

平成 20 年度 東海大学 一般入試 A 方式 (受験日自由選択方式)
 数学 I・数学 II・数学 A(70 分) 平成 20 年 2 月 8 日
 政治経済学部・総合経営学部・法学部・教養学部・国際文化学部
 芸術工学部・開発工学部・海洋学部・健康科学部

次の空欄を埋めなさい。

解答は、分数の場合には既約分数の形で書きなさい。

- 1 (1) $\sqrt{10}$ の整数部分を a , 小数部分を b とすると, $a = \boxed{\text{ア}}$, $b = \boxed{\text{イ}}$ であり, $2a + b = \boxed{\text{ウ}}$, $b + \frac{1}{b} = \boxed{\text{エ}}$, $b^2 + \frac{1}{b^2} = \boxed{\text{オ}}$ である .
- (2) $\frac{\sqrt[5]{10}}{\sqrt[5]{10^6}}$ を計算すると $\boxed{\text{カ}}$ である .
- (3) $\log_{10} 2 = 0.3010$ として, 次の数を小数点以下 3 桁まで四捨五入して求めると, $\log_{10} 5 = \boxed{\text{キ}}$, $\log_2 5 = \boxed{\text{ク}}$ である .
- 2 1 から 301 までの整数の集合を A とする .
- (1) 3 の倍数かつ 7 の倍数である A の要素の個数は $\boxed{\text{ア}}$ 個である .
- (2) 3 の倍数または 7 の倍数である A の要素の個数は $\boxed{\text{イ}}$ 個である .
- (3) 3 でも 7 でも割り切れない A の要素の個数は $\boxed{\text{ウ}}$ 個である .
- (4) 3 の倍数であり, 7 で割り切れない A の要素の個数は $\boxed{\text{エ}}$ 個である .
- 3 a を正の定数として, 2 次関数 $y = x^2 - 6x + 5$ の $0 \leq x \leq a$ における最大値と最小値を考える . $0 < a < 3$ のときの最大値は $\boxed{\text{ア}}$, 最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である . $3 \leq a < 6$ のときの最大値は $\boxed{\text{ウ}}$, 最小値は $\boxed{\text{エ}}$ である . また, $a = 6$ のときの最大値は $\boxed{\text{オ}}$, 最小値は $\boxed{\text{カ}}$ であり, $6 < a$ のときの最大値は $\boxed{\text{キ}}$, 最小値は $\boxed{\text{ク}}$ である .

解答例

- 1 (1) $3 = \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} = 4$ であるから $a = 3$
 $a + b = \sqrt{10}$ より $b = \sqrt{10} - a = \sqrt{10} - 3$
したがって $2a + b = 2 \cdot 3 + (\sqrt{10} - 3) = \sqrt{10} + 3$

$$\begin{aligned} b + \frac{1}{b} &= \sqrt{10} - 3 + \frac{1}{\sqrt{10} - 3} \\ &= \sqrt{10} - 3 + \frac{\sqrt{10} + 3}{(\sqrt{10} - 3)(\sqrt{10} + 3)} \\ &= \sqrt{10} - 3 + (\sqrt{10} + 3) \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{上式から } b^2 + \frac{1}{b^2} &= \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 - 2 \\ &= (2\sqrt{10})^2 - 2 = 38 \end{aligned}$$

$$(2) \frac{\sqrt[5]{10}}{\sqrt[5]{10^6}} = \sqrt[5]{\frac{10}{10^6}} = \sqrt[5]{\frac{1}{10^5}} = \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} (3) \log_{10} 5 &= \log_{10} \frac{10}{2} = \log_{10} 10 - \log_{10} 2 = 1 - 0.3010 = \mathbf{0.699} \\ \log_2 5 &= \frac{\log_{10} 5}{\log_{10} 2} = \frac{0.699}{0.301} = 0.4306 \dots = \mathbf{0.431} \end{aligned}$$

答 ア. 3 イ. $\sqrt{10} - 3$ ウ. $\sqrt{10} + 3$ エ. $2\sqrt{10}$ オ. 38 カ. $\frac{1}{10}$
キ. 0.699 ク. 0.431

- 2 全体集合 $A = \{1, 2, 3, \dots, 301\}$
 3 の倍数の集合を B , 7 の倍数の集合を C とする.
 $B = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, \dots, 3 \cdot 100\}$
 $C = \{7 \cdot 1, 7 \cdot 2, 7 \cdot 3, \dots, 7 \cdot 43\}$
 $B \cap C = \{21 \cdot 1, 21 \cdot 2, 21 \cdot 3, \dots, 21 \cdot 14\}$

- (1) 3 の倍数かつ 7 の倍数である A の要素の個数は

$$n(B \cap C) = 14$$

- (2) 3 の倍数または 7 の倍数である A の要素の個数は

$$\begin{aligned} n(B \cup C) &= n(B) + n(C) - n(B \cap C) \\ &= 100 + 43 - 14 = 129 \end{aligned}$$

- (3) 3 でも 7 でも割り切れない A の要素の個数は

$$\begin{aligned} n(\overline{B \cap C}) &= n(\overline{B \cup C}) \\ &= n(A) - n(B \cup C) \\ &= 301 - 129 = 172 \end{aligned}$$

- (4) 3 の倍数であり, 7 で割り切れない A の要素の個数は

$$n(B) - n(B \cap C) = 100 - 14 = 86$$

答 ア. 14 イ. 129 ウ. 172 エ. 86

- 3 2次関数 $y = x^2 - 6x + 5$ を変形して $y = (x - 3)^2 - 4$ したがって、軸の方程式が $x = 3$ で下に凸の放物線である。

[1] $0 < a < 3$ のとき

$x = 0$ で 最大値 5, $x = a$ で 最小値 $a^2 - 6a + 5$

[2] $3 \leq a < 6$ のとき

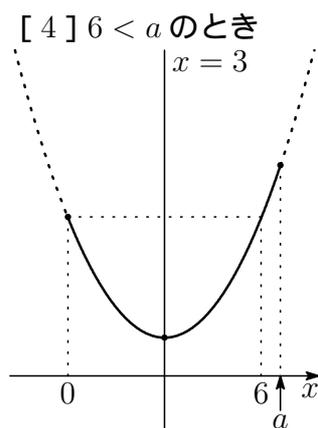
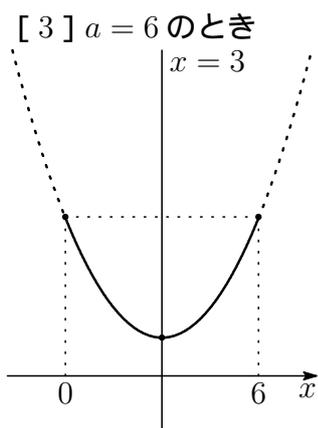
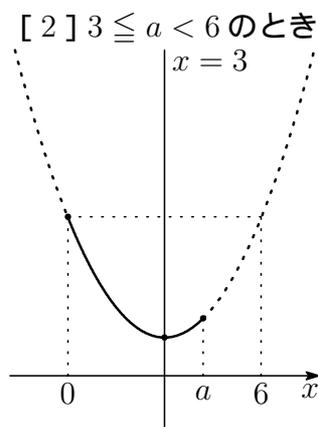
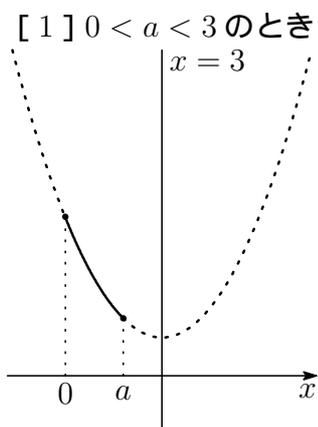
$x = 0$ で 最大値 5, $x = 3$ で 最小値 -4

[3] $a = 6$ のとき

$x = 0, 6$ で 最大値 5, $x = 3$ で 最小値 -4

[4] $6 \leq a$ のとき

$x = a$ で 最大値 $a^2 - 6a + 5$, $x = 3$ で 最小値 -4



答 ア. 5 イ. $a^2 - 6a + 5$ ウ. 5 エ. -4 オ. 5 カ. -4
キ. $a^2 - 6a + 5$ ク. -4