平成20年度　熊本総合医療福祉学院　一般前期入学試験問題
数学I・数学A(平成19年11月3日)60分

第1問 2次方程式 $x^2-6x+4=0$ の2つの解を α，$\beta(\alpha<\beta)$ とする。次の〔問1〕～〔問4〕に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

(1) $\alpha=$ 〔問1〕 であり，$\beta=$ 〔問2〕 である。

(2) 2次不等式 $x^2-6x+4>0$ を満たす整数 x で α に最も近いものは〔問3〕であり，β に最も近いものは〔問4〕である。

1 $\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$　2 $3+\sqrt{5}$　3 $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$　4 $3-\sqrt{5}$　5 $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

6 0　7 1　8 2　9 5　0 6

第2問 次の〔問5〕～〔問7〕に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

$x+y=6$，$x^2+y^2=24$ のとき，$xy=$ 〔問5〕，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=$ 〔問6〕，

$\dfrac{y^2}{x^2}+\dfrac{x^2}{y^2}=$ 〔問7〕 である。

1 $3-\sqrt{3}$　2 $3+\sqrt{3}$　3 6　4 $2\sqrt{3}$　5 $-2\sqrt{3}$

6 1　7 24　8 12　9 14　0 $4\sqrt{6}$

第3問 $\mathrm{AB}=5$，$\mathrm{BC}=12$，$\mathrm{CA}=13$ である $\triangle\mathrm{ABC}$ において，AC 上に $\mathrm{BA}=\mathrm{BD}$ となる点 D をとる。このとき，次の〔問8〕～〔問10〕に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

(1) $\cos A=$ 〔問8〕

(2) $\cos C=$ 〔問9〕

(3) $\mathrm{AD}=$ 〔問10〕

1 $\dfrac{5}{\sqrt{13}}$　2 $\dfrac{12}{\sqrt{13}}$　3 $\dfrac{5}{13}$　4 $\dfrac{5}{12}$　5 $\dfrac{12}{13}$

6 $\dfrac{50}{13}$　7 $\dfrac{120}{13}$　8 $\dfrac{\sqrt{13}}{\sqrt{12}}$　9 $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}$　0 0

第 4 問 次の$\boxed{\textbf{〔問 11〕}}$，$\boxed{\textbf{〔問 12〕}}$に適するものを 1 〜 0 から選べ。

x の 2 次関数 $y = 2x^2 - mx + m$ の最小値を k とするとき，k を最大にする m の値は $m = \boxed{\textbf{〔問 11〕}}$ である。このとき k の最大値は $k = \boxed{\textbf{〔問 12〕}}$ となる。

1 -8	2 -4	3 -2	4 -1	5 $-\frac{1}{2}$
6 $\frac{1}{2}$	7 1	8 2	9 4	0 8

第 5 問 10 枚のカードに 0 から 9 までの異なる番号がつけられている。このとき，次の$\boxed{\textbf{〔問 13〕}}$〜$\boxed{\textbf{〔問 15〕}}$に適するものを 1 〜 0 から選べ。

(1) この 10 枚のうち 5 枚を取り出して，A，B，C，D，E の異なる場所に置く置き方は全部で$\boxed{\textbf{〔問 13〕}}$通りある。

(2) この 10 枚のカードから 5 枚を取り出す方法は全部で$\boxed{\textbf{〔問 14〕}}$通りある。

(3) この 10 枚のカードから，0 の書かれたカードと 9 の書かれたカードを含めて 5 枚を取り出す方法は全部で$\boxed{\textbf{〔問 15〕}}$通りある。

1 45	2 56	3 84	4 120	5 240
6 252	7 1024	8 5040	9 30240	0 151200

解答例

第 1 問 (1) 2 次方程式 $x^2-6x+4=0$ の解 α，β は　$x=3\pm\sqrt{5}$

$\alpha<\beta$ であるから　$\boldsymbol{\alpha=3-\sqrt{5}}$，$\boldsymbol{\beta=3+\sqrt{5}}$

(2) 2 次不等式 $x^2-6x+4>0$ の解は　$x<\alpha$，$\beta<x$　$\cdots(*)$

$2<\sqrt{5}<2.5$ より　$0.5<\alpha<1$，$5<\beta<5.5$

$(*)$ を満たす整数 x で α に最も近いものは **0**，β に最も近いものは **6**.

	問 1	問 2	問 3	問 4
正解	4	2	6	0

第 2 問 $x+y=6$ の両辺を平方すると　$x^2+y^2+2xy=36$

これに $x^2+y^2=24$ を代入すると　$24+2xy=36$

よって　$xy=\mathbf{6}$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}=\frac{6}{6}=\mathbf{1}$$

$$\frac{y^2}{x^2}+\frac{x^2}{y^2}=\frac{x^4+y^4}{x^2y^2}=\frac{(x^2+y^2)^2-2(xy)^2}{(xy)^2}=\frac{24^2-2\cdot6^2}{6^2}=\mathbf{14}$$

	問 5	問 6	問 7
正解	3	6	9

第 3 問 (1) $B=90^\circ$ の直角三角形であるから

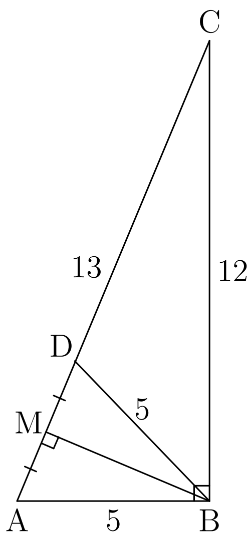
$$\boldsymbol{\cos A=\frac{5}{13}}$$

(2) $$\boldsymbol{\cos C=\frac{12}{13}}$$

(3) $\triangle$ABD は二等辺三角形であるから，B から AD に下ろした垂線の足 M は，AD の中点である.

AD $=$ 2AM，AM $=$ AB $\cos A$ より

$$\mathrm{AD}=2\mathrm{AB}\cos\mathrm{A}=2\cdot5\times\frac{5}{13}=\mathbf{\frac{50}{13}}$$



	問 8	問 9	問 10
正解	3	5	6

第 4 問 $y = 2x^2 - mx + m$ の右辺を変形すると

$$\begin{aligned} y &= 2\left(x^2 - \frac{m}{2}x\right) + m \\ &= 2\left\{\left(x - \frac{m}{4}\right)^2 - \left(\frac{m}{4}\right)^2\right\} + m \\ &= 2\left(x - \frac{m}{4}\right)^2 - \frac{m^2}{8} + m \end{aligned}$$

この 2 次関数の最小値は $k = -\dfrac{m^2}{8} + m$ であり，右辺を変形して

$$\begin{aligned} k &= -\frac{1}{8}(m^2 - 8m) \\ &= -\frac{1}{8}\{(m-4)^2 - 4^2\} \\ &= -\frac{1}{8}(m-4)^2 + 2 \end{aligned}$$

よって，k は $\boldsymbol{m = 4}$ で**最大値 2** をとる.

	問 11	問 12
正解	9	8

第 5 問 (1) ${}_{10}\mathrm{P}_5 = 10{\cdot}9{\cdot}8{\cdot}7{\cdot}6 = \mathbf{30240}$ (通り)

(2) ${}_{10}\mathrm{C}_5 = \dfrac{10{\cdot}9{\cdot}8{\cdot}7{\cdot}6}{5{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1} = \mathbf{252}$ (通り)

(3) 0 と 9 を除く 8 枚のカードから 3 枚取り出す組合せの総数であるから

$${}_{8}\mathrm{C}_3 = \frac{8{\cdot}7{\cdot}6}{3{\cdot}2{\cdot}1} = \mathbf{56} \text{ (通り)}$$

	問 13	問 14	問 15
正解	9	6	2