2006年度　九州東海大学　一般入学試験問題

数学 (60分) 平成18年2月3日

I 注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 出題科目，ページおよび選択方法は，下表のとおりです。

出題科目	ページ	選択方法
数学Ⅰ・数学A	1〜2	左の2科目のうちから1科目を選択し，解答しなさい。
数学Ⅱ・数学B	3〜4	

3. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので，監督者の指示に従ってそれぞれ正しく記入し，マークしなさい。

   ① **氏名欄**　氏名を記入しなさい。

   ② **受験番号**　受験番号を記入し，さらにその下のマーク欄にマークしなさい。正しくマークされていない場合は，採点できないことがあります。

   ③ **解答科目欄**　解答する科目を1つ選び，科目の下の○にマークしなさい。マークされていない場合，または，複数の科目にマークされている場合は，0点となります。

4. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

II 解答上の注意

1. 問題の文中の 1 ，2 3 などには，特に指示がないかぎり，数字(1〜0)，符号(−)が入ります。1，2，3，… の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の1，2，3，… で示された解答欄にマークして答えなさい。

例1 1 2 3 に −12 と答えたいとき

	解答欄
1	● ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪
2	○ ● ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪
3	○ ① ● ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪

2. 分数形で解答する場合は，既約分数で答えなさい。符号は分子につけ分母につけてはいけません。

例2 $\dfrac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}}$ に $-\dfrac{3}{5}$ と答えたいときは $\dfrac{-3}{5}$ として

	解答欄
4	● ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪
5	○ ① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪
6	○ ① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓪

数学Ⅰ・数学A

Ⅰ 次の［　　］の中にもっとも適する答えを下の選択肢の中から選びなさい。

(1) 不等式 $6-3x<2x<x+a$ を満たす整数 x がちょうど4個存在するとき，そのうち最小の整数は［ 1 ］であり，定数 a のとりうる値の範囲は［ 2 ］である。

［ 1 ］の選択肢　① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

［ 2 ］の選択肢　① $5<a$　② $5<a<6$　③ $5\leqq a<6$　④ $5<a\leqq 6$　⑤ $5\leqq a\leqq 6$

(2) $0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ のとき，等式 $\sin(90^\circ-\theta)-\sqrt{3}\sin\theta+\sqrt{3}=0$ を満たす θ の値は，小さい方から順に［ 3 ］，［ 4 ］である。

［ 3 ］の選択肢　① 0°　② 30°　③ 45°　④ 60°　⑤ 90°

［ 4 ］の選択肢　① 90°　② 120°　③ 135°　④ 150°　⑤ 180°

(3) 2桁の自然数全体の集合を U として，U の部分集合で，6で割り切れる数全体の集合を P，10で割り切れる数全体の集合を Q とする。集合 X の個数を $n(X)$ と表すとき，$n(P\cap Q)=$［ 5 ］，$n(P\cup Q)=$［ 6 ］，$n(P\cap\overline{Q})=$［ 7 ］である。

［ 5 ］の選択肢　① 1　② 3　③ 9　④ 15　⑤ 21

［ 6 ］の選択肢　① 3　② 9　③ 15　④ 21　⑤ 22

［ 7 ］の選択肢　① 12　② 13　③ 14　④ 15　⑤ 16

(4) 赤玉3個，白玉2個が入った袋から，任意に1個の玉を取り出し，これをもとに戻してから再び1個の玉を取り出す場合，2個とも赤玉ならば10点，1回だけ赤玉ならば20点，2回とも白玉ならば30点が与えられるものとする。1回だけ赤玉を取り出す確率は［ 8 ］であり，与えられる得点の期待値は［ 9 ］点である．

［ 8 ］の選択肢　① $\frac{3}{25}$　② $\frac{4}{25}$　③ $\frac{6}{25}$　④ $\frac{9}{25}$　⑤ $\frac{12}{25}$

［ 9 ］の選択肢　① 12　② 13　③ 15　④ 18　⑤ 20

II 円Oに内接する四角形ABCDにおいて，AB = 6，BC = 4，∠ABC = 60° であり，AD : CD = 1 : 2 である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) AC = $\boxed{10}\sqrt{\boxed{11}}$ であり，円Oの半径は $\dfrac{\boxed{12}\sqrt{\boxed{13}\boxed{14}}}{\boxed{15}}$ である。

(2) AD = $\boxed{16}$，CD = $\boxed{17}$ である。

(3) 四角形ABCDの面積は $\boxed{18}\sqrt{\boxed{19}}$ である。

また，BD = $\dfrac{\boxed{20}\boxed{21}\sqrt{\boxed{22}}}{\boxed{23}}$ であるから，対角線AC，BDのなす角を θ とすると，$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{\boxed{24}}}{\boxed{25}}$ である。

III k を実数の定数とする。2つの2次方程式

$$x^2 - (2k-3)x - k = 0 \quad \cdots ① \qquad x^2 - (2k+1)x + 3k = 0 \quad \cdots ②$$

について，次の問いに答えなさい。

(1) 方程式①が $x = -2$ を解にもつとき，$k = \dfrac{\boxed{26}}{\boxed{27}}$ であり，

①のもう1つの解は $\dfrac{\boxed{28}}{\boxed{29}}$ である。

(2) 方程式①の2つの解の差が $\sqrt{5}$ であるとき，$k = \boxed{30}$ である。

(3) 方程式①，②が共通な実数の解をもつとき，$k = \boxed{31}$ または $k = \boxed{32}$ である。ただし，$\boxed{31} < \boxed{32}$ とする。また①，②の共通でない方の解の和は，$k = \boxed{31}$ のとき，$\boxed{\boxed{33}\boxed{34}}$，$k = \boxed{32}$ のとき $\boxed{35}$ である。

数学II・数学B

I 次の［　　］の中にもっとも適する答えを下の選択肢の中から選びなさい。

(1) a, b を実数とする。3次方程式 $x^3+ax^2+5x+b=0$ の1つの解が $1-\sqrt{2}i$ であるとき，$a=$［ 1 ］，$b=$［ 2 ］であり，他の2つの解のうち実数の解は［ 3 ］である。

［ 1 ］の選択肢　① -3　② -2　③ -1　④ 1　⑤ 2

［ 2 ］の選択肢　① -5　② -4　③ -3　④ -2　⑤ -1

［ 3 ］の選択肢　① -4　② -3　③ -1　④ 0　⑤ 1

(2) $x>-1$ のとき，$\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$ は $x=$［ 4 ］で最小値［ 5 ］をとる。

［ 4 ］の選択肢　① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

［ 5 ］の選択肢　① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

(3) $x>1$ とする。$x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}=\sqrt{5}$ のとき，$x+x^{-1}=$［ 6 ］，$x^2+x^{-2}=$［ 7 ］であり，$x^2-x^{-2}=$［ 8 ］である。

［ 6 ］の選択肢　① $\sqrt{5}$　② $2\sqrt{5}$　③ 5　④ $5\sqrt{5}$　⑤ 25

［ 7 ］の選択肢　① 3　② 18　③ 20　④ 23　⑤ 125

［ 8 ］の選択肢　① $-8\sqrt{5}$　② $-5\sqrt{5}$　③ $5\sqrt{5}$　④ $8\sqrt{5}$　⑤ $16\sqrt{5}$

(4) $0\leqq\theta\leqq\pi$ のとき $y=6\sin\theta+8\cos\theta$ の最大値は［ 9 ］であり，そのときの θ の値について，$\sin\theta=$［ 10 ］，$\cos\theta=$［ 11 ］である。

［ 9 ］の選択肢　① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14

［ 10 ］の選択肢　① $\dfrac{1}{10}$　② $\dfrac{1}{5}$　③ $\dfrac{2}{5}$　④ $\dfrac{3}{5}$　⑤ $\dfrac{4}{5}$

［ 11 ］の選択肢　① $\dfrac{1}{10}$　② $\dfrac{1}{5}$　③ $\dfrac{2}{5}$　④ $\dfrac{3}{5}$　⑤ $\dfrac{4}{5}$

II 3点A(3, 0, 0)，B(0, 2, 0)，C(0, 0, 2)を通る平面をαとし，原点Oから平面αに垂線OHを下ろす。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = l\overrightarrow{\mathrm{OA}} + m\overrightarrow{\mathrm{OB}} + n\overrightarrow{\mathrm{OC}}$とおくと，

$m = \dfrac{\boxed{12}}{\boxed{13}}l$，$n = \dfrac{\boxed{14}}{\boxed{15}}l$である。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \left(\dfrac{\boxed{16}}{11}, \dfrac{\boxed{17}}{11}, \dfrac{\boxed{18}}{11}\right)$である。

(3) $|\overrightarrow{\mathrm{OH}}| = \dfrac{\boxed{19}\sqrt{\boxed{20}\boxed{21}}}{\boxed{22}\boxed{23}}$であり，△ABCの面積は$\sqrt{\boxed{24}\boxed{25}}$である。

III 放物線$C_1 : y = x^2 - 2x + 2$，放物線$C_2 : y = -x^2 + 3x$と，傾き2の直線ℓがあり，直線ℓは放物線C_1と点Aで接する。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 直線ℓが放物線C_1に接するとき，ℓの方程式は$y = 2x - \boxed{26}$であり，点Aの座標は，($\boxed{27}$, $\boxed{28}$)である。

(2) 点Aで，直線ℓと直交する直線は$y = \dfrac{\boxed{29}\boxed{30}}{\boxed{31}}x + \boxed{32}$であり，この直線と放物線$C_1$で囲まれた図形の面積は$\dfrac{\boxed{33}\boxed{34}\boxed{35}}{\boxed{36}\boxed{37}}$である。

(3) 直線ℓと放物線C_2で囲まれた図形の面積は$\dfrac{\boxed{38}}{\boxed{39}}$であり，直線$\ell$と放物線$C_2$で囲まれた図形が，放物線$C_1$によって分けられる2つの部分の面積を$S_1$，$S_2$とし，$S_1 > S_2$とするとき，$S_1 = \boxed{40}S_2$である。

解答例

数学Ⅰ・数学A

Ⅰ (1) $6-3x<2x$ より　$\dfrac{6}{5}<x$　　$\cdots$①

$2x<x+a$ より　　$x<a$　$\cdots$②

①，② より　　$\dfrac{6}{5}<x<a$

この不等式を満たす整数 x が 4 個存在するとき，その整数は **2**，3，4，5 である．したがって，a のとりうる値の範囲は　$\boldsymbol{5<a\leqq 6}$

(2) $\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$ であるから　　$\cos\theta=\sqrt{3}(\sin\theta-1)$　$\cdots$①

$\sin\theta-1\leqq 0$ より $\cos\theta\leqq 0$ であるから　$90^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$　$\cdots$②

① を $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ に代入して

$$\sin^2\theta+3(\sin\theta-1)^2=1$$

整理して　　$2\sin^2\theta-3\sin\theta+1=0$

因数分解して　$(\sin\theta-1)(2\sin\theta-1)=0$

したがって　　$\sin\theta=1$ または $\sin\theta=\dfrac{1}{2}$

② に注意して　　$\boldsymbol{\theta=90^\circ,\ 150^\circ}$

(3)　$P=\{6\cdot 2,\ 6\cdot 3,\ 6\cdot 4,\ \cdots,\ 6\cdot 16\}$ より $n(P)=16-2+1=15$

$Q=\{10\cdot 1,\ 10\cdot 2,\ 10\cdot 3,\ \cdots,\ 10\cdot 9\}$ より $n(Q)=9$

$P\cap Q=\{30\cdot 1,\ 30\cdot 2,\ 30\cdot 3\}$ より $n(P\cap Q)=\boldsymbol{3}$

ゆえに　$n(P\cup Q)=n(P)+n(Q)-n(P\cap Q)=15+9-3=\boldsymbol{21}$

また　　$n(P\cap\overline{Q})=n(P)-n(P\cap Q)=15-3=\boldsymbol{12}$

(4) 2 回とも赤玉の確率は　$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{9}{25}$

1 回だけ赤玉の確率は　$\dfrac{3}{5}\times\dfrac{2}{5}+\dfrac{2}{5}\times\dfrac{3}{5}=\boldsymbol{\dfrac{12}{25}}$

2 回とも白玉の確率は　$\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{4}{25}$

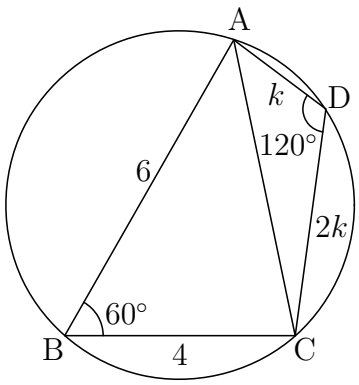
よって，与えられる得点を X 点とすると，右のような表ができる．

X	10	20	30	計
確率	$\dfrac{9}{25}$	$\dfrac{12}{25}$	$\dfrac{4}{25}$	1

X の期待値は

$$10\times\frac{9}{25}+20\times\frac{12}{25}+30\times\frac{4}{25}=\boldsymbol{18}$$

II (1) △ABC に余弦定理を用いると



$$\begin{aligned} \mathrm{AC}^2 &= \mathrm{AB}^2 + \mathrm{BC}^2 - 2\mathrm{AB}\cdot\mathrm{BC}\cos B \\ &= 6^2 + 4^2 - 2\cdot 6\cdot 4\cos 60^\circ \\ &= 36 + 16 - 2\cdot 6\cdot 4 \times \frac{1}{2} \\ &= 28 \end{aligned}$$

$\mathrm{AC} > 0$ であるから　$\mathrm{AC} = \sqrt{28} = \mathbf{2\sqrt{7}}$

正弦定理により　$\dfrac{2\sqrt{7}}{\sin 60^\circ} = 2R$

したがって　$R = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2\sqrt{7}}{\sin 60^\circ} = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \div \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \mathbf{\dfrac{2\sqrt{21}}{3}}$

(2) $\mathrm{AD} : \mathrm{CD} = 1 : 2$ であるから，$\mathrm{AD} = k$ とおくと $\mathrm{CD} = 2k$
四角形 ABCD は円に内接するから　$\angle\mathrm{CDA} = 180^\circ - \angle\mathrm{ABC} = 120^\circ$
△ACD に余弦定理を用いると

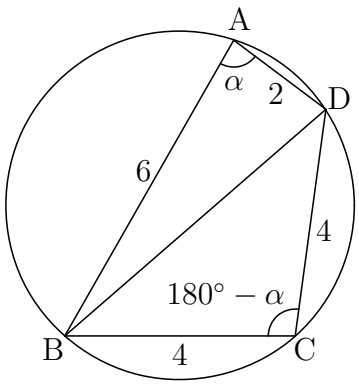
$$\begin{aligned} \mathrm{AC}^2 &= \mathrm{AD}^2 + \mathrm{CD}^2 - 2\mathrm{AD}\cdot\mathrm{CD}\cos 120^\circ \\ (2\sqrt{7})^2 &= k^2 + (2k)^2 - 2\cdot k\cdot 2k \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ 28 &= 7k^2 \\ k^2 &= 4 \end{aligned}$$

$k > 0$ であるから　$k = 2$　すなわち　$\mathbf{AD = 2,\ CD = 4}$

(3) 四角形 ABCD の面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \triangle\mathrm{ABC} + \triangle\mathrm{ADC} \\ &= \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4\sin 60^\circ + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4\sin 120^\circ \\ &= 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ &= \mathbf{8\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$\angle \mathrm{DAB} = \alpha$ とする．△ABD において，
余弦定理を用いると



$$\begin{aligned}\mathrm{BD}^2 &= 2^2 + 6^2 - 2\cdot 2\cdot 6\cos\alpha \\ &= 40 - 24\cos\alpha\end{aligned}$$

四角形 ABCD は円に内接するから

$$\angle \mathrm{BCD} = 180^\circ - \alpha$$

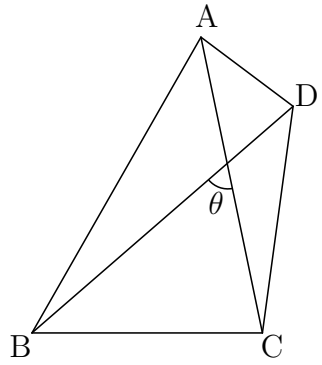
△BCD において，余弦定理を用いると

$$\begin{aligned}\mathrm{BD}^2 &= 4^2 + 4^2 - 2\cdot 4\cdot 4\cos(180^\circ - \alpha) \\ &= 32 + 32\cos\alpha\end{aligned}$$

よって　$40 - 24\cos\alpha = 32 + 32\cos\alpha$　これを解いて　$\cos\alpha = \dfrac{1}{7}$

ゆえに　$\mathrm{BD}^2 = \dfrac{256}{7}$　すなわち　$\mathbf{BD = \dfrac{16\sqrt{7}}{7}}$

対角線 AC，BD のなす角は θ であるから，
四角形 ABCD の面積 S は



$$S = \frac{1}{2}\mathrm{AC}\cdot\mathrm{BD}\sin\theta$$

したがって

$$8\sqrt{3} = \frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times\frac{16\sqrt{7}}{7}\sin\theta$$

よって　$\boldsymbol{\sin\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

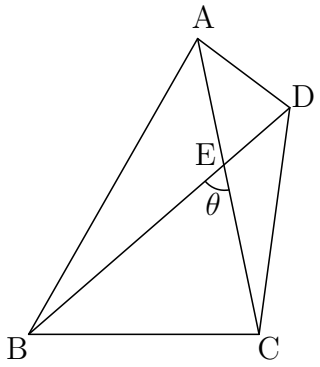
四角形 ABCD の対角線の交点を E とし，EA $= a$，EB $= b$，EC $= c$，ED $= d$，$\angle \mathrm{BEC} = \theta$ とすると

$$\triangle \mathrm{EAB} = \frac{1}{2}ab\sin(180^\circ - \theta) = \frac{1}{2}ab\sin\theta$$

$$\triangle \mathrm{EBC} = \frac{1}{2}bc\sin\theta$$

$$\triangle \mathrm{ECD} = \frac{1}{2}cd\sin(180^\circ - \theta) = \frac{1}{2}cd\sin\theta$$

$$\triangle \mathrm{EDA} = \frac{1}{2}da\sin\theta$$



ゆえに，四角形 ABCD の面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \triangle \mathrm{EAB} + \triangle \mathrm{EBC} + \triangle \mathrm{ECD} + \triangle \mathrm{EDA} \\ &= \frac{1}{2}ab\sin\theta + \frac{1}{2}bc\sin\theta + \frac{1}{2}cd\sin\theta + \frac{1}{2}da\sin\theta \\ &= \frac{1}{2}(ab + bc + cd + da)\sin\theta \\ &= \frac{1}{2}(a+c)(b+d)\sin\theta = \frac{1}{2}\mathrm{AC}\cdot\mathrm{BD}\sin\theta \end{aligned}$$

したがって，次のことが成り立つ．

四角形の面積

対角線の長さが p，q，そのなす角が θ である四角形の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}pq\sin\theta$$

III (1) $x = -2$ が方程式 ① の解であるから

$$(-2)^2 - (2k-3)\cdot(-2) - k = 0 \quad \text{これを解くと} \quad \boldsymbol{k = \frac{2}{3}}$$

このとき方程式は $\quad x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$

したがって，方程式 $3x^2 + 5x - 2 = 0$ を解いて $\quad x = -2,\ \frac{1}{3}$

ゆえに，もう 1 つの解は $\quad \boldsymbol{x = \frac{1}{3}}$

(2) 方程式 ① の解は

$$x = \frac{-\{-(2k-3)\} \pm \sqrt{\{-(2k-3)\}^2 - 4\cdot1\cdot(-k)}}{2\cdot1}$$
$$= \frac{2k-3 \pm \sqrt{4k^2-8k+9}}{2}$$

であるから，2 つの解の差は

$$\frac{2k+1+\sqrt{4k^2-8k+9}}{2} - \frac{2k+1-\sqrt{4k^2-8k+9}}{2}$$
$$=\sqrt{4k^2-8k+9}$$

ゆえに　　$\sqrt{4k^2-8k+9} = \sqrt{5}$
両辺を平方して　　$4k^2-8k+9 = 5$
整理して　　$k^2-2k+1 = 0$
これを解いて　　$\boldsymbol{k = 1}$

(3) ①，② の共通な解を α とすると

① から　　$\alpha^2-(2k-3)\alpha-k = 0 \quad \cdots ③$
② から　　$\alpha^2-(2k+1)\alpha+3k = 0 \quad \cdots ④$
③ − ④ から　　$4\alpha-4k = 0$　すなわち　$\alpha = k$

これを ③ に代入して　$k^2-(2k-3)k-k = 0$
$$-k^2+2k = 0$$
$$\boldsymbol{k = 0,\ 2}$$

［1］ $k = 0$ のとき
方程式 ① は　$x^2+3x = 0$　これを解いて　$x = 0, -3$
方程式 ② は　$x^2-x = 0$　これを解いて　$x = 0,\ 1$
このとき，共通でない方の解の和は　$(-3)+1 = \boldsymbol{-2}$

［2］ $k = 2$ のとき
方程式 ① は　$x^2-x-2 = 0$　これを解いて　$x = 2, -1$
方程式 ② は　$x^2-5x+6 = 0$　これを解いて　$x = 2,\ 3$
このとき，共通でない方の解の和は　$(-1)+3 = \boldsymbol{2}$

	解　答　欄										
1	㊀	①	②	③	④	1	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
2	㊀	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
3	㊀	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
4	㊀	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
5	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
6	㊀	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
7	㊀	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
8	㊀	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
9	㊀	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
10	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
11	㊀	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪	
12	㊀	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
13	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
14	㊀	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
15	㊀	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
16	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
17	㊀	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
18	㊀	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⓪	
19	㊀	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
20	㊀	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
21	㊀	①	②	③	④	⑤	●	⑦	⑧	⑨	⓪	
22	㊀	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪	
23	㊀	①	②	③	④	⑤	⑥	●	⑧	⑨	⓪	
24	㊀	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
25	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
26	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
27	㊀	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
28	㊀	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
29	㊀	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
30	㊀	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
31	㊀	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	
32	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
33	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
34	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	
35	㊀	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪	

解答例

数学 II・数学 B

I (1) $1-\sqrt{2}i$ がこの方程式の解であるから

$$(1-\sqrt{2}i)^3+a(1-\sqrt{2}i)^2+5(1-\sqrt{2}i)+b=0$$
$$(-5-\sqrt{2}i)+a(-1-2\sqrt{2}i)+5(1-\sqrt{2}i)+b=0$$

整理して　$(-a+b)-2\sqrt{2}(a+3)i=0$

a，b は実数であるから

$$-a+b=0,\ \ a+3=0$$

これを解くと　$\boldsymbol{a=-3,\ b=-3}$

このとき，方程式は　$x^3-3x^2+5x-3=0$

左辺を因数分解すると　$(x-1)(x^2-2x+3)=0$

したがって　$x=1,\ 1\pm\sqrt{2}i$　ゆえに求める解は　**1**

(2) 右の割り算から

$$x^2+3x+3=(x+1)(x+2)+1$$

であるから

$$\frac{x^2+3x+3}{x+1}=\frac{(x+1)(x+2)+1}{x+1}$$
$$=x+2+\frac{1}{x+1}$$

$$\begin{array}{r|l} & x\ \ +2 \\ \hline x+1 & x^2+3x+3 \\ & x^2\ \ +x \\ \hline & \ \ 2x+3 \\ & \ \ 2x+2 \\ \hline & \ \ \ \ 1 \end{array}$$

$x+1>0$ であるから，相加平均と相乗平均の大小関係により

$$x+2+\frac{1}{x+1}=(x+1)+\frac{1}{x+1}+1$$
$$\geqq 2\sqrt{(x+1)\times\frac{1}{x+1}}+1=3$$

よって　$x+2+\dfrac{1}{x+1}\geqq 3$

等号が成り立つのは　$x+1=\dfrac{1}{x+1}$

すなわち　$x=0$ のときである．

したがって　$\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$ は $\boldsymbol{x=0}$ のとき，**最小値 3** をとる．

(3) $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ であるから,
これに $a=x^{\frac{1}{3}}$, $b=x^{-\frac{1}{3}}$ を代入すると

$$\begin{aligned} x+x^{-1} &= (x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}})^3-3(x^{\frac{1}{3}}+x^{-\frac{1}{3}}) \\ &= (\sqrt{5})^3-3\times\sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5}-3\sqrt{5}=\mathbf{2\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ であるから,
これに $a=x$, $b=x^{-1}$ を代入すると

$$\begin{aligned} x^2+x^{-2} &= (x+x^{-1})^2-2 \\ &= (2\sqrt{5})^2-2=\mathbf{18} \end{aligned}$$

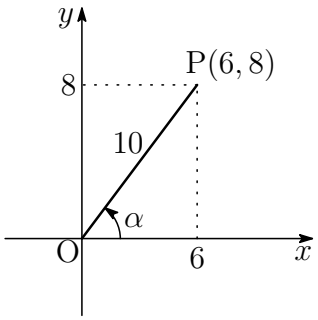
$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ であるから,
これに $a=x^2$, $b=x^{-2}$ を代入すると

$$\begin{aligned} (x^2-x^{-2})^2 &= (x^2+x^{-2})^2-4 \\ &= 18^2-4=320 \end{aligned}$$

$x>1$ より $x^2-x^{-2}>0$ であるから

$$x^2-x^{-2}=\sqrt{320}=\mathbf{8\sqrt{5}}$$

(4) 右の図のように, α $\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ を



$$\cos\alpha=\frac{6}{10}=\frac{3}{5},\quad \sin\alpha=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$$

とすると

$$6\sin\theta+8\cos\theta=10\sin(\theta+\alpha)$$

であるから

$$y=10\sin(\theta+\alpha)\quad(0<\theta<\pi)$$

は, $\theta+\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ すなわち $\theta=\dfrac{\pi}{2}-\alpha$ のとき**最大値 10** をとる.

このとき $\sin\theta=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha=\mathbf{\dfrac{3}{5}}$

$\cos\theta=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha=\mathbf{\dfrac{4}{5}}$

II (1) $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(3,\ 0,\ 0)$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(0,\ 2,\ 0)$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=(0,\ 0,\ 2)$ であるから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OH}}&=l\overrightarrow{\mathrm{OA}}+m\overrightarrow{\mathrm{OB}}+n\overrightarrow{\mathrm{OC}}\\&=l(3,\ 0,\ 0)+m(0,\ 2,\ 0)+n(0,\ 0,\ 2)\\&=(3l,\ 2m,\ 2n)\end{aligned}$$

であり，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ は，α 上のベクトル

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(0,\ 2,\ 0)-(3,\ 0,\ 0)=(-3,\ 2,\ 0)$$
$$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(0,\ 0,\ 2)-(3,\ 0,\ 0)=(-3,\ 0,\ 2)$$

に垂直であるから

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ より　$-3\cdot3l+2\cdot2m+0\cdot2n=0$　すなわち　$\boldsymbol{m=\dfrac{9}{4}l}$

$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ より　$-3\cdot3l+0\cdot2m+2\cdot2n=0$　すなわち　$\boldsymbol{n=\dfrac{9}{4}l}$

(2) H は α 上の点であるから，$l+m+n=1$

これに (1) の結果を代入すると　$l+\dfrac{9}{4}l+\dfrac{9}{4}l=1$　ゆえに　$l=\dfrac{2}{11}$

さらに　$m=\dfrac{9}{4}\times\dfrac{2}{11}=\dfrac{9}{22}$,　$n=\dfrac{9}{4}\times\dfrac{2}{11}=\dfrac{9}{22}$

したがって　$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\left(3\times\dfrac{2}{11},\ 2\times\dfrac{9}{22},\ 2\times\dfrac{9}{22}\right)=\left(\boldsymbol{\dfrac{6}{11}},\ \boldsymbol{\dfrac{9}{11}},\ \boldsymbol{\dfrac{9}{11}}\right)$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\dfrac{3}{11}(2,\ 3,\ 3)$ であるから　$|\overrightarrow{\mathrm{OH}}|=\dfrac{3}{11}\sqrt{2^2+3^2+3^2}=\boldsymbol{\dfrac{3\sqrt{22}}{11}}$

$$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2=(-3)^2+2^2+0^2=13$$
$$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2=(-3)^2+0^2+2^2=13$$
$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=-3\cdot(-3)+2\cdot0+0\cdot2=9$$

であるから，△ABC の面積 S は

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}})^2}\\&=\frac{1}{2}\sqrt{13\cdot13-9^2}=\boldsymbol{\sqrt{22}}\end{aligned}$$

III (1) $f(x)=x^2-2x+2$ とおくと

$f'(x)=2x-2$

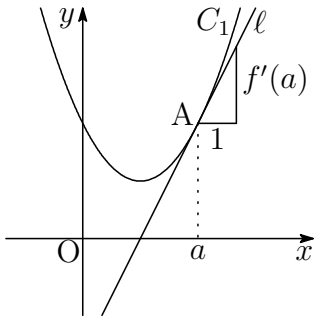
接点の x 座標を a とすると

$f'(a)=2$ であるから

$$2a-2=2 \quad \text{ゆえに} \quad a=2$$

また　$f(2)=2^2-2\cdot 2+2=2$

したがって，接点の A の座標は **(2, 2)**



よって，直線 ℓ は点 A$(2,\ 2)$ を通り，傾き 2 の直線であるから

$$y-2=2(x-2) \quad \text{すなわち} \quad y=2x-2$$

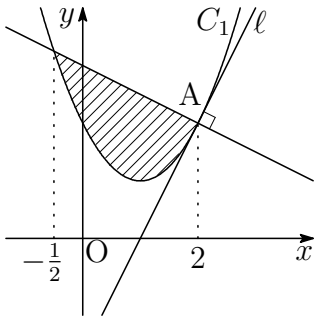
(2) 直線 ℓ に垂直な直線の傾きを m とすると

$$2m=-1 \quad \text{から} \quad m=-\frac{1}{2}$$

よって，点 A で ℓ と直交する直線の方程式は

$$y-2=-\frac{1}{2}(x-2)$$

すなわち　$\boldsymbol{y=-\frac{1}{2}x+3}$



C_1 とこの直線の共有点の x 座標は

$$x^2-2x+2=-\frac{1}{2}x+3 \quad \text{これを解いて} \quad x=-\frac{1}{2},\ 2$$

求める図形の面積 S は，図から

$$\begin{aligned} S&=\int_{-\frac{1}{2}}^{2}\left\{\left(-\frac{1}{2}x+3\right)-\left(x^2-2x+2\right)\right\}dx \\ &=-\int_{-\frac{1}{2}}^{2}\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)\,dx \\ &=-\left(-\frac{1}{6}\right)\left\{2-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}^3=\boldsymbol{\frac{125}{48}} \end{aligned}$$

(3) 直線 ℓ と放物線 C_2 の共有点の x 座標は

$$2x-2=-x^2+3x \quad \text{これを解いて} \quad x=-1,\ 2$$

求める図形の面積 S_1+S_2 は，図から

$$\begin{aligned} S_1+S_2 &= \int_{-1}^{2}\{(-x^2+3x)-(2x-2)\}\,dx \\ &= -\int_{-1}^{2}(x+1)(x-2)\,dx \\ &= -\left(-\frac{1}{6}\right)\{2-(-1)\}^3=\boldsymbol{\frac{9}{2}} \end{aligned}$$

放物線 C_1 と放物線 C_2 の共有点の x 座標は

$$x^2-2x+2=-x^2+3x \quad \text{これを解いて} \quad x=\frac{1}{2},\ 2$$

C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積は

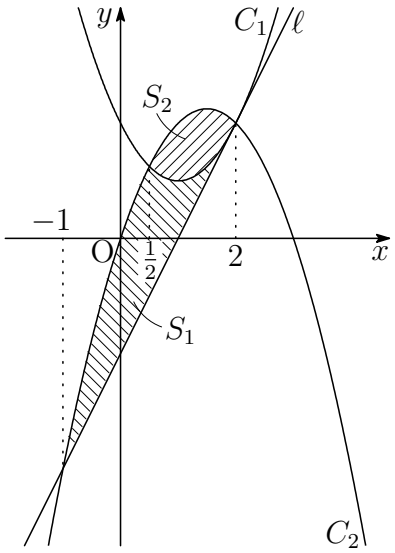
$$\begin{aligned} &\int_{\frac{1}{2}}^{2}\{(-x^2+3x)-(x^2-2x+2)\}\,dx \\ &=-2\int_{\frac{1}{2}}^{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-2)\,dx \\ &=-2\times\left(-\frac{1}{6}\right)\left(2-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{8} \end{aligned}$$

したがって

$$S_1+S_2=\frac{9}{2},\quad S_2=\frac{9}{8}$$

よって　$S_1=\dfrac{27}{8}$

ゆえに　$\boldsymbol{S_1=3S_2}$



	解答欄										
1	⊖	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
2	⊖	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
3	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
4	⊖	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
5	⊖	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
6	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
7	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
8	⊖	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
9	⊖	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
10	⊖	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
11	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
12	⊖	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	●	⓪
13	⊖	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
14	⊖	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	●	⓪
15	⊖	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
16	⊖	①	②	③	④	⑤	●	⑦	⑧	⑨	⓪
17	⊖	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	●	⓪
18	⊖	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	●	⓪
19	⊖	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
20	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪

	解答欄										
21	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
22	⊖	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
23	⊖	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
24	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
25	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
26	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
27	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
28	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
29	●	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
30	⊖	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
31	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
32	⊖	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
33	⊖	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
34	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
35	⊖	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
36	⊖	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
37	⊖	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⓪
38	⊖	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	●	⓪
39	⊖	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪
40	⊖	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⓪