

平成18年度 青照館 推薦後期入学試験問題  
数学I・数学A(平成17年11月23日)

I. 次の各設問に答えよ。

1) 類推して□を埋めよ。 【1】

1, 2, 3, 5, 8, 13, □, 34, 55

- ① 19                      ② 20                      ③ 21                      ④ 22                      ⑤ 23

2)  $\frac{3+\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}} + \frac{3-\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}}$  を求めよ。 【2】

- ①  $-4\sqrt{6}$               ②  $4\sqrt{6}$                       ③  $-10$                       ④  $10$

3)  $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$  を簡単にせよ。 【3】

- ① 0                      ② 2                      ③  $2x$                       ④  $x$                       ⑤  $\frac{1}{x}$

4)  $|x-3| < 5$  を解け。 【4】

- ①  $x < -2, 8 < x$                       ②  $-2 < x < 8$   
③  $x < -8, 2 < x$                       ④  $-8 < x < 2$

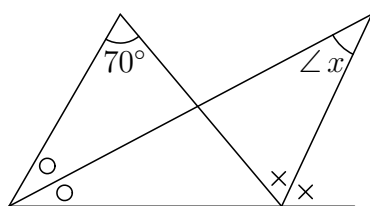
5)  $f(x) = 2x^2 - x - 6$  のとき,  $f(a - 1)$  を求めよ。 【5】

- ①  $2a^2 - 5a - 3$                       ②  $2a^2 + 5a - 3$   
 ③  $2a^2 - 5a + 3$                       ④  $2a^2 + 5a + 3$

6)  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  で  $\tan \theta = -\sqrt{2}$  のとき,  $\sin \theta, \cos \theta$  の値を求めよ。 【6】

- ①  $\sin \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}, \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$                       ②  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{6}}{3}$   
 ③  $\sin \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$                       ④  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{3}$

7) 下図においての  $\angle x$  の大きさを求めよ。 【7】



- ①  $25^\circ$   
 ②  $30^\circ$   
 ③  $35^\circ$   
 ④  $40^\circ$   
 ⑤  $42.5^\circ$

II.  $y = 3x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に  $a$ ,  $y$  軸方向に  $b$  だけ平行移動すると  
 $y = 3x^2 - 12x + 13$  のグラフになる。 【8】

- ①  $a = -2, b = -1$       ②  $a = 2, b = 1$   
 ③  $a = -2, b = 1$       ④  $a = 2, b = -1$

III.  $f(x) = -2x^2 - 4x + 5$  ( $-3 < x \leq 0$ ) の最大値  $\max$ , 最小値  $\min$  を求めよ。 【9】

- ①  $\max 7 (x = -1), \min$  なし  
 ②  $\max 7 (x = -1), \min -1 (x = -3)$   
 ③  $\max 7 (x = 1), \min 5 (x = 0)$   
 ④  $\max 7 (x = 1), \min$  なし

IV.  $\angle A < 90^\circ$  は,  $\triangle ABC$  が鋭角三角形であるための【10】である。

- ① 十分条件      ② 必要条件  
 ③ 必要十分条件      ④ 必要条件でも十分条件でもない

V. 100 以下の自然数のうち, 4 または 6 で割り切れる数はいくつあるか。 【11】

- ① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

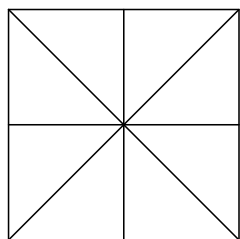
VI.  $\triangle ABC$ において、 $\angle B = 45^\circ$ 、 $\angle C = 75^\circ$ 、 $BC = 2\sqrt{6}$  であるとき  $AC$  の長さを求めよ。 【12】

- ①  $4\sqrt{2}$       ②  $4\sqrt{3}$       ③ 4      ④  $4\sqrt{6}$

VII.  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  の 5 個の数字から異なる 3 個の数字を並べて 3 桁の整数は何個できるか。 【13】

- ① 12      ② 24      ③ 36      ④ 48      ⑤ 60

VIII. 下図のように、4 本の対角線によって 8 等分されている正方形の各部を 8 色で塗り分ける方法は何通りあるか。 【14】



- ① 1440      ② 2520  
③ 5040      ④ 20160  
⑤ 40320

IX. 3 枚の硬貨を投げるとき、表の出る期待値はいくらか。 【15】

- ① 1.3 枚      ② 1.4 枚      ③ 1.5 枚      ④ 1.6 枚

## 解答例

I. 1)  $1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, 3 + 5 = 8, 5 + 8 = 13, 8 + 13 = 21,$   
 $13 + 21 = 34, 21 + 34 = 55, \dots$  であるから  $\square = 21$

$$\begin{aligned} 2) \frac{3 + \sqrt{6}}{3 - \sqrt{6}} + \frac{3 - \sqrt{6}}{3 + \sqrt{6}} &= \frac{(3 + \sqrt{6})^2 + (3 - \sqrt{6})^2}{(3 - \sqrt{6})(3 + \sqrt{6})} \\ &= \frac{(9 + 6\sqrt{6} + 6) + (9 - 6\sqrt{6} + 6)}{9 - 6} \\ &= \frac{30}{3} = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} &= 1 - \frac{1(1-x)}{\left(1 - \frac{1}{1-x}\right)(1-x)} = 1 - \frac{1-x}{(1-x)-1} = 1 - \frac{1-x}{-x} \\ &= 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{x + (1-x)}{x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

4)  $|x - 3| < 5$  より  $-5 < x - 3 < 5$   
 各辺に 3 を加えて  $-2 < x < 8$

5)  $f(x) = 2x^2 - x - 6$  より  
 $f(a-1) = 2(a-1)^2 - (a-1) - 6$   
 $= 2(a^2 - 2a + 1) - a + 1 - 6$   
 $= 2a^2 - 5a - 3$

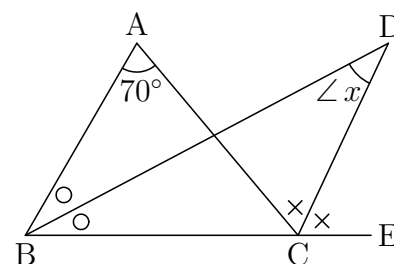
6)  $1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$  から  
 $\cos^2 \theta = \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{1}{1 + (-\sqrt{2})^2} = \frac{1}{3}$

$\tan \theta < 0$  であるから  $\theta$  は鈍角で,  $\cos \theta < 0$  である.

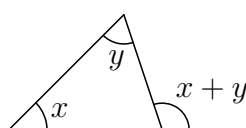
よって  $\cos \theta = -\sqrt{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

また  $\sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta = -\sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

- 7)  $\angle ABD = \alpha$ ,  $\angle ACD = \beta$  とすると  
 $\angle CDB + \angle DBC = \angle DCE$  であるから  
 $\angle x + \alpha = \beta$   
したがって  $\angle x = \beta - \alpha \dots \textcircled{1}$   
 $\angle CAB + \angle ABC = \angle ACE$  であるから  
 $70^\circ + 2\alpha = 2\beta$   
したがって  $\beta - \alpha = 35^\circ \dots \textcircled{2}$   
よって,  $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$  から  $\angle x = 35^\circ$



外角の性質



II. 
$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 13 \\ &= 3(x^2 - 4x) + 13 \\ &= 3\{(x - 2)^2 - 2^2\} + 13 \\ &= 3(x - 2)^2 + 1 \end{aligned}$$

したがって,  $y = 3x^2$  のグラフを  $x$  軸方向に 2,  $y$  軸方向に 1 だけ平行移動すると  $y = 3x^2 - 12x + 13$  のグラフになる.

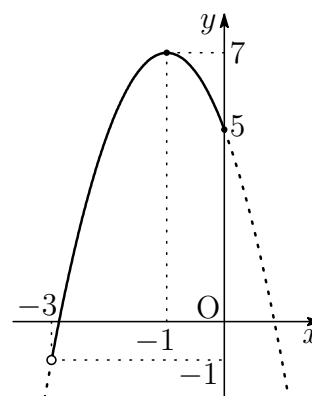
III.  $-2x^2 - 4x + 5 = -2(x + 1)^2 + 7$  であるから  

$$y = -(x - 2)^2 + 5$$

$0 \leq x \leq 5$  でのグラフは, 右の図の実線部分である. よって,  $y$  は

$x = -1$  で最大値 7 をとり,  
最小値はなし.

「 $\leq, \geq$  はそれぞれ  $\leq, \geq$  と同意」



IV.  $\angle A < 90^\circ$  は,  $\triangle ABC$  が鋭角三角形であるための **必要条件** である。

V. 100以下の自然数のうち、4の倍数全体の集合を  $A$ 、6の倍数全体の集合を  $B$  とすると、求めるのは  $n(A \cup B)$  である。

$$A = \{4 \cdot 1, 4 \cdot 2, 4 \cdot 3, \dots, 4 \cdot 25\}, n(A) = 25$$

$$B = \{6 \cdot 1, 6 \cdot 2, 6 \cdot 3, \dots, 6 \cdot 16\}, n(B) = 16$$

$$A \cap B = \{12 \cdot 1, 12 \cdot 2, 12 \cdot 3, \dots, 12 \cdot 8\}, n(A \cap B) = 8$$

$$\begin{aligned} \text{したがって } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 25 + 16 - 8 = \mathbf{33} \end{aligned}$$

$$\text{VI. } A = 180^\circ - (B + C) = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$$

$$\text{正弦定理により } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\text{よって } \frac{2\sqrt{6}}{\sin 60^\circ} = \frac{AC}{\sin 45^\circ}$$

$$\text{したがって } AC = \frac{2\sqrt{6} \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 4$$

VII. 百の位は0以外の4通り、十の位と一の位は、百の位の数以外の残りの4個から2個とって並べる順列  ${}_4P_2$  であるから

$$4 \times {}_4P_2 = 4 \times 4 \cdot 3 = \mathbf{48} \text{ (個)}$$

VIII. 8ヶ所を8色で塗り分ける総数は  $8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \mathbf{40320}$  (通り)

$$\text{IX. 表が0枚の確率は } \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$\text{表が1枚の確率は } {}_3C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1} = \frac{3}{8}$$

$$\text{表が2枚の確率は } {}_3C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2} = \frac{3}{8}$$

$$\text{表が3枚の確率は } \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

よって、表の出る枚数を  $X$  枚とすると、右のような表ができる。  
したがって、求める期待値は

$X$	0	1	2	3	計
確率	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

$$0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{12}{8} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \text{ (枚)}$$

(答)

【1】	【2】	【3】	【4】	【5】
③	④	⑤	②	①
【6】	【7】	【8】	【9】	【10】
③	③	②	①	②
【11】	【12】	【13】	【14】	【15】
②	③	④	⑤	③

【3】、【9】は選択肢に該当する答がなかったので、選択肢を編集した。