

平成 20 年度 熊本総合医療福祉学院 一般後期入学試験問題
数学 I・数学 A(平成 20 年 2 月 16 日)60 分

第 1 問 次の (1) ~ (3) に答えよ。

- (1) 2 次方程式 $x^2 - 3x + 2 = 0$ の 2 つの解を α, β とするとき, 次の〔問 1〕, 〔問 2〕に適するものを ① ~ ⑩ から選べ。

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \text{〔問 1〕}, \alpha^3 + \beta^3 = \text{〔問 2〕}$$

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| ① -27 | ② -10 | ③ -9 | ④ $-\frac{3}{2}$ | ⑤ $-\frac{2}{3}$ |
| ⑥ $\frac{1}{2}$ | ⑦ $\frac{2}{3}$ | ⑧ $\frac{3}{2}$ | ⑨ 9 | ⑩ 27 |

- (2) $\tan \theta = 2$ ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) とするとき, 次の〔問 3〕, 〔問 4〕に適するものを ① ~ ⑩ から選べ。

$$\sin \theta \cos \theta = \text{〔問 3〕}, \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \sin \theta} = \text{〔問 4〕}$$

- | | | | | |
|----------------------------|--------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|
| ① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ | ② $-\frac{2}{5}$ | ③ $-\frac{1}{5}$ | ④ $\frac{2}{5}$ | ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ |
| ⑥ $\frac{9\sqrt{5}-17}{4}$ | ⑦ $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ | ⑧ $\frac{2\sqrt{5}+1}{5}$ | ⑨ $\frac{9\sqrt{5}+15}{4}$ | ⑩ $\frac{9\sqrt{5}+17}{4}$ |

- (3) x に関する 2 つの整式 A, B があり,

$$A + 2B = x^2 + 3x + 4, 3A - B = 3x^2 - 5x - 9$$

をみたすとき, 次の〔問 5〕 ~ 〔問 7〕に適するものを ① ~ ⑩ から選べ。

$$A = x^2 + \text{〔問 5〕}x + \text{〔問 6〕}, B = \text{〔問 7〕}x + 3$$

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| ① -5 | ② -4 | ③ -3 | ④ -2 | ⑤ -1 |
| ⑥ 0 | ⑦ 1 | ⑧ 2 | ⑨ 3 | ⑩ 4 |

第2問 $0, 1, 2, 3$ の4個の数字を使って整数を作るとき, 次の〔問8〕, 〔問9〕に適するものを〔1〕～〔0〕から選べ。

- (1) 4個の数字を繰り返して用いることが許されない場合に, 2桁の整数は〔問8〕通りできる。
- (2) 4個の数字を繰り返して用いることが許される場合に, 3桁の整数は〔問9〕通りできる。

〔1〕 6	〔2〕 9	〔3〕 12	〔4〕 16	〔5〕 18
〔6〕 24	〔7〕 28	〔8〕 36	〔9〕 48	〔0〕 60

第3問 半径1の円 O_1 と半径2の円 O_2 は外接しているとする。さらに, 半径 r の円 O が円 O_1 と円 O_2 に外接しているとする。このとき, 次の〔問10〕, 〔問11〕に適するものを〔1〕～〔0〕から選べ。

- (1) $\angle OO_1O_2 = 90^\circ$ のとき, $r =$ 〔問10〕である。
- (2) $\angle OO_1O_2 = 60^\circ$ のとき, $r =$ 〔問11〕である。

〔1〕 $\frac{1}{2}$	〔2〕 $\frac{1}{3}$	〔3〕 1	〔4〕 $\frac{3}{2}$	〔5〕 $\frac{4}{3}$
〔6〕 2	〔7〕 $\frac{3}{5}$	〔8〕 3	〔9〕 $\sqrt{5}$	〔0〕 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

第4問 1から100までの番号がついたカードがある。この中から1枚のカードを引き出すとき, 次の〔問12〕～〔問15〕に適するものを〔1〕～〔0〕から選べ。

- (1) 引き出したカードが3の倍数である確率は〔問12〕である。
- (2) 引き出したカードが3かつ4の倍数である確率は〔問13〕である。
- (3) 引き出したカードが3または4の倍数である確率は〔問14〕である。
- (4) 引き出したカードが3の倍数であるが4の倍数でない確率は〔問15〕である。

〔1〕 $\frac{2}{25}$	〔2〕 $\frac{1}{4}$	〔3〕 $\frac{33}{100}$	〔4〕 $\frac{21}{50}$	〔5〕 $\frac{1}{2}$
〔6〕 $\frac{29}{50}$	〔7〕 $\frac{31}{50}$	〔8〕 $\frac{67}{100}$	〔9〕 $\frac{3}{4}$	〔0〕 $\frac{23}{25}$

解答例

第1問 (1) $x^2 - 3x + 2 = 0$ を解いて $x = 1, 2$

$$\text{よって } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = 1^3 + 2^3 = 9$$

$$(2) 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \text{ から } \cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + 2^2} = \frac{1}{5}$$

$$0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \text{ より, } \cos \theta \geq 0 \text{ であるから } \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{また } \sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta = 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\text{よって } \sin \theta \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{\cos \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{\sin \theta}{1 - \sin \theta} &= \frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{5}}} + \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{1 - \frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{1}{\sqrt{5} - 1} + \frac{2}{\sqrt{5} - 2} \\ &= \frac{\sqrt{5} + 1}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)} + \frac{2(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} \\ &= \frac{\sqrt{5} + 1}{4} + 2(\sqrt{5} + 2) = \frac{9\sqrt{5} + 17}{4} \end{aligned}$$

$$(3) A + 2B = x^2 + 3x + 4 \cdots \textcircled{1}, 3A - B = 3x^2 - 5x - 9 \cdots \textcircled{2}$$

$$(A + 2B) + 2(3A - B) = (x^2 + 3x + 4) + 2(3x^2 - 5x - 9) \text{ であるから}$$

$$7A = 7x^2 - 7x - 14 \quad \text{ゆえに} \quad A = x^2 - x - 2$$

これを ① に代入すると

$$(x^2 - x - 2) + 2B = x^2 + 3x + 4 \quad \text{ゆえに} \quad B = 2x + 3$$

	問 1	問 2	問 3	問 4	問 5	問 6	問 7
正解	8	9	4	0	5	4	8

第2問 (1) 十の位は0以外の3通りあり，一の位は十の位の数以外の3通りある．

積の法則により $3 \times 3 = 9$ (通り)

(2) 百の位は0以外の3通り，十の位，一の位は4通り．

積の法則により $3 \times 4 \times 4 = 48$ (通り)

	問 8	問 9
正解	$\boxed{2}$	$\boxed{9}$

第3問 $OO_1 = r + 1$, $OO_2 = r + 2$, $O_1O_2 = 1 + 2 = 3$

(1) $OO_2 = OO_1^2 + O_1O_2^2$ であるから

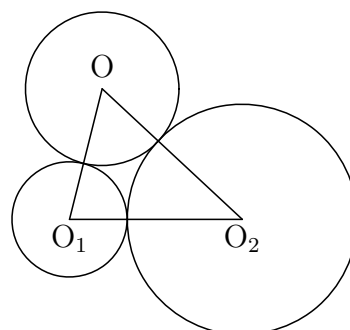
$$(r + 2)^2 = (r + 1)^2 + 3^2$$

これを解いて $r = 3$

(2) 余弦定理により

$$(r + 2)^2 = 3^2 + (r + 1)^2 - 2 \cdot 3(r + 1) \cos 60^\circ$$

これを解いて $r = \frac{3}{5}$



	問 10	問 11
正解	$\boxed{8}$	$\boxed{7}$

第4問 100以下の自然数全体の集合を U とし, U の部分集合で, 3の倍数全体の集合を A , 4の倍数全体の集合を B とすると

$$A = \{3 \cdot 1, 3 \cdot 2, 3 \cdot 3, \dots, 3 \cdot 33\}$$

$$B = \{4 \cdot 1, 4 \cdot 2, 4 \cdot 3, \dots, 4 \cdot 25\}$$

$$A \cap B = \{12 \cdot 1, 12 \cdot 2, 12 \cdot 3, \dots, 12 \cdot 8\}$$

ゆえに, $n(U) = 100$, $n(A) = 33$, $n(B) = 25$, $n(A \cap B) = 8$

$$(1) P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{33}{100}$$

$$(2) P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(U)} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$$

$$(3) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 33 + 25 - 8 = 50$$

$$\text{よって } P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(U)} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$(4) P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{33}{100} - \frac{2}{25} = \frac{1}{4}$$

	問 12	問 13	問 14	問 15
正解	$\widehat{3}$	$\widehat{1}$	$\widehat{5}$	$\widehat{2}$