# 2007年度　九州東海大学　一般入学試験問題

## 数学 (60分) 平成19年2月2日

### I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 出題科目，ページおよび選択方法は，下表のとおりです。

| 出題科目 | ページ | 選択方法 |
|---|---|---|
| 数学I・数学A | 1〜2 | 左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。 |
| 数学II・数学B | 3〜4 | |

3. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従ってそれぞれ正しく記入し，マークしなさい。
   - ① **氏　名　欄**　氏名を記入しなさい。
   - ② **受験番号**　受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。
   - ③ **解答科目欄**　解答する科目を1つ選び，科目の下の ⬯ にマークしなさい。マークされていない場合，または，複数の科目にマークされている場合は，0点となります。
4. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

### II 解答上の注意

1. 問題の文中の $\boxed{1}$，$\boxed{\boxed{2}\boxed{3}}$ などには，特に指示がないかぎり，数字 (1〜0)，符号 (−) が入ります。1，2，3，$\cdots$ の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の1，2，3，$\cdots$ で示された解答欄にマークして答えなさい。

**例1** $\boxed{\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}}$ に −12 と答えたいとき

| | 解答欄 | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ● | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⓪ |
| 2 | ⊖ | ● | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⓪ |
| 3 | ⊖ | ① | ● | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⓪ |

2. 分数形で解答する場合は，既約分数で答えなさい。符号は分子につけ分母につけてはいけません。

**例2** $\dfrac{\boxed{\boxed{4}\boxed{5}}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{3}{5}$ と答えたいときは $\dfrac{-3}{5}$ として

| | 解答欄 | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | ● | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⓪ |
| 5 | ⊖ | ① | ② | ● | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⓪ |
| 6 | ⊖ | ① | ② | ③ | ④ | ● | ⑥ | ⑦ | ⑧ | ⑨ | ⓪ |

# 数学 I・数学 A

**I** 次の$\boxed{\phantom{0}}$の中に最も適する答えを下の選択肢の中から選びなさい。

(1) $x = -2$ のとき，$|\,2x+1\,| = \boxed{1}$ である。また，$|\,2x+1\,| = 5$ の解は，$x = \boxed{2}$ である。

$\boxed{1}$の選択肢　① $-5$　② $-3$　③ $1$　④ $3$　⑤ $5$

$\boxed{2}$の選択肢　① $\pm 5$　② $-3,\ 2$　③ $-2,\ 3$　④ $\pm 2$　⑤ $2$

(2) 2 次関数 $y = 2x^2 + ax + b$ ($a,\ b$ は定数) は $x = 1$ で最小になり，そのグラフは点 $(2,\ 7)$ を通る．このとき，$a = \boxed{3}$，$b = \boxed{4}$ であり，$y$ の最小値は$\boxed{5}$である。

$\boxed{3}$の選択肢　① $-4$　② $-3$　③ $1$　④ $2$　⑤ $4$

$\boxed{4}$の選択肢　① $-9$　② $-5$　③ $1$　④ $3$　⑤ $7$

$\boxed{5}$の選択肢　① $-11$　② $-\dfrac{11}{2}$　③ $\dfrac{7}{8}$　④ $\dfrac{5}{2}$　⑤ $5$

(3) 4 個のさいころを同時に投げるとき，3 の倍数の目が少なくとも 1 個出る確率は$\boxed{6}$であり，3 の倍数の目がちょうど 2 個出る確率は$\boxed{7}$である。

$\boxed{6}$の選択肢　① $\dfrac{1}{81}$　② $\dfrac{8}{81}$　③ $\dfrac{32}{81}$　④ $\dfrac{65}{81}$　⑤ $\dfrac{80}{81}$

$\boxed{7}$の選択肢　① $\dfrac{2}{27}$　② $\dfrac{4}{27}$　③ $\dfrac{8}{27}$　④ $\dfrac{4}{81}$　⑤ $\dfrac{8}{81}$

(4) 半径 3 の円 $\mathrm{O_1}$ と半径 2 の円 $\mathrm{O_2}$ が点 A で外接している。点 A における共通接線を $l$，A を通らない共通接線の 1 つを $m$ とし，$m$ と 2 円 $\mathrm{O_1}$，$\mathrm{O_2}$ との接点をそれぞれ B，C，線分 BC と $l$ との交点を M とする。このとき，$\mathrm{BC} = \boxed{8}$，$\mathrm{O_2M} = \boxed{9}$ である。

$\boxed{8}$の選択肢　① $4$　② $\sqrt{21}$　③ $2\sqrt{6}$　④ $5$　⑤ $\sqrt{26}$

$\boxed{9}$の選択肢　① $\sqrt{6}$　② $2\sqrt{2}$　③ $3$　④ $\sqrt{10}$　⑤ $\sqrt{15}$

**II** △ABC において，AB = 4，BC = 5，CA = 6 である。また，△ABC の内接円の中心を I とし，AI の延長と BC との交点を D，△ABC の外接円と A 以外の交点を E とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $\cos B = \dfrac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$，$\sin B = \dfrac{\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{14}}$ である。

(2) △ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\boxed{15}\ \boxed{16}}\sqrt{\boxed{17}}}{\boxed{18}}$ であり，この三角形の内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{19}}}{\boxed{20}}$ である。

(3) BD = $\boxed{21}$，DC = $\boxed{22}$ であり，AD = $\boxed{23}\sqrt{\boxed{24}}$ である。

(4) DE = $\sqrt{\boxed{25}}$ より，面積について △ABC = $\boxed{26}$△BEC であるから，四角形 ABEC の面積は $\boxed{27}\sqrt{\boxed{28}}$ である。

**III** 0，1，2，3，4，5 の 6 個の数字から異なる 3 個を選び 3 桁の自然数をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 3 桁の自然数は全部で $\boxed{\boxed{29}\ \boxed{30}\ \boxed{31}}$ 個できる。

(2) 奇数は $\boxed{\boxed{32}\ \boxed{33}}$ 個，偶数は $\boxed{\boxed{34}\ \boxed{35}}$ 個できる。

(3) 5 の倍数は $\boxed{\boxed{36}\ \boxed{37}}$ 個，3 の倍数は $\boxed{\boxed{38}\ \boxed{39}}$ 個できる。

(4) 各位に使われる数字の中で最大の数を $M$ とする。$M \leqq 4$ である 3 桁の自然数は $\boxed{\boxed{40}\ \boxed{41}}$ 個，$M = 4$ である 3 桁の自然数は $\boxed{\boxed{42}\ \boxed{43}}$ 個である。

# 数学 II・数学 B

**I** 次の$\boxed{\phantom{00}}$の中に最も適する答えを下の選択肢の中から選びなさい。

(1) $a$，$b$ を定数とする。3 次方程式 $x^3+ax^2+x+b=0$ が $x=-1,\ 2$ を解にもつとき，$a=\boxed{1}$，$b=\boxed{2}$ であり，他の解は $x=\boxed{3}$ である。

$\boxed{1}$の選択肢 ① $-4$ ② $-2$ ③ $0$ ④ $2$ ⑤ $4$

$\boxed{2}$の選択肢 ① $-6$ ② $-4$ ③ $-2$ ④ $4$ ⑤ $6$

$\boxed{3}$の選択肢 ① $-3$ ② $-2$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

(2) $x$，$y$ が不等式 $x^2+y^2 \leqq 5$ を満たすとき，$2x+y$ は，$x=\boxed{4}$，$y=\boxed{5}$ のとき，最大値$\boxed{6}$をとる。

$\boxed{4}$の選択肢 ① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

$\boxed{5}$の選択肢 ① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $\sqrt{5}$

$\boxed{6}$の選択肢 ① $3$ ② $4$ ③ $5$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

(3) 連立方程式 $\begin{cases} 4\cdot 2^{x^2} = 4^y \\ \log_2 x = \log_2(y-1)-1 \end{cases}$ を解くと，$x=\boxed{7}$，$y=\boxed{8}$ である。

$\boxed{7}$の選択肢 ① $0$ ② $1$ ③ $2$ ④ $3$ ⑤ $4$

$\boxed{8}$の選択肢 ① $1$ ② $3$ ③ $5$ ④ $7$ ⑤ $9$

(4) 関数 $f(x)=\sin 2x-\sqrt{3}\cos 2x$ の周期は$\boxed{9}$であり，$y=f(x)$ のグラフは，$y=\boxed{10}\sin 2x$ のグラフを $x$ 軸方向に$\boxed{11}$だけ平行移動したものである。ただし，$\boxed{10}>0$，$0 \leqq \boxed{11} \leqq \pi$ とする。

$\boxed{9}$の選択肢 ① $\dfrac{\pi}{4}$ ② $\dfrac{\pi}{2}$ ③ $\pi$ ④ $2\pi$ ⑤ $4\pi$

$\boxed{10}$の選択肢 ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2$ ④ $3$ ⑤ $2\sqrt{3}$

$\boxed{11}$の選択肢 ① $\dfrac{\pi}{12}$ ② $\dfrac{\pi}{6}$ ③ $\dfrac{\pi}{3}$ ④ $\dfrac{5}{12}\pi$ ⑤ $\dfrac{5}{6}\pi$

**II** $a$ を定数とする。2 つの放物線 $C_1 : y = x(x+4)$，$C_2 : y = -2x(x-a)$ があり，$C_1$ と $C_2$ は原点において共通接線 $l$ をもつ。また，点 $(-1, -7)$ を通る $C_1$ の接線のうち傾きが負であるものを $m$ とし，$l$ と $m$ の交点を A とする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 直線 $l$ の方程式は $y = \boxed{12}\,x$ であり，$a = \boxed{13}$ である。

(2) 直線 $m$ の方程式は $y = -\boxed{14}\,x - \boxed{15}$ であり，

$\mathrm{A}\left(\dfrac{\boxed{\boxed{16}\,\boxed{17}}}{\boxed{18}},\ \boxed{\boxed{19}\,\boxed{20}}\right)$ である。

(3) $C_1$ と $l$，$m$ で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{21}}{\boxed{22}}$ である。

(4) 直線 $n : y = kx\ (k < 0)$ と $C_2$ との原点以外の交点の $x$ 座標は $x = \dfrac{\boxed{23} - k}{\boxed{24}}$ である。したがって，$C_2$ と $n$ で囲まれた図形の面積が 9 のとき，$k = \boxed{\boxed{25}\,\boxed{26}}$ である。

**III** 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の初項から第 $n$ 項までの和をそれぞれ $S_n$，$T_n$ とすると，

$$S_n = n^2,\quad T_n = \frac{3}{2}b_n + 2n - 4\ (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

が成り立つ。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $a_1 = \boxed{27}$ であり，$a_n = \boxed{28}\,n - \boxed{29}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ である。

(2) $b_1 = \boxed{30}$ であり，$b_{n+1} = \boxed{31}\,b_n - \boxed{32}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ が成り立つから，$b_n = \boxed{33} \cdot \boxed{34}^{\,n-1} + \boxed{35}$ $(n = 1, 2, 3, \ldots)$ である。

(3) $c_n = \dfrac{b_n - 2}{2}$ とおくと，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k c_k = \boxed{36}^{\,n}(n - \boxed{37}) + \boxed{38}$ である。

**解答例**

## 数学 I・数学 A

**I** (1) $x=-2$ のとき　$|2x+1|=|2\cdot(-2)+1|=|-3|=\mathbf{3}$

次に　$|2x+1|=5$ より　　$2x+1=\pm 5$

ゆえに　　$2x+1=5$ のとき　$x=2$

　　　　　$2x+1=-5$ のとき　$x=-3$

よって　　$\boldsymbol{x=-3,\ 2}$

(2) 頂点の $x$ 座標が 1 であるから

$$-\frac{a}{2\cdot 2}=1 \quad \text{すなわち} \quad \boldsymbol{a=-4}$$

また，放物線 $y=2x^2-4x+b$ が点 $(2,\ 7)$ を通るから

$$7=2\cdot 2^2-4\cdot 2+b \quad \text{これを解いて} \quad \boldsymbol{b=7}$$

ゆえに　　$y=2x^2-4x+7$

　　　　　$=2(x-1)^2+5$

**よって，$\boldsymbol{y}$ の最小値は　5**

(3) 3 の倍数の目が出ない確率は　　$\left(\dfrac{4}{6}\right)^4=\dfrac{16}{81}$

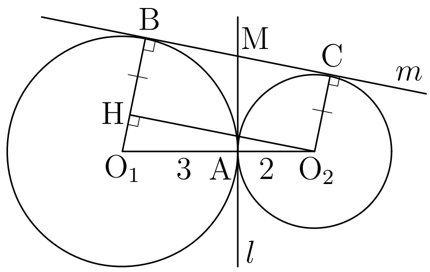
したがって，3 の倍数の目が少なくとも 1 個出る確率は

$$1-\frac{16}{81}=\boldsymbol{\frac{65}{81}}$$

次に，3 の倍数の目がちょうど 2 個出る確率は

$${}_4\mathrm{C}_2\left(\frac{2}{6}\right)^2\left(\frac{4}{6}\right)^2=\boldsymbol{\frac{8}{27}}$$

(4) 図のように，$\mathrm{O_2}$ から線分 $\mathrm{O_1B}$ に垂線 $\mathrm{O_2H}$ を下ろすと




$$\mathrm{O_1H}=\mathrm{O_1B}-\mathrm{O_2C}=3-2=1$$

$\triangle\mathrm{O_1O_2H}$ は直角三角形であるから

$$\mathrm{O_2H}^2=\mathrm{O_1O_2}^2-\mathrm{O_1H}^2$$

よって　$\mathrm{BC}=\mathrm{O_2H}=\sqrt{5^2-1^2}=\boldsymbol{2\sqrt{6}}$

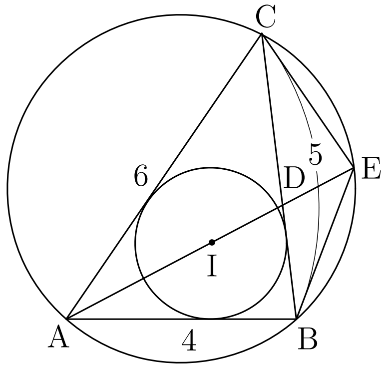
円 $\mathrm{O_1}$ の 2 点 A，B における接線の交点が M であるから　$\mathrm{MA}=\mathrm{MB}$

円 $\mathrm{O_2}$ の 2 点 A，C における接線の交点が M であるから　$\mathrm{MA}=\mathrm{MC}$

ゆえに　$\mathrm{MB}=\mathrm{MC}$　したがって　$\mathrm{MC}=\sqrt{6}$

$\triangle\mathrm{O_2CM}$ は直角三角形であるから　$\mathrm{O_2M}=\sqrt{\mathrm{MC}^2+\mathrm{O_2C}^2}=\boldsymbol{\sqrt{10}}$

**II** (1) △ABC に余弦定理を適用して




$$\cos B = \frac{\mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 - \mathrm{CA}^2}{2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}}$$
$$= \frac{4^2 + 5^2 - 6^2}{2\cdot 4\cdot 5} = \mathbf{\frac{1}{8}}$$

$\sin B > 0$ であるから

$$\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B}$$
$$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^2} = \boldsymbol{\frac{3\sqrt{7}}{8}}$$

(2) △ABC の面積を $S$ とすると

$$S = \frac{1}{2}\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\sin B = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\cdot\frac{3\sqrt{7}}{8} = \boldsymbol{\frac{15\sqrt{7}}{4}}$$

$s = \frac{1}{2}(\mathrm{AB} + \mathrm{BC} + \mathrm{CA})$ とおくと　$s = \frac{1}{2}(4 + 5 + 6) = \frac{15}{2}$

△ABC の内接円の半径を $r$ とすると，$S = rs$ であるから

$$\frac{15\sqrt{7}}{4} = r \times \frac{15}{2} \quad \text{よって} \quad \boldsymbol{r = \frac{\sqrt{7}}{2}}$$

(3) AD は ∠CAB の二等分線であるから　BD : DC = AB : AC

ゆえに　　BD : DC = 4 : 6 = 2 : 3

よって　　$\mathrm{BD} = \mathrm{BC} \times \frac{2}{2+3} = \mathbf{2}$，$\mathrm{DC} = \mathrm{BC} \times \frac{3}{2+3} = \mathbf{3}$

次に，$\mathrm{AD} = x$，$\angle\mathrm{ADB} = \theta$ とおくと　$\angle\mathrm{ADC} = 180^\circ - \theta$

△ADB に余弦定理を適用して

$$4^2 = x^2 + 2^2 - 2x\cdot 2\cos\theta$$

よって　　$x^2 - 4x\cos\theta - 12 = 0$　　　$\cdots$①

△ADC に余弦定理を適用して

$$6^2 = x^2 + 3^2 - 2x\cdot 3\cos(180^\circ - \theta)$$

よって　　$x^2 + 6x\cos\theta - 27 = 0$　　　$\cdots$②

① × 3 + ② × 2 より　　$5x^2 - 90 = 0$

$x > 0$ であるから　　$\mathrm{AD} = x = \sqrt{18} = \mathbf{3\sqrt{2}}$

(4) D における対頂角から　$\angle \mathrm{BDA} = \angle \mathrm{EDC}$

$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$ に対する円周角から　$\angle \mathrm{DAB} = \angle \mathrm{DCE}$

ゆえに　$\triangle \mathrm{DAB} \backsim \triangle \mathrm{DCE}$

よって，$\mathrm{DE} : \mathrm{DB} = \mathrm{DC} : \mathrm{DA}$ であるから

$\mathrm{DE} : 2 = 3 : 3\sqrt{2}$　ゆえに　$\mathbf{DE} = \boldsymbol{\sqrt{2}}$

$\triangle \mathrm{ABC} : \triangle \mathrm{BEC} = \mathrm{AD} : \mathrm{DE}$ であるから

$\triangle \mathrm{ABC} : \triangle \mathrm{BEC} = 3\sqrt{2} : \sqrt{2} = 3 : 1$

ゆえに　$\triangle \mathrm{ABC} = 3\triangle \mathrm{BEC}$

したがって，四角形 ABEC の面積は

$$\triangle \mathrm{ABC} \times \frac{4}{3} = \frac{15\sqrt{7}}{4} \times \frac{4}{3} = \boldsymbol{5\sqrt{7}}$$

**III** (1) 百の位には 0 以外の数字であるから　5 通り

十の位と一の位は残りの 5 個の数字から 2 個を並べるから　${}_5\mathrm{P}_2$ 通り

よって，3 桁の自然数の総数は　$5 \times {}_5\mathrm{P}_2 = \mathbf{100}$ (個)

(2) 奇数となるのは，一の位が 1，3，5 の 3 通り

百の位は 0 以外の 4 通り，十の位は残りの 4 通り

よって，3 桁の奇数は　$4 \times 4 \times 3 = \mathbf{48}$ (個)

したがって，これと (1) の結果から，3 桁の偶数の個数は

$100 - 48 = \mathbf{52}$ (個)

(3) 5 の倍数となるのは，一の位が 0，5 の場合である．

[1] <u>一の位が 0 になる数</u>

他の位には，残りの 5 個の数字から 2 個とって並べるから，

その総数は ${}_5\mathrm{P}_2 = 20$ (個)

[2] <u>一の位が 5 になる数</u>

百の位は 0 以外の 4 通り，十の位は残りの 4 通りであるから，

その総数は $4 \times 4 = 16$ (個)

したがって，5 の倍数の総数は　$20 + 16 = \mathbf{36}$ (個)

3 の倍数となるのは，各位の和が 3 の倍数である．

［A］0 を含む数であるとき
$\{0,1,2\}$，$\{0,1,5\}$，$\{0,2,4\}$，$\{0,4,5\}$ の 4 つの場合である．
百の位は 0 以外の 2 通りで，十の位と一の位は残りの 2 個を並べるから，その総数は　$4 \times 2 \times {}_2\mathrm{P}_2 = 16$

［B］0 を含まない数であるとき
$\{1,2,3\}$，$\{1,3,5\}$，$\{2,3,4\}$，$\{3,4,5\}$ の 4 つの場合で，
その総数は　$4 \times {}_3\mathrm{P}_3 = 24$ (個)

［A］，［B］より 3 の倍数となる数の総数は　$16 + 24 = \mathbf{40}$ (個)

(4) $M \leqq 4$ である 3 桁の自然数は $\{0,1,2,3,4\}$ からなる 3 桁の自然数である．
百の位は 0 以外の数字であるから　4 通り
十の位と一の位は残りの 4 個の数字から 2 個を並べるから　${}_4\mathrm{P}_2$ 通り
よって，$M \leqq 4$ となる 3 桁の自然数の総数は　$4 \times {}_4\mathrm{P}_2 = \mathbf{48}$ (個)

$M \leqq 3$ である 3 桁の自然数は $\{0,1,2,3\}$ からなる 3 桁の自然数である．
百の位は 0 以外の数字であるから　3 通り
十の位と一の位は残りの 3 個の数字から 2 個を並べるから　${}_3\mathrm{P}_2$ 通り
よって，$M \leqq 3$ となる 3 桁の自然数の総数は　$3 \times {}_3\mathrm{P}_2 = 18$ (個)

$M = 4$ である 3 桁の自然数の個数は，$M \leqq 4$ である自然数の個数から $M \leqq 3$ である自然数の個数を引けばよいから

$$48 - 18 = \mathbf{30} \text{ (個)}$$

| | 解 | 答 | 欄 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 2 | ⊖ | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 3 | ⊖ | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 4 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 5 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 6 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 7 | ⊖ | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 8 | ⊖ | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 9 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 10 | ⊖ | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 11 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | **8** | 9 | 0 |
| 12 | ⊖ | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 13 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | **7** | 8 | 9 | 0 |
| 14 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | **8** | 9 | 0 |
| 15 | ⊖ | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 16 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 17 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | **7** | 8 | 9 | 0 |
| 18 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 19 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | **7** | 8 | 9 | 0 |
| 20 | ⊖ | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 21 | ⊖ | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 22 | ⊖ | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 23 | ⊖ | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 24 | ⊖ | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 25 | ⊖ | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 26 | ⊖ | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 27 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 28 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | **7** | 8 | 9 | 0 |
| 29 | ⊖ | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 30 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | **0** |

| | 解 | 答 | 欄 | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | **0** |
| 32 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 33 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | **8** | 9 | 0 |
| 34 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 35 | ⊖ | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 36 | ⊖ | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 37 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | **6** | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 38 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 39 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | **0** |
| 40 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 41 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | **8** | 9 | 0 |
| 42 | ⊖ | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 43 | ⊖ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | **0** |

**解答例**

## 数学II・数学B

**I** (1) $-1$, $2$ がこの方程式の解であるから

$$(-1)^3 + a\cdot(-1)^2 + (-1) + b = 0$$
$$2^3 + a\cdot 2^2 + 2 + b = 0$$

式を整理すると

$$a + b - 2 = 0,\ 4a + b + 10 = 0$$

これを解いて　$\boldsymbol{a = -4,\ b = 6}$

よって，方程式は

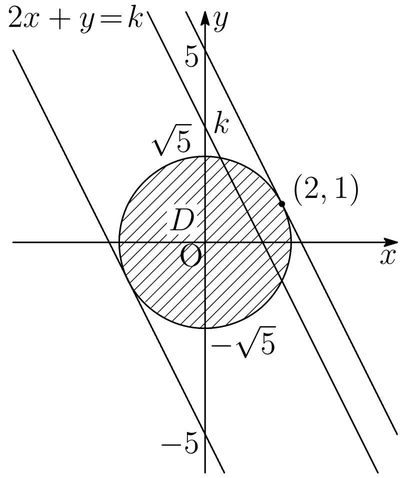
$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$$

左辺が $x+1$, $x-2$ を因数にもつことに注意して因数分解すると

$$(x+1)(x-2)(x-3) = 0$$

したがって，求める**他の解は**　**3**

(2) 不等式 $x^2 + y^2 \leqq 5$ の表す領域 $D$ は，右の図の斜線部分 (境界線を含む).




$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots ①$$
$$2x + y = k \quad \cdots ②$$

とおくと，② は傾き $-2$ の直線を表す.

直線 ② が領域 $D$ と共有点をもつような $k$ の値は図から，直線 ② が円 ① に接するとき，最大または最小となる．このとき

$x^2 + (k-2x)^2 = 5$ から

$$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0 \quad \cdots ③$$

について　$D/4 = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$

ゆえに　$k = \pm 5$

よって $k$ の最大値は 5 であり，これを ③ に代入して　$x = 2$

さらに ② から　$y = 1$

したがって　$\boldsymbol{x = 2,\ y = 1}$ のとき，$k$ は**最大値 5** をとる.

(3) 真数は正であるから　$x > 0$ かつ $y - 1 > 0$
すなわち　$x > 0$ かつ $y > 1$　$\cdots$①
第 1 式を変形して　$2^{2+x^2} = 2^{2y}$
すなわち　$2 + x^2 = 2y$　$\cdots$②
第 2 式を変形して　$\log_2 x = \log_2 \dfrac{y-1}{2}$
$$x = \frac{y-1}{2}$$
すなわち　$y = 2x + 1$　$\cdots$③
③ を ② に代入して　$2 + x^2 = 2(2x+1)$
整理して　$x^2 - 4x = 0$
ゆえに　$x(x-4) = 0$
①,③ に注意して　$\boldsymbol{x = 4,\ y = 9}$

(4)
$$\begin{aligned}\sin 2x - \sqrt{3}\cos 2x &= 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)\\ &= 2\sin 2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\end{aligned}$$
であるから，$y = f(x)$ のグラフは**周期が $\boldsymbol{\pi}$** で，$y = \boldsymbol{2}\sin 2x$ のグラフを $x$ 軸方向に $\boldsymbol{\dfrac{\pi}{6}}$ だけ平行移動したものである．

**II** (1) 放物線 $C_1$ について
$y = x^2 + 4x$ より $y' = 2x + 4$ であるから　$x = 0$ のとき $y' = 4$
放物線 $C_2$ について
$y = -2x^2 + 2ax$ より $y' = -4x + 2a$ であるから　$x = 0$ のとき $y' = 2a$
$C_1$ と $C_2$ は原点において共通接線 $l$ をもつから
$$4 = 2a \quad \text{これを解いて} \quad \boldsymbol{a = 2}$$
また，$l$ の方程式は　$\boldsymbol{y = 4x}$

(2) 接点の座標を $(p,\ p^2+4p)$ をとすると，接線の傾きは $2p+4$ となり，条件から

$$2p+4<0 \quad \text{すなわち} \quad p<-2 \quad \cdots ①$$

接線の方程式は

$$y-(p^2+4p)=(2p+4)(x-p) \quad \cdots ②$$

この直線が点 $(-1, -7)$ を通るから

$$-7-(p^2+4p)=(2p+4)(-1-p)$$

よって　　$p^2+2p-3=0$

すなわち　　$(p+3)(p-1)=0$

① に注意して　　$p=-3$

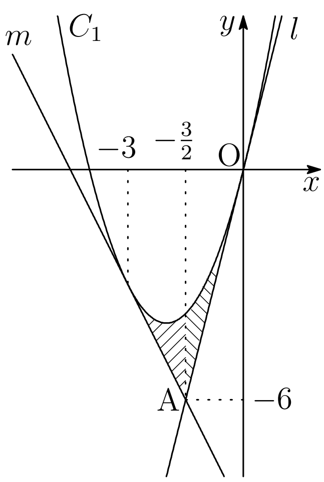
したがって，$m$ は，点 $(-3, -3)$ を通り，傾き $-2$ の直線であるから

$$y-(-3)=-2\{x-(-3)\} \quad \text{すなわち} \quad \boldsymbol{y=-2x-9}$$

$l$ と $m$ の交点 A の座標は,

連立方程式 $\begin{cases} y=4x \\ y=-2x-9 \end{cases}$ を解いて　$\mathbf{A}\left(\boldsymbol{-\frac{3}{2}, -6}\right)$

(3) $C_1$ と $l$，$m$ で囲まれた図形は右の図の斜線部分で，その面積を $S_1$ とすると




$$\begin{aligned} S_1 &= \int_{-3}^{-\frac{3}{2}} \{(x^2+4x)-(-2x-9)\}dx \\ &\qquad + \int_{-\frac{3}{2}}^{0} \{(x^2+4x)-4x\}dx \\ &= \int_{-3}^{-\frac{3}{2}} (x+3)^2\,dx + \int_{-\frac{3}{2}}^{0} x^2\,dx \\ &= \left[\frac{1}{3}(x+3)^3\right]_{-3}^{-\frac{3}{2}} + \left[\frac{1}{3}x^3\right]_{-\frac{3}{2}}^{0} \\ &= \frac{9}{8}+\frac{9}{8} = \boldsymbol{\frac{9}{4}} \end{aligned}$$

**公式**

$$\boldsymbol{\int (x+a)^n\,dx = \frac{1}{n+1}(x+a)^{n+1}+C} \quad (a \text{ は定数，} n=0, 1, 2, \cdots)$$

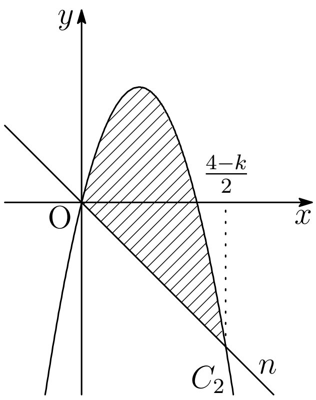
(4) $C_2$ と $n$ の共有点の $x$ 座標は

$$-2x^2+4x=kx$$

よって　$x(2x-4+k)=0$

すなわち　$x=0,\ \boldsymbol{\dfrac{4-k}{2}}$

$C_2$ と $n$ で囲まれた図形は右の図の斜線部分で，その面積を $S_2$ とすると




$$\begin{aligned} S_2 &= \int_0^{\frac{4-k}{2}} \{(-2x^2+4x)-kx\}dx \\ &= -2\int_0^{\frac{4-k}{2}} x\left(x-\frac{4-k}{2}\right)dx \\ &= -2\left(-\frac{1}{6}\right)\left(\frac{4-k}{2}\right)^3 = \frac{1}{3}\left(\frac{4-k}{2}\right)^3 \end{aligned}$$

このとき，$S_2=9$ であるから

$$\frac{1}{3}\left(\frac{4-k}{2}\right)^3=9 \quad すなわち \quad \left(\frac{4-k}{2}\right)^3=3^3$$

ゆえに　$\dfrac{4-k}{2}=3$　これを解いて　$\boldsymbol{k=-2}$

**III** (1) $n \geqq 2$ のとき

$$a_n = S_n - S_{n-1} = n^2 - (n-1)^2 = 2n-1$$

初項は　$a_1 = S_1 = 1^2 = \mathbf{1}$

よって，$a_n = 2n-1$ は $n=1$ のときにも成り立つ．

したがって，一般項は　$\boldsymbol{a_n = 2n-1}$

(2) $b_1 = T_1$ であるから，$T_n = \dfrac{3}{2}b_n + 2n - 4$ に $n=1$ を代入して

$$b_1 = \frac{3}{2}b_1 + 2\cdot 1 - 4 \quad \text{ゆえに} \quad \boldsymbol{b_1 = 4}$$

$T_{n+1} - T_n = b_{n+1}$ であるから

$$\left\{\frac{3}{2}b_{n+1} + 2(n+1) - 4\right\} - \left(\frac{3}{2}b_n + 2n - 4\right) = b_{n+1}$$

ゆえに　$\boldsymbol{b_{n+1} = 3b_n - 4}$

これは，$b_{n+1} - 2 = 3(b_n - 2)$ と変形できる．

よって，数列 $\{b_n - 2\}$ は，初項が，$b_1 - 2 = 2$，公比が 3 の等比数列であるから

$$b_n - 2 = 2\cdot 3^{n-1} \qquad \cdots ①$$

すなわち　$\boldsymbol{b_n = 2\cdot 3^{n-1} + 2}$

(3) ① から　$c_n = \dfrac{b_n - 2}{2} = 3^{n-1}$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n} a_k c_k &= \sum_{k=1}^{n} (2k-1)\cdot 3^{k-1} \\ &= 1\cdot 1 + 3\cdot 3 + 5\cdot 3^2 + \cdots + (2n-1)\cdot 3^{n-1}\end{aligned}$$

であるから，$U_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k c_k$ とおいて

$$\begin{aligned}U_n &= 1\cdot 1 + 3\cdot 3 + 5\cdot 3^2 + \cdots + (2n-1)\cdot 3^{n-1} \\ 3U_n &= \qquad\quad 1\cdot 3 + 3\cdot 3^2 + \cdots + (2n-3)\cdot 3^{n-1} + (2n-1)\cdot 3^n\end{aligned}$$

の辺々を引くと

$$U_n - 3U_n = 1 + 2(3 + 3^2 + \cdots + 3^{n-1}) - (2n-1)\cdot 3^n$$

よって

$$-2U_n = 1 + 2\cdot\frac{3(3^{n-1} - 1)}{3-1} - (2n-1)\cdot 3^n$$

したがって　$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k c_k = U_n = \boldsymbol{3^n(n-1) + 1}$

| | 解答欄 | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | − | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 2 | − | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 3 | − | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 4 | − | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 5 | − | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 6 | − | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 7 | − | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 8 | − | 1 | 2 | 3 | 4 | **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 9 | − | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 10 | − | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 11 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 12 | − | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 13 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 14 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 15 | − | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | **9** | 0 |
| 16 | **−** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 17 | − | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 18 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 19 | **−** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 20 | − | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | **6** | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 21 | − | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | **9** | 0 |
| 22 | − | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 23 | − | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 24 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 25 | **−** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 26 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 27 | − | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 28 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 29 | − | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 30 | − | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 31 | − | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 32 | − | 1 | 2 | 3 | **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 33 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 34 | − | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 35 | − | 1 | **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 36 | − | 1 | 2 | **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 37 | − | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| 38 | − | **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |