

平成18年度 熊本総合医療福祉学院 一般前期入学試験問題  
 数学I・数学A(平成17年12月17日)60分

第1問 2次関数  $y = x^2 + kx - 2k$  のグラフについて、次の〔問1〕～〔問4〕に適するものを〔1〕～〔0〕から選べ。

- (1) このグラフが  $x = 0$  で  $x$  軸に接するとき、 $k$  の値は〔問1〕である。
- (2) このグラフが  $x = 0$  と異なる点で  $x$  軸に接するとき、 $k$  の値は〔問2〕である。
- (3) このグラフが  $x = 1$  と  $x = \alpha$  の異なる2点で  $x$  軸と交わるとき、 $k$  の値は〔問3〕であり、 $\alpha$  の値は〔問4〕である。

〔1〕	-1	〔2〕	0	〔3〕	1	〔4〕	-2	〔5〕	2
〔6〕	$-\frac{1}{3}$	〔7〕	$\frac{2}{3}$	〔8〕	-8	〔9〕	8	〔0〕	$\frac{1}{3}$

第2問 円Oの周上に2点A, Bがあり, ABは直径CDと点Pで交わっている。

$PC = 5PD$ ,  $PA = 5$ ,  $PB = 2$  であるとき、次の〔問5〕～〔問8〕に適するものを〔1〕～〔0〕から選べ。

〔問5〕  $PC \cdot PD$  の値を求めよ。

〔問6〕  $PO$  の大きさを求めよ。

〔問7〕  $PD$  の大きさを求めよ。

〔問8〕 円Oの半径の大きさを求めよ。

〔1〕	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	〔2〕	$\frac{5}{2}$	〔3〕	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	〔4〕	$\sqrt{2}$	〔5〕	$\sqrt{5}$
〔6〕	$2\sqrt{2}$	〔7〕	$3\sqrt{2}$	〔8〕	$4\sqrt{2}$	〔9〕	$5\sqrt{2}$	〔0〕	10

第3問 1個のサイコロを5回投げるとき、次の〔問9〕～〔問11〕に適するものを

〔1〕～〔0〕から選べ。

- (1) 偶数の目がちょうど2回出る確率は〔問9〕である。
- (2) 5回とも偶数の目が出る確率は〔問10〕である。
- (3) 少なくとも1回5の目が出る確率は〔問11〕である。

〔1〕 $\frac{1}{32}$	〔2〕 $\frac{3}{8}$	〔3〕 $\frac{5}{16}$	〔4〕 $\frac{5}{8}$	〔5〕 $\frac{3}{4}$
〔6〕 $\frac{11}{30}$	〔7〕 $\frac{3125}{7776}$	〔8〕 $\frac{625}{1296}$	〔9〕 $\frac{671}{1296}$	〔0〕 $\frac{4651}{7776}$

第4問 次の〔問12〕～〔問15〕に適するものを〔1〕～〔0〕から選べ。

- (1) 実数  $a, b$  に関する命題「積  $ab \neq 10 \implies a \neq 2$  または  $b \neq$  〔問12〕」は真である。
- (2) 自然数  $m, n$  に関する命題「積  $mn$  は偶数  $\implies$  和  $m+n$  は偶数」は〔問13〕である。
- (3) 自然数  $m, n$  に関する命題「積  $mn$  は奇数  $\implies$  和  $m+n$  は奇数」は〔問14〕である。
- (4) 実数  $p, q$  に関する命題「積  $pq$  と和  $p+q$  がともに有理数  $\implies p$  も  $q$  もともに有理数」は〔問15〕である。

〔1〕 真	〔2〕 偽	〔3〕 必要条件	〔4〕 十分条件	〔5〕 対偶
〔6〕 1	〔7〕 3	〔8〕 4	〔9〕 5	〔0〕 10

## 解答例

第1問 (1)(2) グラフが  $x$  軸と接するための条件は、係数について

$$k^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2k) = 0 \quad \text{すなわち} \quad k(k+8) = 0$$

$$\text{ゆえに, } k \text{ の値は} \quad k = 0, -8$$

$$\text{接点の } x \text{ 座標は} \quad x = -\frac{k}{2 \cdot 1} = -\frac{k}{2}$$

よって、接点の座標は  $k = 0$  のとき  $(0, 0)$ 、 $k = -8$  のとき  $(4, 0)$

(3) 2次関数  $y = x^2 + kx - 2k$  のグラフが点  $(1, 0)$  を通るから

$$0 = 1^2 + k \cdot 1 - 2k \quad \text{これを解いて} \quad k = 1$$

$$\begin{aligned} \text{このとき} \quad y &= x^2 + x - 2 \\ &= (x-1)(x+2) \end{aligned}$$

このグラフは、 $x$  軸と2点  $(1, 0)$ 、 $(-2, 0)$  で交わる。

	問1	問2	問3	問4
正解	2	8	3	4
配点	6点	7点	7点	7点

## 2次方程式の係数と実数の解

2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の実数の解は、 $b^2 - 4ac$  の符号によって次のように分類される。 $b^2 - 4ac = 0$  のときは、2つの解が重なったものと考えて、この解を重解という。

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の実数の解と $b^2 - 4ac$ の符号			
$b^2 - 4ac$ の符号	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
実数の解	$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ (異なる2つの解)	$\frac{b}{-2a}$ (重解)	ない

[注意] 上の  $b^2 - 4ac$  を  $D$  で表すことがある。

第2問 方べきの定理により  $PC \cdot PD = PA \cdot PB$

したがって  $PC \cdot PD = 5 \times 2 = 10 \dots \textcircled{1}$

$PD = x$  とおくと,  $PC = 5PD$  より  $PC = 5x$

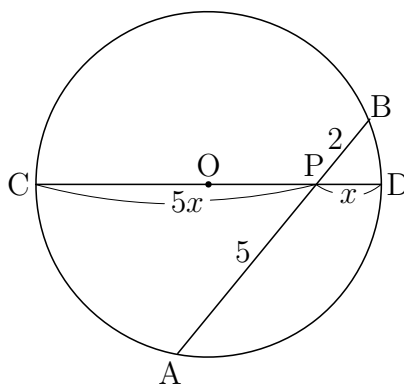
これらを  $\textcircled{1}$  に代入して

$$x \times 5x = 10 \quad \text{すなわち} \quad x^2 = 2$$

$x > 0$  であるから  $x = \sqrt{2}$  ゆえに  $PD = \sqrt{2}$

CD は円の直径であるから, 円の半径は  $3x = 3\sqrt{2}$

$PO = PC - OC = 5x - 3x = 2x$  であるから  $PO = 2x = 2\sqrt{2}$



	問5	問6	問7	問8
正解	$\textcircled{0}$	$\textcircled{6}$	$\textcircled{4}$	$\textcircled{7}$
配点	6点	7点	7点	7点

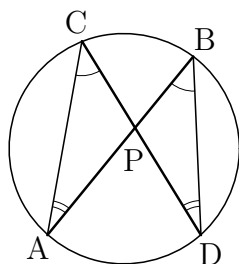
方べきの定理

円の2つの弦AB, CDの交点, またはそれらの延長の交点をPとすると,

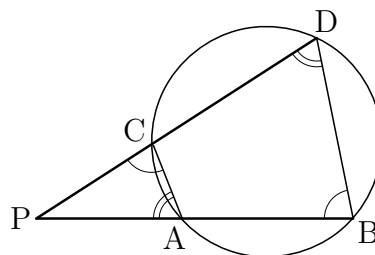
$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

が成り立つ.

[1]



[2]



- 第3問 (1) サイコロを1回投げるとき、偶数の目が出る確率は  $\frac{1}{2}$   
 よって、5回投げて偶数の目がちょうど2回出る確率は

$${}^5C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{5-2} = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ = \frac{5}{16}$$

- (2) 5回とも偶数の目が出る確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

- (3) 5回投げて5以外の目が出る確率は

$$\left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776}$$

したがって、少なくとも1回5の目が出る確率は

$$1 - \frac{3125}{7776} = \frac{4651}{7776}$$

	問9	問10	問11
正解	$\widehat{3}$	$\widehat{1}$	$\widehat{0}$
配点	6点	7点	7点

反復試行の確率

1回の試行で事象  $A$  の起こる確率を  $p$  とする．この試行を  $n$  回行う反復試行で、 $A$  がちょうど  $r$  回起こる確率は

$${}^nC_r p^r (1-p)^{n-r}$$

第4問 (1) 「積  $ab \neq 10 \implies a \neq 2$  または  $b \neq 5$ 」の対偶は

「 $a = 2$  かつ  $b = 5 \implies ab = 10$ 」

対偶が真であるからもとの命題も真である。

(2) 偽 (反例:  $m = 1, n = 2$ )

(3) 偽 (反例:  $m = 1, n = 1$ )

(4) 偽 (反例:  $p = \sqrt{2}, q = -\sqrt{2}$ )

	問12	問13	問14	問15
正解	$\widehat{9}$	$\widehat{2}$	$\widehat{2}$	$\widehat{2}$
配点	6点	7点	7点	6点

命題とその対偶の真偽

命題  $p \implies q$  とその対偶  $\bar{q} \implies \bar{p}$  の真偽は一致する。

条件「かつ」、「または」の否定

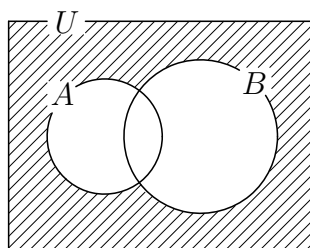
$$\overline{p \text{ かつ } q} \iff \bar{p} \text{ または } \bar{q}$$

$$\overline{p \text{ または } q} \iff \bar{p} \text{ かつ } \bar{q}$$

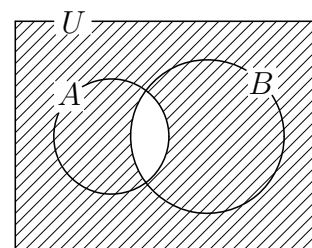
ド・モルガンの法則

$$1 \quad \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$2 \quad \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$



$\overline{A \cup B}$  と  $\bar{A} \cap \bar{B}$



$\overline{A \cap B}$  と  $\bar{A} \cup \bar{B}$