九 州 看 護 福 祉 大 学

平 成 21 年 度

入学試験問題

数 学 I・A

(地 方 試 験)

広島・佐賀・熊本・大分・鹿児島

看護学科・リハビリテーション学科・社会福祉学科

平成 21 年 2 月 2 日実施

注意事項

1. 「始め」の合図があるまで問題用紙を開かないこと。
2. 受験票、筆記用具 (鉛筆・消しゴム)、時計 (時間表示機能のみ) 以外の物は机の下に置くこと。
3. 問題用紙は、表紙を含めて 3 ページ あり、これとは別に 解答用紙が、1 枚 ある。
4. 受験番号と氏名は、監督者の指示に従って記入すること。
   (解答用紙の受験番号と氏名欄はすべて記入すること。)
5. 質問事項等がある場合や特別な事情 (病気・トイレ等) のある場合には、その場で手を挙げて待機し、監督者の指示に従うこと。
6. 原則として、試験終了まで退出できない。
7. 試験終了後は、監督者の指示があるまで、各自の席で待機すること。
8. 解答用紙を回収した後、問題用紙は持ち帰ること。
9. 試験会場では、携帯電話・PHS・ポケベル・時計のアラーム等の電源を切っておくこと。

平成 21 年度　九州看護福祉大学一般入学選抜試験 (数学 I・A)
看護学科・リハビリテーション学科・社会福祉学科

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の各問いに答えよ。

問 1. $x^2 + xy - 6y^2 - x + 22y - 20$ を因数分解すると $\boxed{\text{ア}}$ である。

問 2. 放物線 $y = x^2 + x + 1$ を x 軸方向に $\boxed{\text{イ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{ウ}}$ だけ平行移動すると，放物線 $y = x^2 + 3x + 4$ になる。

問 3. a は 0 でない定数とする。すべての実数 x に対して不等式

$$ax^2 + 2(a-1)x + \frac{4}{a} \geqq 0$$

が成り立つような a の値の範囲は $\boxed{\text{エ}}$ である。

問 4. 実数 x，y が $x + 2y = 3$ を満たすとき，$x^2 + y^2$ は $x = \boxed{\text{オ}}$，$y = \boxed{\text{カ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{キ}}$ をとる。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 次の各問いに答えよ。

なお，解答は答えだけでなく，答えを導くまでの手順がわかるように書くこと。

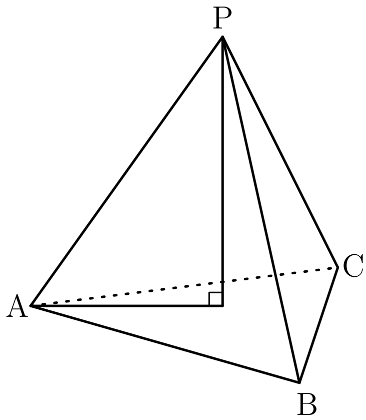
問 A. $\mathrm{PA} = \mathrm{PB} = \mathrm{PC} = 7$，$\mathrm{AB} = 7$，$\mathrm{BC} = 4$，$\mathrm{CA} = 7$ である三角錐 PABC の頂点 P から三角形 ABC を含む平面に垂線 PH を下ろす。

次の問い (1)，(2)，(3) に答えよ。

(1) AH の長さを求めよ。

(2) PH の長さを求めよ。

(3) 三角錐 PABC の体積 V を求めよ。



問 B. 1 から 10 までの整数が 1 つずつ書かれたカード 10 枚がある。カードを 2 枚同時に取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1) 2 枚のカードに書かれた整数の合計が 2 で割り切れる確率

(2) 2 枚のカードに書かれた整数の合計が 3 で割り切れる確率

(3) 2 枚のカードに書かれた整数の合計が 2 または 3 で割り切れる確率

解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ 問 1. $x^2+xy-6y^2-x+22y-20$

$=x^2+(y-1)x-2(y-2)(3y-5)$

$=\{x-2(y-2)\}\{x+(3y-5)\}$

$=\boldsymbol{(x-2y+4)(x+3y-5)}$

(答) ア. $(x-2y+4)(x+3y-5)$

問 2. $y=x^2+x+1$ を変形すると

$$y=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$$

$y=x^2+3x+4$ を変形すると

$$y=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$$

よって，頂点は点 $\left(-\frac{1}{2},\ \frac{3}{4}\right)$ から点 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{7}{4}\right)$ に移動する．

したがって，

$$x\text{ 軸方向に}\quad -\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\boldsymbol{-1},\ \ y\text{ 軸方向に}\quad \frac{7}{4}-\frac{3}{4}=\boldsymbol{1}$$

だけ平行移動する．

(答) イ. -1　ウ. 1

問 3. 不等式 $ax^2+2(a-1)x+\frac{4}{a}\geqq 0\cdots$ ① の係数について

$$D/4=(a-1)^2-a\times\frac{4}{a}=(a+1)(a-3)$$

すべての実数 x に対して不等式 ① が成り立つとき，x^2 の係数 a および D の符号について

$$a>0,\ \ D\leqq 0$$

であるから，連立不等式

$$\begin{cases} a>0 \\ (a+1)(a-3)\leqq 0 \end{cases}$$

の解を求めて　$\boldsymbol{0<a\leqq 3}$

(答) エ. $0<a\leqq 3$

問 4. $x+2y=3$ から　$x=3-2y$　$\cdots$①

これから　$x^2+y^2=(3-2y)^2+y^2$

$$=5y^2-12y+9$$

$$=5\left(y-\frac{6}{5}\right)^2+\frac{9}{5}$$

上式および①から　$\boldsymbol{y=\frac{6}{5}}$, $\boldsymbol{x=\frac{3}{5}}$ のとき**最小値** $\boldsymbol{\frac{9}{5}}$ をとる.

(答) オ. $\frac{3}{5}$　カ. $\frac{6}{5}$　キ. $\frac{9}{5}$

2 問 A. (1) 直角三角形 PAH，直角三角形 PBH，直角三角形 PCH において，それぞれ 2 辺が等しいので，これらの三角形は合同である．ゆえに H は $\triangle$ABC の外心で，AH は $\triangle$ABC の外接円の半径 R である．$\triangle$ABC に余弦定理を用いると

$$\cos A=\frac{7^2+7^2-4^2}{2\cdot7\cdot7}=\frac{41}{49}$$

ゆえに　$\sin A=\sqrt{1-\left(\frac{41}{49}\right)^2}=\frac{\sqrt{(49+41)(49-41)}}{49}=\frac{12\sqrt{5}}{49}$

正弦定理により　$\frac{\mathrm{BC}}{\sin A}=2R$

ゆえに　$\mathrm{AH}=R=\frac{1}{2}\times\frac{\mathrm{BC}}{\sin A}=\frac{1}{2}\times4\div\frac{12\sqrt{5}}{49}=\boldsymbol{\frac{49}{6\sqrt{5}}}$

(2) $\triangle$APH に三平方の定理を用いて

$$\begin{aligned}\mathrm{PH}^2&=\mathrm{AP}^2-\mathrm{AH}^2\\&=7^2-\left(\frac{49}{6\sqrt{5}}\right)^2\\&=7^2\times\frac{180-49}{180}=\frac{49\cdot131}{36\cdot5}\end{aligned}$$

$\mathrm{PH}>0$ であるから $\boldsymbol{\mathrm{PH}=\frac{7\sqrt{131}}{6\sqrt{5}}}$

(3) $\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}\sin A=\frac{1}{2}\cdot7\cdot7\times\frac{12\sqrt{5}}{49}=6\sqrt{5}$

よって，求める三角錐 PABC の体積 V は

$$V=\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{ABC}\times\mathrm{PH}=\frac{1}{3}\times6\sqrt{5}\times\frac{7\sqrt{131}}{6\sqrt{5}}=\boldsymbol{\frac{7\sqrt{131}}{3}}$$

問 B. 1〜10 の 10 枚から 2 枚引く組合せは $\quad {}_{10}\mathrm{C}_2 = \dfrac{10{\cdot}9}{2{\cdot}1} = 45$ (通り)

(1) 2 枚のカードに書かれた整数の合計が 2 で割り切れるのは，2 枚とも偶数の場合の ${}_5\mathrm{C}_2$ 通りと 2 枚とも奇数である場合の ${}_5\mathrm{C}_2$ 通りで，これらは互いに排反である．したがって，求める確率は

$$\frac{{}_5\mathrm{C}_2 + {}_5\mathrm{C}_2}{45} = \frac{20}{45} = \mathbf{\frac{4}{9}}$$

(2) 2 枚のカードの和が 3 で割り切れるのは，以下の 15 通り．

$$\{1,\ 2\},\ \{1,\ 5\},\ \{2,\ 4\},\ \{1,\ 8\},\ \{2,\ 7\},\ \{3,\ 6\},\ \{4,\ 5\},\{2,\ 10\},$$
$$\{3,\ 9\},\ \{4,\ 8\},\ \{5,\ 7\},\ \{5,\ 10\},\ \{6,\ 9\},\ \{7,\ 8\},\ \{8,\ 10\}$$

よって，求める確率は $\quad \dfrac{15}{45} = \mathbf{\dfrac{1}{3}}$

(3) 2 枚のカードの和が 6 で割り切れるのは，以下の 7 通り

$$\{1,\ 5\},\ \{2,\ 4\},\ \{2,\ 10\},\{3,\ 9\},\ \{4,\ 8\},\ \{5,\ 7\},\ \{8,\ 10\}$$

ゆえに，2 枚のカードの和が 6 で割り切れる確率は $\quad \dfrac{7}{45}$

したがって，これと (1)，(2) の結果から，求める確率は

$$\frac{20 + 15 - 7}{45} = \mathbf{\frac{28}{45}}$$