ = 1,\ \tan 0^\circ = 0$

(4) $\sin 180^\circ = 0,\ \cos 180^\circ = -1,\ \tan 180^\circ = 0$

3.21 1

3.22 (1) 0.7660 (2) -0.8090 (3) -1.5399

3.23 $-\sqrt{6}$

3.24 (1) $\theta = 45^\circ,\ 135^\circ$ (2) $\theta = 150^\circ$

3.25 (1) $\theta = 30^\circ$ (2) $\theta = 135^\circ$

3.26 (1) $\cos\theta = -\dfrac{4}{5},\ \tan\theta = -\dfrac{3}{4}$

(2) $\sin\theta = \dfrac{3}{5},\ \tan\theta = \dfrac{3}{4}$

(3) $\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{5}},\ \cos\theta = -\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

3.27 2

3.28 (1) $\dfrac{1}{4}$ (2) $-\dfrac{20}{9}$ (3) $\dfrac{11}{16}$

3.29 (1) $\dfrac{a^2-1}{2}$ (2) $\dfrac{2}{a^2-1}$ (3) $\dfrac{3a-a^3}{2}$

3.30 (1) $\dfrac{23}{32}$ (2) $\dfrac{1}{2}$

3.31 (1) $\sqrt{3}$ (2) 5 (3) 1 (4) $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

3.32 $A = 90°$

3.33 $1000\sqrt{3}$ m

3.34 40 km

3.35 $B = 30°$, $c = 2$

3.36 (1) $\sqrt{13}$ (2) 2 (3) 7

3.37 (1) $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ cm (2) $\sqrt{367}$ cm

3.38 (1) $\cos A = \dfrac{1}{2}$, $A = 60°$ (2) $\cos B = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $B = 45°$ (3) $\cos C = -\dfrac{1}{2}$, $C = 120°$

3.39 (1) $20\sqrt{3}$ (2) $48\sqrt{2}$

3.40 $\dfrac{255}{4}$

3.41 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{13}$

3.42 (1) $10\sqrt{3}$ cm^2 (2) 7cm (3) $\sin B = \dfrac{4\sqrt{3}}{7}$, $\sin C = \dfrac{5\sqrt{3}}{14}$

3.43 (1) $20\sqrt{3}$ cm^2 (2) $\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$ cm^2

3.44 $R = \dfrac{7\sqrt{3}}{3}$, $r = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

3.45 (1) △AOD : △BOC = 16 : 49 (2) $x : y = 3 : 1$

3.46 ア : イ : ウ = 1 : 7 : 19

3.47 (1) 10cm (2) 1 : 27

3.48 (1) 1500π cm^3 (2) $V_1 : V_2 : V_3 = 3 : 2 : 1$

三角比の表

θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	θ	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	———

高校生の　就職への数学 I

発行　平成 18 年 1 月 8 日
編者　西村　信一
印刷　(株) 協和印刷
〒 868-0022　熊本県人吉市願成寺町 396-6
TEL (0966)25-1211　FAX (0966)24-7880