平成21年度　熊本総合医療福祉学院　一般前期入学試験問題
数学I・数学A(平成20年10月26日)60分

第1問 一辺が10cmの正方形ABCDに正方形EFGHが内接している。点E，F，G，Hはそれぞれ AB，BC，CD，DA上にあるものとする。このとき，次の$\boxed{\text{〔問1〕}}$〜$\boxed{\text{〔問3〕}}$に適するものを 1 〜 0 から選べ。

(1) 正方形EFGHの面積が最小になるのは，AE = $\boxed{\text{〔問1〕}}$ のときであり，その面積は$\boxed{\text{〔問2〕}}$ cm^2 である。

(2) AE $\leqq$ BE のとき，正方形EFGHの面積が 68cm^2 になるのは，
AE = $\boxed{\text{〔問3〕}}$ cm のときである。

1　1	2　$\sqrt{2}$	3　2	4　3	5　5
6　8	7　30	8　$25\sqrt{2}$	9　50	0　84

第2問 次の$\boxed{\text{〔問4〕}}$，$\boxed{\text{〔問5〕}}$に適するものを 1 〜 0 から選べ。
濃度10%の塩水Aと濃度15%の塩水Bがある。AとBの塩水を混ぜて1000gの塩水を作る。混ぜた塩水の濃度を12%以上13%以下にするには塩水Aを$\boxed{\text{〔問4〕}}$g以上$\boxed{\text{〔問5〕}}$g以下にすればよい.

1　100	2　200	3　250	4　300	5　400
6　460	7　500	8　600	9　650	0　700

第3問 三角形ABCにおいて，BC = 5，$\angle$B = 135°，$\angle$C = 15° である。このとき，次の$\boxed{\text{〔問7〕}}$〜$\boxed{\text{〔問8〕}}$に適するものを 1 〜 0 から選べ。

(1) 辺ACの長さは$\boxed{\text{〔問6〕}}$である。

(2) 三角形ABCの面積は$\boxed{\text{〔問7〕}}$である。

(3) 三角形ABCの外接円の半径は$\boxed{\text{〔問8〕}}$である。

1　$\dfrac{1}{5}$	2　$\dfrac{25}{4}(\sqrt{3}-1)$	3　6	4　5	5　$\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}$
6　$\dfrac{5}{13}$	7　$\dfrac{\sqrt{13}}{3}$	8　$5\sqrt{2}$	9　$\dfrac{\sqrt{5}}{12}$	0　$\dfrac{\sqrt{5}}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

第 4 問 一辺の長さが 1 の正 4 面体 ABCD がある。頂点 A から底面の三角形 BCD に垂線 AH を下ろす。このとき，次の **〔問 9〕**～**〔問 12〕** に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

(1) BH の長さは **〔問 9〕** である。

(2) AH の長さは **〔問 10〕** である。

(3) 三角形 BCD の面積は **〔問 11〕** である。

(4) 正四面体 ABCD の体積は **〔問 12〕** である。

1 $\frac{\sqrt{2}}{2}$　2 $\frac{\sqrt{3}}{3}$　3 $\frac{1}{2}$　4 $\frac{\sqrt{2}}{3}$　5 $\frac{\sqrt{2}}{12}$

6 $\frac{\sqrt{3}}{2}$　7 $\frac{\sqrt{6}}{3}$　8 $\frac{\sqrt{6}}{2}$　9 $\frac{\sqrt{3}}{4}$　0 $\frac{2}{3}$

第 5 問 男子 5 人女子 4 人をくじ引きで一列に並べる。このとき，次の **〔問 13〕**～**〔問 15〕** に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

(1) 男子が両端に並ぶ確率は **〔問 13〕** である。

(2) 女子が両端に並ぶ確率は **〔問 14〕** である。

(3) 男子と女子が交互に並ぶ確率は **〔問 15〕** である。

1 $\frac{1}{2}$　2 $\frac{1}{3}$　3 $\frac{1}{4}$　4 $\frac{1}{5}$　5 $\frac{1}{6}$

6 $\frac{5}{8}$　7 $\frac{5}{18}$　8 $\frac{1}{18}$　9 $\frac{1}{63}$　0 $\frac{1}{126}$

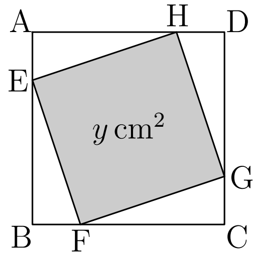
解答例

第 1 問 (1) AE$= x$ (cm) とすると，

AH=BE$= 10 - x$ (cm) である．

$x > 0$ かつ $10 - x > 0$ から

$$0 < x < 10 \qquad \cdots ①$$

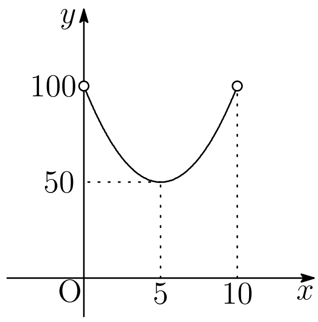


$y = \mathrm{EH}^2$ とおくと，

三平方の定理により

$$\begin{aligned} \mathrm{EH}^2 &= \mathrm{AE}^2 + \mathrm{AH}^2 \\ &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \end{aligned}$$

よって　$y = 2(x - 5)^2 + 50$



① において，y は $x = 5$ すなわち $\mathbf{AE = 5}$ で **最小値 50** をとる．

(2) AE $\leqq$ BE より　$x \leqq 10 - x$　すなわち　$x \leqq 5$　$\cdots$ ②

正方形 EFGH の面積が $68\mathrm{cm}^2$ であるから

$$2x^2 - 20x + 100 = 68$$

整理して　$x^2 - 10x + 16 = 0$

ゆえに　$(x - 2)(x - 8) = 0$

② に注意して　$x = 2$　よって　$\mathbf{AE = 2}$

	問 1	問 2	問 3
正解	5	9	3

第 2 問 塩水 A を x g とすると，塩水 B は $(1000-x)$g となる．このとき

$$12 \leqq \frac{0.1x + 0.15(1000-x)}{1000} \times 100 \leqq 13$$

これを解いて　$\boldsymbol{400 \leqq x \leqq 600}$

	問 4	問 5
正解	5	8

第 3 問 (1) $A = 180^\circ - (B+C) = 180^\circ - (135^\circ + 15^\circ) = 30^\circ$

正弦定理により　$\dfrac{5}{\sin 30^\circ} = \dfrac{\mathrm{AC}}{\sin 135^\circ}$

よって　$\mathrm{AC} = \dfrac{5\sin 135^\circ}{\sin 30^\circ} = 5 \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} \div \dfrac{1}{2} = \boldsymbol{5\sqrt{2}}$

(2) $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}\cdot\mathrm{AC}\sin C = \dfrac{1}{2}\cdot 5\cdot 5\sqrt{2} \times \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} = \boldsymbol{\dfrac{25}{4}(\sqrt{3}-1)}$

(3) 正弦定理により　$2R = \dfrac{5}{\sin 30^\circ}$

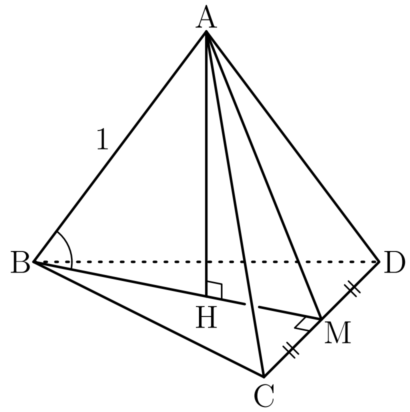
よって　$R = \dfrac{5}{2\sin 30^\circ} = \boldsymbol{5}$

	問 6	問 7	問 8
正解	8	2	4

第 4 問 (1) CD の中点を M とする．

$\mathrm{AM}=\mathrm{BM}=\mathrm{BC}\sin 60^\circ=1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

したがって，$\triangle\mathrm{ABM}$ において



$$\begin{aligned}\cos\angle\mathrm{ABM}&=\frac{\mathrm{AB}^2+\mathrm{BM}^2-\mathrm{AM}^2}{2\times\mathrm{AB}\times\mathrm{BM}}\\&=\frac{1^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2\times1\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}\\&=\frac{1}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

よって　$\mathrm{BH}=\mathrm{AB}\cos\angle\mathrm{ABM}=1\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$

(2) $\sin\angle\mathrm{ABM}=\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

よって　$\mathrm{AH}=\mathrm{AB}\sin\angle\mathrm{ABM}=1\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}}{3}}$

(3) $\triangle\mathrm{BCD}$ は 1 辺が 1 の正三角形であるから

$$\triangle\mathrm{BCD}=\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\sin 60^\circ=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4}}$$

(4) 正四面体 ABCD の体積 V は，(2),(3) の結果から

$$V=\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{BCD}\times\mathrm{AH}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\boldsymbol{\frac{\sqrt{2}}{12}}$$

	問 9	問 10	問 11	問 12
正解	2	7	9	5

第 5 問 (1) 男子 5 人女子 4 人の 9 人並び方は $9!$ 通りある．

両端の男子の並び方は ${}_5\mathrm{P}_2$ 通りある．

間に並ぶ残り 7 人の並び方は $7!$ 通りある．

したがって，求める確率は $\dfrac{{}_5\mathrm{P}_2 \times 7!}{9!} = \boldsymbol{\dfrac{5}{18}}$

(2) 両端の女子の並び方は ${}_4\mathrm{P}_2$ 通りある．

間に並ぶ残り 7 人の並び方は $7!$ 通りある．

したがって，求める確率は $\dfrac{{}_4\mathrm{P}_2 \times 7!}{9!} = \boldsymbol{\dfrac{1}{6}}$

(3) 男子と女子が交互に並ぶのは，次のような並びである．

男女男女男女男女男

このとき男子 5 人の並び方は $5!$ 通りあり，女子 4 人の並び方は $4!$ 通りある．

したがって，求める確率は $\dfrac{5!4!}{9!} = \boldsymbol{\dfrac{1}{126}}$

	問 13	問 14	問 15
正解	7	5	0