平成 21 年度　熊本総合医療福祉学院　一般後期入学試験問題
数学 I・数学 A(平成 21 年 2 月 15 日)60 分

第 1 問 2 次方程式 $x^2-2x-1=0$ の 2 つの解を α，$\beta(\alpha>\beta)$ とするとき，次の **〔問 1〕** ～ **〔問 4〕** に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

(1) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=$ **〔問 1〕** である。

(2) α の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$a=$ **〔問 2〕**，$b=$ **〔問 3〕** である。

(3) $b^3-a^3=$ **〔問 4〕** である。

1　$5(\sqrt{2}-3)$	2　-2	3　$-\sqrt{2}-1$	4　$\sqrt{2}-1$	5　2
6　1	7　$1+\sqrt{2}$	8　$2+\sqrt{2}$	9　$5(-\sqrt{2}+3)$	0　$5(\sqrt{2}+3)$

第 2 問 2 次関数 $f(x)=ax^2+bx+c$ について，次の **〔問 5〕** から **〔問 8〕** に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

(1) $f(x)$ は $x=1$ で最大値 4 をとり，そのグラフが点 P(2, 2) を通るとき，$a=$ **〔問 5〕**，$b=$ **〔問 6〕**，$c=$ **〔問 7〕** である。

(2) $y=f(x)$ と x 軸との交点を A，B，y 軸との交点を C とする。三角形 ABC の面積 S_1 と三角形 ABP の面積 S_2 の比 S_1/S_2 は **〔問 8〕** である。

1　-4	2　-2	3　-1	4　$-\dfrac{1}{2}$	5　$\dfrac{1}{8}$
6　$\dfrac{1}{4}$	7　$\dfrac{1}{2}$	8　1	9　2	0　4

第 3 問 赤玉 4 個と白玉 3 個が入った壷から，次のように球を取り出すとき，$\boxed{\textbf{〔問 9〕}}$ 〜 $\boxed{\textbf{〔問 11〕}}$ に適するものを ① 〜 ⓪ から選べ。

(1) 壷の中から球を 1 個取り出して元に戻すことを 3 回行う。3 回とも白玉が取り出される確率 P_1 は，$P_1 =$ $\boxed{\textbf{〔問 9〕}}$ である。

(2) 壷の中から球を 2 個同時に取り出すとき，赤球が 1 個，白球が 1 個取り出される確率 P_2 は，$P_2 =$ $\boxed{\textbf{〔問 10〕}}$ である。

(3) 壷の中から球を 3 個同時に取り出すとき，赤玉の個数の期待値 E は，$E =$ $\boxed{\textbf{〔問 11〕}}$ である。

① $\frac{27}{343}$	② $\frac{471}{343}$	③ $\frac{9}{47}$	④ $\frac{8}{35}$	⑤ $\frac{64}{343}$
⑥ $\frac{10}{21}$	⑦ $\frac{11}{21}$	⑧ $\frac{27}{49}$	⑨ $\frac{4}{7}$	⓪ $\frac{12}{7}$

第 4 問 各辺の長さが 1 の正三角形がある。次の $\boxed{\textbf{〔問 12〕}}$ 〜 $\boxed{\textbf{〔問 14〕}}$ に適するものを ① 〜 ⓪ から選べ。

(1) $\triangle$ABC の面積 S は $S =$ $\boxed{\textbf{〔問 12〕}}$ である。

(2) $\triangle$ABC の外接円の半径 R は $R =$ $\boxed{\textbf{〔問 13〕}}$ である。

(3) $\triangle$ABC の外接円の弧 AB の長さ L は $L =$ $\boxed{\textbf{〔問 14〕}}$ である。

① $\frac{1}{4}$	② $\frac{\sqrt{3}}{4}$	③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$	④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$	⑤ $\sqrt{3}$
⑥ $2\sqrt{3}$	⑦ $\frac{\sqrt{3}}{9}\pi$	⑧ $\frac{\pi}{3}$	⑨ $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$	⓪ $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

解答例

第1問 (1) $x^2-2x-1=0$ を解いて　$x=1\pm\sqrt{2}$

$\alpha>\beta$ より　$\alpha=1+\sqrt{2},\ \beta=1-\sqrt{2}$

したがって

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}&=\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{1-\sqrt{2}}\\&=\frac{(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}\\&=\frac{2}{1-2}=\boldsymbol{-2}\end{aligned}$$

別解 (数学 II)

2 次方程式 $x^2-2x-1=0$ の解と係数の関係により

$$\alpha+\beta=-\frac{-2}{1}=2,\quad \alpha\beta=\frac{-1}{1}=-1$$

よって　$\displaystyle\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2}{-1}=-2$

(2) $1<\sqrt{2}<2$ であるから　$2<1+\sqrt{2}<3$ より　$\boldsymbol{a=2}$

$a+b=1+\sqrt{2}$ より　$b=(1+\sqrt{2})-a=\boldsymbol{\sqrt{2}-1}$

(3) (2) の結果から

$$\begin{aligned}b^3-a^3&=(\sqrt{2}-1)^3-2^3\\&=(\sqrt{2})^3-3(\sqrt{2})^2\cdot1+3\sqrt{2}\cdot1^2-1^3-8\\&=5\sqrt{2}-15\\&=\boldsymbol{5(\sqrt{2}-3)}\end{aligned}$$

	問 1	問 2	問 3	問 4
正解	2	5	4	1

第 2 問 (1) $x=1$ で最大値 4 をとるから，y は

$$y=a(x-1)^2+4 \qquad ただし, a<0$$

の形に表される．

点 P(2, 2) を通るから

$$2=a(2-1)^2+4$$

よって $a=2-4=-2$

これは，$a<0$ を満たす．

したがって $y=-2(x-1)^2+4$

すなわち $y=-2x^2+4x+2$

よって $\boldsymbol{a=-2,\ b=4,\ c=2}$

(2) (1) の結果から点 C は (0, 2)．C および P から AB(x 軸) に下ろした垂線の長さはともに 2 であるから

$$S_1=S_2 \quad よって \quad \boldsymbol{S_1/S_2=1}$$

	問 5	問 6	問 7	問 8
正解	2	0	9	8

第 3 問 (1) $P_1 = \left(\dfrac{3}{7}\right)^3 = \boldsymbol{\dfrac{27}{343}}$

(2) 全部の 7 個から 2 個取る組合せは，${}_7\mathrm{C}_2$ 通りある．
赤玉 4 個から 1 個，白玉 3 個から 1 個取る組合せは，${}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1$ 通りある．
よって，求める確率 P_2 は

$$P_2 = \frac{{}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_2} = \frac{4 \times 3}{21} = \boldsymbol{\frac{4}{7}}$$

(3) 出る赤玉の個数は，0，1，2，3 のいずれかである．

赤玉が 0 個の確率は　$\dfrac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_7\mathrm{C}_3} = \dfrac{1}{35}$

赤玉が 1 個の確率は　$\dfrac{{}_4\mathrm{C}_1 \times {}_3\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_3} = \dfrac{12}{35}$

赤玉が 2 個の確率は　$\dfrac{{}_4\mathrm{C}_2 \times {}_3\mathrm{C}_1}{{}_7\mathrm{C}_3} = \dfrac{18}{35}$

赤玉が 3 個の確率は　$\dfrac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_7\mathrm{C}_3} = \dfrac{4}{35}$

よって，出る赤玉の個数を X 個とすると，次のような表ができる．

X	0	1	2	3	計
確率	$\dfrac{1}{35}$	$\dfrac{12}{35}$	$\dfrac{18}{35}$	$\dfrac{4}{35}$	1

したがって，求める期待値 E は

$$E = 0 \times \frac{1}{35} + 1 \times \frac{12}{35} + 2 \times \frac{18}{35} + 3 \times \frac{4}{35} = \frac{60}{35} = \boldsymbol{\frac{12}{7}}$$

	問 9	問 10	問 11
正解	1	9	0

第 4 問　(1) △ABC の面積は 1 辺が 1 の正三角形であるから

$$\triangle\mathrm{BCD} = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1\sin 60^\circ = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4}}$$

(2) 正弦定理により　$2R = \dfrac{1}{\sin 60^\circ}$

よって　$R = \dfrac{1}{2\sin 60^\circ} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{3}}{3}}$

(3) 弧 AB の中心角は 120° であるから，(2) の結果から

$$L = 2\pi R \times \frac{120}{360} = 2\pi \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{3} = \boldsymbol{\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi}$$

	問 12	問 13	問 14
正解	2	3	9