

平成 20 年度 東海大学 一般入試 S 方式 (キャンパス限定方式)  
 数学 I・数学 II・数学 A(70 分) 平成 20 年 2 月 1 日  
 総合経営学部・国際文化学部・芸術工学部

次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で書きなさい。

1 (1)  $x = \frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}, y = \frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$  のとき、次の式を計算しなさい。

(i)  $x + y =$

(ii)  $xy =$

(iii)  $x^2 + y^2 =$

(iv)  $\frac{x}{y} =$

(2)  $\tan \theta = -3 \left( -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$  のとき、 $\cos \theta =$   であり、 $\sin \theta =$   である。

(3) 1 袋 200 円、300 円、500 円の 3 種類のお菓子がある。これらのお菓子を使って、1200 円の詰め合わせ袋は  種類作れる。それらのうちで 300 円の袋が 1 つ以上入っているものは  種類ある。

2 (1) 実数  $\alpha, \beta$  が  $\alpha > \beta, \alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$  を満たすとき、 $\alpha =$   であり、 $\beta =$   である。

(2)  $\triangle ABC$  において、 $BC = 4, AC = 6, \cos C = \frac{3}{4}$  のとき、 $AB =$   である。また、 $\sin C =$   であるから、 $\triangle ABC$  の面積は  である。

3  $k$  を定数とする 2 次関数  $y = x^2 + (k-2)x + k + 13$  のグラフを考える。グラフが  $x$  軸と 2 点で交わる  $k$  の値の範囲は  または  である。また、グラフが  $x$  軸と接するときの  $k$  の値は小さい順に、 $k =$  ,  である。 $k =$   のとき、接点の  $x$  座標は  $x =$   であり、 $k =$   のとき、接点の  $x$  座標は  $x =$   である。グラフが  $x$  軸と共有点をもたない  $k$  の値の範囲は  である。

## 解答例

$$\begin{aligned} \boxed{1} \quad (1) \quad (i) \quad x + y &= \frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{4(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 4(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{8\sqrt{2}}{2 - 3} = -8\sqrt{2} \\ (ii) \quad xy &= \frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{4 \times 4}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{16}{2 - 3} = -16 \\ (iii) \quad (i), (ii) \text{の結果から} \\ x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy = (-8\sqrt{2})^2 - 2 \cdot (-16) = 160 \\ (iv) \quad \frac{x}{y} &= \frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \div \frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{5 - 2\sqrt{6}}{2 - 3} = 2\sqrt{6} - 5 \end{aligned}$$

$$(2) \quad 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \text{ から}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + (-3)^2} = \frac{1}{10}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ より } \cos \theta > 0 \text{ であるから}$$

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{1}{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{また} \quad \sin \theta = \cos \theta \times \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{10}} \times (-3) = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

(3) 1200 円の詰め合わせは次の 5 通り

| 200 円 | 300 円 | 500 円 |
|-------|-------|-------|
| 1     | 0     | 2     |
| 2     | 1     | 1     |
| 0     | 4     | 0     |
| 3     | 2     | 0     |
| 6     | 0     | 0     |

これらのうちで 300 円の袋が 1 つ以上入っているものは 3 通り

答 ア.  $-8\sqrt{2}$  イ.  $-16$  ウ.  $160$  エ.  $2\sqrt{6} - 5$  オ.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  カ.  $-\frac{3}{\sqrt{10}}$   
キ. 5 ク. 3

2 (1)  $\alpha, \beta$  を解とする 2 次方程式は

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \leftarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

これを解いて  $\alpha = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\alpha > \beta$  であるから  $\alpha = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \beta = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

(2) 余弦定理により

$$\begin{aligned} AB^2 &= BC^2 + CA^2 - 2BC \cdot CA \cos C \\ &= 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{3}{4} \\ &= 16 \end{aligned}$$

$AB > 0$  であるから  $AB = 4$

$$\sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

また  $\triangle ABC = \frac{1}{2}BC \cdot CA \sin C = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 3\sqrt{7}$

答 ア.  $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$  イ.  $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$  ウ. 4 エ.  $\frac{\sqrt{7}}{4}$  オ.  $3\sqrt{7}$

3 2次関数  $y = x^2 + (k - 2)x + k + 13$  の係数について

$$\begin{aligned} D &= (k - 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k + 13) \\ &= k^2 - 8x - 48 \\ &= (k + 4)(k - 12) \end{aligned}$$

このグラフが  $x$  軸と2点で交わるための条件は,  $D > 0$  であるから

$$(k + 4)(k - 12) > 0 \quad \text{これを解いて} \quad k < -4, 12 < k$$

このグラフが  $x$  軸と接するための条件は,  $D = 0$  であるから

$$(k + 4)(k - 12) = 0 \quad \text{これを解いて} \quad k = -4, 12$$

接点の  $x$  座標は  $x = -\frac{k - 2}{2}$  であるから, 接点の  $x$  座標は

$$k = -4 \text{ のとき } x = 3, \quad k = 12 \text{ のとき } x = -5$$

このグラフが  $x$  軸と共有点をもたないための条件は,  $D < 0$  であるから

$$(k + 4)(k - 12) < 0 \quad \text{これを解いて} \quad -4 < k < 12$$

答 ア. イ.  $k < -4, 12 < k$  ウ.  $-4$  エ.  $12$  オ.  $3$  カ.  $-5$   
キ.  $-4 < k < 12$