平成19年度　熊本総合医療福祉学院　一般前期入学試験問題
数学I・数学A(平成18年12月16日)60分

第1問 次の $\boxed{\textbf{〔問1〕}}$〜$\boxed{\textbf{〔問3〕}}$ に適するものを 1 〜 0 から選べ。

(1) $4x^2 - 8x - k = 0$ の1つの解が $\dfrac{5}{2}$ のとき，$k = \boxed{\textbf{〔問1〕}}$ であり，もう一つの解を α とすると $\alpha = \boxed{\textbf{〔問2〕}}$ である。

(2) 家から2500m離れた学校へ行くのに，はじめ分速50mで歩くことにする。8時に家を出て8時30分の授業開始時刻に間に合うためには $\boxed{\textbf{〔問3〕}}$ 分以上を分速100mで歩けばよい。

1 $-\dfrac{4}{5}$　　2 $-\dfrac{1}{2}$　　3 $\dfrac{1}{2}$　　4 $\dfrac{5}{4}$　　5 5

6 12　　7 15　　8 18　　9 20　　0 22

第2問 x についての2次関数 $y = x^2 + 2ax + 3a^2 + 12a + 6 \cdots$ ① の最小値を m とするとき，次の $\boxed{\textbf{〔問4〕}}$〜$\boxed{\textbf{〔問6〕}}$ に適するものを 1 〜 0 から選べ。

(1) a の関数 m は，$a = \boxed{\textbf{〔問4〕}}$ のとき，最小値 $\boxed{\textbf{〔問5〕}}$ をとる。

(2) a が(1)をみたすとき，① のグラフが x 軸と交わる2点をA，Bとし，その頂点をPとする。このとき，△ABPの面積 S は $S = \boxed{\textbf{〔問6〕}}$ である。

1 -12　　2 -3　　3 -1　　4 1　　5 3

6 $2\sqrt{3}$　　7 12　　8 $12\sqrt{3}$　　9 36　　0 $24\sqrt{3}$

第3問 $\cos\theta = -\dfrac{3\sqrt{5}}{7}$ $(90° < \theta < 180°)$ のとき，次の $\boxed{\textbf{〔問7〕}}$〜$\boxed{\textbf{〔問8〕}}$ に適するものを 1 〜 0 から選べ。

(1) $\sin\theta = \boxed{\textbf{〔問7〕}}$

(2) $\tan^2\theta + 2\tan\theta + 1 = \boxed{\textbf{〔問8〕}}$

1 $\dfrac{-4\sqrt{5}}{7}$　　2 $\dfrac{-2\sqrt{5}}{15}$　　3 $\dfrac{2}{7}$　　4 $\dfrac{4\sqrt{5}}{7}$　　5 $\dfrac{2\sqrt{5}}{15}$

6 $\dfrac{4\sqrt{5}}{49}$　　7 $\dfrac{40-12\sqrt{5}}{45}$　　8 $\dfrac{49-12\sqrt{5}}{45}$　　9 $\dfrac{12\sqrt{5}}{11}$　　0 $\dfrac{8}{11}$

第 4 問 1 辺が 10 の正三角形 ABC を底面とする三角錐 OABC があり，$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC}$ かつ $\angle\mathrm{AOB} = 90^\circ$ である。AB の中点を M，頂点 O から底面に下ろした垂線を OH とするとき，次の **〔問 9〕**〜**〔問 12〕** に適するものを 1 〜 0 から選べ。

(1) 線分 OM の長さは **〔問 9〕** である。

(2) 線分 MH の長さは **〔問 10〕** である。

(3) 三角錐 OABC の高さ OH の長さは **〔問 11〕** である。

(4) $\cos\angle\mathrm{OMC}$ の大きさは **〔問 12〕** である。

1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	3	$\frac{5\sqrt{6}}{3}$	4	$5\sqrt{3}$	5	5
6	$10\sqrt{2}$	7	$\frac{5\sqrt{3}}{3}$	8	$10\sqrt{3}$	9	$5\sqrt{2}$	0	10

第 5 問 1 から 20 までの番号をつけたカードがある。これから 1 枚のカードを抜き取り，続いてもう 1 枚のカードを抜き取るとき，次の **〔問 13〕**〜**〔問 15〕** に適するものを 1 〜 0 から選べ。

(1) 1 枚目のカードが奇数で 2 枚目も奇数である確率は **〔問 13〕** である。

(2) 1 枚目のカードが 2 桁の 3 の倍数で，2 枚目のカードが 2 桁の 7 の倍数である確率は **〔問 14〕** である。

(3) 1 枚目のカードが奇数で 2 枚目のカードが 2 桁の偶数である確率は **〔問 15〕** である。

1	$\frac{3}{380}$	2	$\frac{9}{380}$	3	$\frac{3}{190}$	4	$\frac{1}{19}$	5	$\frac{21}{380}$
6	$\frac{3}{38}$	7	$\frac{9}{38}$	8	$\frac{1}{4}$	9	$\frac{3}{19}$	0	$\frac{19}{40}$

解答例

第 1 問　(1) $\dfrac{5}{2}$ は 2 次方程式 $4x^2-8x-k=0$ の 1 つの解であるから

$$4\left(\frac{5}{2}\right)^2-8\cdot\frac{5}{2}-k=0\quad これを解いて\quad \boldsymbol{k=5}$$

2 次方程式は $4x^2-8x-5=0$ であるから，左辺を因数分解すると

$$(2x+1)(2x-5)=0$$

ゆえに　$x=-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{2}$

よって，もう 1 つの解 α は　$\boldsymbol{\alpha=-\dfrac{1}{2}}$

(2) 分速 100m で x 分間歩くとき，その歩いた距離は $100x$ m であり，分速 50m で歩いた距離は $(2500-100x)$ m となるから，次の不等式を解けばよい．

$$x+\frac{2500-100x}{50}\leqq 30$$

ゆえに　$x+(50-2x)\leqq 30$

整理して　$-x\leqq -20$

よって　$x\geqq \boldsymbol{20}$

	問 1	問 2	問 3
正解	5	2	9
配点	7 点	6 点	7 点

第 2 問 (1)

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2ax + 3a^2 + 12a + 6 \quad \cdots ① \\ &= (x+a)^2 - a^2 + 3a^2 + 12a + 6 \\ &= (x+a)^2 + 2a^2 + 12a + 6 \end{aligned}$$

① の最小値 m は　$m = 2a^2 + 12a + 6$

$$\begin{aligned} m &= 2(a^2 + 6a) + 6 \\ &= 2\{(a+3)^2 - 3^2\} + 6 \\ &= 2(a+3)^2 - 12 \end{aligned}$$

よって，$\boldsymbol{m}$ **は** $\boldsymbol{a = -3}$ **のとき最小値** $\boldsymbol{-12}$ をとる．

(2) $a = -3$ のとき　$y = (x-3)^2 - 12$

P の y 座標は -12

x 軸との共有点 A，B の x 座標は，$y = 0$ のとき　$x = 3 \pm 2\sqrt{3}$

ゆえに，AB 間の距離は　$\mathrm{AB} = (3 + 2\sqrt{3}) - (3 - 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$

よって，$\triangle$ABP の面積 S は　$S = \dfrac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 12 = \boldsymbol{24\sqrt{3}}$

	問 4	問 5	問 6
正解	2	1	0
配点	7 点	7 点	6 点

第 3 問 (1) $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \left(-\dfrac{3\sqrt{5}}{7}\right)^2 = \dfrac{4}{49}$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ より $\sin\theta > 0$ であるから　$\sin\theta = \sqrt{\dfrac{4}{49}} = \boldsymbol{\dfrac{2}{7}}$

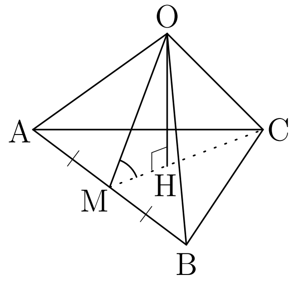
(2) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2}{7} \div \left(-\dfrac{3\sqrt{5}}{7}\right) = -\dfrac{2}{3\sqrt{5}}$

ゆえに　$\tan^2\theta + 2\tan\theta + 1 = (\tan\theta + 1)^2 = \left(1 - \dfrac{2}{3\sqrt{5}}\right)^2$

$$= \left(\frac{3\sqrt{5} - 2}{3\sqrt{5}}\right)^2 = \boldsymbol{\frac{49 - 12\sqrt{5}}{45}}$$

	問 7	問 8
正解	3	8
配点	7 点	6 点

第4問 (1) OA $=$ OB，AM $=$ MB であるから △OAM と △OBM は合同である．
また，$\angle$AOB $= 90^\circ$ であるから，△OAM と △OBM は直角二等辺三角形である．
ゆえに　OM $=$ AM $=$ MB $=$ **5**



(2) (3) (4)

OA $=$ OB $=$ OC より，△OAH，△OBH，△OCH は，合同な直角三角形であるから，HA $=$ HB $=$ HC．ゆえに，H は △ABC の外心である．

また，△ACM と △BCM は合同な直角三角形であるから MC は，AB の垂直二等分線である．ゆえに，H は MC 上にある．

△CAM は AC を斜辺とする直角三角形であるから

$$\mathrm{MC} = \mathrm{AC}\sin\angle\mathrm{CAM} = 10\sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$$
$$\mathrm{OC} = \mathrm{OA} = \mathrm{AM}\times\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

△OMC に余弦定理を適用すると

$$\begin{aligned}\cos\angle\mathrm{OMC} &= \frac{\mathrm{OM}^2+\mathrm{MC}^2-\mathrm{OC}^2}{2\mathrm{OM}\cdot\mathrm{MC}}\\ &= \frac{5^2+(5\sqrt{3})^2-(5\sqrt{2})^2}{2\cdot5\cdot5\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{3}}\end{aligned}$$

このとき　$\sin\angle\mathrm{OMC} = \sqrt{1-\cos^2\angle\mathrm{OMC}} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

よって　$\mathrm{MH} = \mathrm{OM}\cos\angle\mathrm{OMC} = 5\times\frac{\sqrt{3}}{3} = \boldsymbol{\frac{5\sqrt{3}}{3}}$

$\mathrm{OH} = \mathrm{OM}\sin\angle\mathrm{OMC} = 5\times\frac{\sqrt{6}}{3} = \boldsymbol{\frac{5\sqrt{6}}{3}}$

	問 9	問 10	問 11	問 12
正解	5	7	3	1
配点	7 点	7 点	7 点	6 点

第5問 (1) 奇数2枚を取り出す確率は　$\dfrac{{}_{10}\mathrm{P}_2}{{}_{20}\mathrm{P}_2} = \dfrac{\mathbf{9}}{\mathbf{38}}$

(2) 2桁の3の倍数は　$\{12,\ 15,\ 18\}$ の3枚

2桁の7の倍数は　$\{14\}$ の1枚

よって，求める確率は　$\dfrac{3 \times 1}{{}_{20}\mathrm{P}_2} = \dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{380}}$

(3) 奇数は　$\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$ の10枚

2桁の偶数は　$\{10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18,\ 20\}$ の6枚

よって，求める確率は　$\dfrac{10 \times 6}{{}_{20}\mathrm{P}_2} = \dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{19}}$

	問13	問14	問15
正解	7	1	9
配点	7点	7点	6点