平成 20 年度　崇城大学推薦入学試験問題 (専門高校)
数学 I (2 日目：平成 19 年 11 月 10 日) 60 分

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ。

(1) 3 点 $(0,-1)$，$(1,\ 2)$，$(2,-3)$ を通る放物線をグラフとする 2 次関数を求めよ。

(2) 不等式 $-9x^2+6x+35 \geqq 0$ を満たす整数 x の値を求めよ。

(3) $\dfrac{\sin 60^\circ \cos 120^\circ}{\tan 135^\circ} + \dfrac{\cos 45^\circ}{\sin 30^\circ}$ の値を求めよ。

$\boxed{2}$ 2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが x 軸と 2 点 $(1,\ 0)$，$(3,\ 0)$ で交わり，y 軸と点 $(0,-3)$ で交わっている。次の各問に答えよ。

(1) 定数 a，b，c の値を求めよ。

(2) この 2 次関数の $-1 \leqq x \leqq 3$ における最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ 辺 AD，BC が平行な台形 ABCD において，AB $=3$，AD $=5$，BC $=10$，$\angle$B $=60^\circ$ である。次の各問に答えよ。

(1) 対角線 BD の長さを求めよ。

(2) 台形 ABCD の面積を求めよ。

解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) 求める 2 次関数を $y=ax^2+bx+c$ とする．

グラフが 3 点 $(0,-1)$，$(1,\ 2)$，$(2,-3)$ を通るから

$$\begin{aligned}&-1=c &&\cdots①\\ &2=a+b+c &&\cdots②\\ &-3=4a+2b+c &&\cdots③\end{aligned}$$

① を ② に代入して　$a+b=3$　$\cdots$④

① を ③ に代入して　$4a+2b=-2$

すなわち　$2a+b=-1$　$\cdots$⑤

④，⑤ を解いて　$a=-4$，$b=7$

よって，求める 2 次関数は　$\boldsymbol{y=-4x^2+7x-1}$

(2)　$-9x^2+6x+35\geqq 0$

両辺に -1 をかけて　$9x^2-6x-35\leqq 0$

ゆえに　$(3x+5)(3x-7)\leqq 0$

よって　$-\dfrac{5}{3}\leqq x\leqq\dfrac{7}{3}$

したがって，この不等式の満たす整数 x は　$\mathbf{-1,\ 0,\ 1,\ 2}$

(3)
$$\frac{\sin 60^\circ\cos 120^\circ}{\tan 135^\circ}+\frac{\cos 45^\circ}{\sin 30^\circ}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\div(-1)+\frac{1}{\sqrt{2}}\div\frac{1}{2}$$
$$=\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4}+\sqrt{2}}$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) $y=ax^2+bx+c$ のグラフの x 軸との共有点の x 座標が 1，3 であるから，x^2 の係数に注意して

$$y=a(x-1)(x-3)\quad\cdots①$$

とおける．これが点 $(0,-3)$ を通るから

$$-3=a(0-1)(0-3)\qquad\text{ゆえに}\qquad a=-1$$

これを ① に代入すると

$$y=-(x-1)(x-3)\quad\text{すなわち}\quad y=-x^2+4x-3$$

よって　$\boldsymbol{a=-1,\ b=4,\ c=-3}$

(2) (1) から $y = -(x^2-4x)-3$

$$= -\{(x-2)-2^2\}-3$$

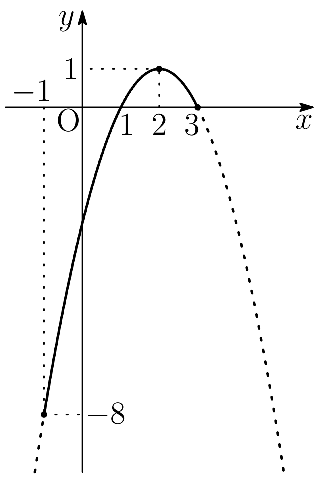
$$= -(x-2)^2+1$$

よって，$-1 \leqq x \leqq 3$ において，y は

$x=2$ で最大値 1，

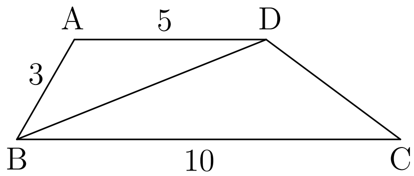
$x=-1$ で**最小値 -8**

をとる．



3 (1) AD//BC であるから

$\angle\mathrm{B} = 60^\circ$ より $\angle\mathrm{A} = 120^\circ$



$\triangle$ABD に余弦定理を適用すると

$$\begin{aligned}\mathrm{BD}^2 &= \mathrm{AB}^2+\mathrm{AD}^2-2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\cos A\\ &= 3^2+5^2-2\cdot3\cdot5\cos120^\circ\\ &= 9+25-2\cdot3\cdot5\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\\ &= 49\end{aligned}$$

$\mathrm{BD}>0$ であるから　$\mathbf{BD=7}$

(2) A から BC に下ろした垂線の長さ h は

$$h = \mathrm{AB}\sin60^\circ = 3\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

台形 ABCD の面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2}h(\mathrm{AD}+\mathrm{BC}) = \frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}\times(5+10) = \boldsymbol{\frac{45}{4}\sqrt{3}}$$