九 州 看 護 福 祉 大 学

平 成 20 年 度

入学試験問題

数 学 I・A

(地 方 試 験)

福岡・長崎・宮崎・那覇

看護学科・リハビリテーション学科・社会福祉学科

平成 20 年 2 月 1 日実施

注意事項

1. 「始め」の合図があるまで問題用紙を開かないこと。
2. 受験票、筆記用具 (鉛筆・消しゴム)、時計 (時間表示機能のみ) 以外の物は机の下に置くこと。
3. 問題用紙は、表紙を含めて 3 ページ あり、これとは別に 解答用紙が、1 枚 ある。
4. 受験番号と氏名は、監督者の指示に従って記入すること。
   (解答用紙の受験番号と氏名欄はすべて記入すること。)
5. 質問事項等がある場合や特別な事情 (病気・トイレ等) のある場合には、その場で手を挙げて待機し、監督者の指示に従うこと。
6. 原則として、試験終了まで退出できない。
7. 試験終了後は、監督者の指示があるまで、各自の席で待機すること。
8. 解答用紙を回収した後、問題用紙は持ち帰ること。
9. 試験会場では、携帯電話・PHS・ポケベル・時計のアラーム等の電源を切っておくこと。

平成 20 年度　九州看護福祉大学一般入学選抜試験 (数学 I・A)
看護学科・リハビリテーション学科・社会福祉学科

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の各問いに答えよ。

問 1. 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが，$y = x^2 - 4x + 3$ のグラフと x 軸の 2 つの共有点を通り，$y = ax^2 + bx + c$ の最大値が 3 である。このとき，$a = \boxed{\text{ア}}$，$b = \boxed{\text{イ}}$，$c = \boxed{\text{ウ}}$ である。

問 2. x に関する 2 次方程式 $x^2 - 3ax + 4x + 2a^2 - 7a + 3 = 0$ の 2 つの実数解のうち，1 つは負で，もう 1 つは正であるとき，定数 a の値の範囲は $\boxed{\text{エ}}$ である。

問 3. x，y がすべての実数値をとるとき，$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 20$ は $x = \boxed{\text{オ}}$，$y = \boxed{\text{カ}}$ で最小値 $\boxed{\text{キ}}$ をとる。

問 4. 赤玉と白玉が合わせて 18 個入っている袋がある。この中から 2 個の玉を取り出すとき，2 個とも赤玉である確率は $\dfrac{5}{51}$ であるという。この袋の中には，赤玉は $\boxed{\text{ク}}$ 個入っている。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 次の各問いに答えよ。

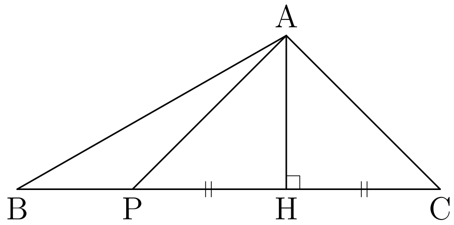
なお，解答は答えだけでなく，答えを導くまでの手順がわかるように書くこと。

問 A. 図のような $\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\angle\mathrm{ABC} = 30^\circ$，$\angle\mathrm{BAC} = 105^\circ$ とする。頂点 A から辺 BC に下ろした垂線を AH とする。BH 上に $\mathrm{PH} = \mathrm{HC}$ となる点 P をとる。$\mathrm{BP} = 8$ とする。

(1) PH の長さを求めよ。

(2) AC の長さを求めよ。

(3) $\sin\angle\mathrm{BAP}$ を求めよ。



問 B. a は $a^2 - 4a + 3 < 0$ を満たす実数とする。2 次関数 $y = x^2 - 2ax + b$ の定義域が $1 \leqq x \leqq 3$ であるとき，その値域は $-2 \leqq y \leqq \dfrac{1}{4}$ である。定数 a，b の値を求めよ。

解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ 問 1. $y=x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$ であるから，

この放物線の x 軸との共有点の x 座標は，$x=1,\ 3$ である．

放物線 $y=ax^2+bx+c$ の x 軸との共有点の x 座標がこれと一致するので

$$y=a(x-1)(x-3) \quad \text{ゆえに} \quad y=a(x-2)^2-a$$

最大値をもつので，x^2 の係数 a は，$a<0$ であることに注意して

$$-a=3 \quad \text{これを解いて} \quad a=-3$$

したがって　$y=-3(x-1)(x-3)$　すなわち　$y=-3x^2+12x-9$

よって　　$\boldsymbol{a=-3,\ b=12,\ c=-9}$

(答) ア. -3　イ. 12　ウ. -9

問 2. $y=x^2-3ax+4x+2a^2-7a+3$ とおく．

この放物線と x 軸との共有点の x 座標が，正と負であるから，

$x=0$ のとき $y<0$ であればよいので

$$2a^2-7a+3<0$$

ゆえに　$(a-3)(2a-1)<0$

よって　$\boldsymbol{\dfrac{1}{2}<a<3}$

(答) エ. $\dfrac{1}{2}<a<3$

問 3. 　$x^2+y^2-4x-6y+20$

$=(x^2-4x)+(y^2-6y)+20$

$=(x-2)^2-2^2+(y-3)^2-3^2+20$

$=(x-2)^2+(y-3)^2+7$

よって，$\boldsymbol{x=2,\ y=3}$ のとき**最小値 7** をとる．

(答) オ. 2　カ. 3　キ. 7

問 4. 赤玉が x 個入っているとすると，2 個とも赤玉である確率は

$$\frac{{}_x\mathrm{C}_2}{{}_{18}\mathrm{C}_2} = \frac{x(x-1)}{2!} \div \frac{18\cdot 17}{2!} = \frac{x(x-1)}{18\cdot 17}$$

したがって　$\dfrac{x(x-1)}{18\cdot 17} = \dfrac{5}{51}$

整理して　$x^2 - x - 30 = 0$

ゆえに　$(x+5)(x-6) = 0$

$x > 0$ であるから　$x = \mathbf{6}$

(答) ク. 6

$\boxed{\mathbf{2}}$ 問 A. (1) $\angle\mathrm{ACB} = 180^\circ - (\angle\mathrm{ABC} + \angle\mathrm{BAC}) = 180^\circ - (30^\circ + 105^\circ) = 45^\circ$
したがって，$\triangle\mathrm{ACH}$ と $\triangle\mathrm{APH}$ は直角二等辺三角形であるから，
$\mathrm{AH} = \mathrm{PH} = x$ とおくと，$\mathrm{BH} = \mathrm{BP} + \mathrm{PH} = 8 + x$

$\dfrac{\mathrm{AH}}{\mathrm{BH}} = \tan 30^\circ$ より　$\dfrac{x}{8+x} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$$\sqrt{3}x = x + 8$$

整理して　$(\sqrt{3} - 1)x = 8$

よって　$x = \dfrac{8}{\sqrt{3} - 1} = \mathbf{4(\sqrt{3} + 1)}$

(2) $\mathrm{AC} = \sqrt{2}\mathrm{HC}$，$\mathrm{HC} = \mathrm{PH} = x$ であるから，(1) の結果より

$$\mathrm{AC} = \sqrt{2}x = \sqrt{2} \times 4(\sqrt{3} + 1) = \mathbf{4(\sqrt{6} + \sqrt{2})}$$

(3) $\mathrm{AP} = \mathrm{AC}$ であるから，(2) の結果から　$\mathrm{AP} = 4(\sqrt{6} + \sqrt{2})$
$\triangle\mathrm{ABP}$ に正弦定理を適用すると

$$\frac{\mathrm{AP}}{\sin\angle\mathrm{ABP}} = \frac{\mathrm{BP}}{\sin\angle\mathrm{BAP}}$$

ゆえに　$\dfrac{4(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{\sin 30^\circ} = \dfrac{8}{\sin\angle\mathrm{BAP}}$

よって　$\sin\angle\mathrm{BAP} = \dfrac{8\sin 30^\circ}{4(\sqrt{6} + \sqrt{2})} = \mathbf{\dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}}$

問 B. $a^2-4a+3<0$ を解いて　$1<a<3$

$y=x^2-2ax+b=(x-a)^2-a^2+b$ であるから，与えられた放物線は下に凸の放物線で，軸は $x=a$ である．したがって，頂点は定義域 $(1\leqq x\leqq 3)$ 内にあるから，頂点で最小値 -2 をとるので

$$-a^2+b=-2 \quad \cdots ①$$

定義域の中央は 2 であるから，最大値は，次の 2 つの場合に分けて求める．

[1] $1<a\leqq 2$ のとき，$x=3$ で最大値 $\dfrac{1}{4}$ をとるから

$$3^2-2a\cdot 3+b=\frac{1}{4} \quad \text{すなわち} \quad b=6a-\frac{35}{4} \quad \cdots ②$$

② を ① に代入して整理すると

$$4a^2-24a+27=0$$

ゆえに　$(2a-3)(2a-9)=0$

$1<a\leqq 2$ より　$a=\dfrac{3}{2}$

これを ② に代入して　$b=\dfrac{1}{4}$

[2] $2<a<3$ のとき，$x=1$ で最大値 $\dfrac{1}{4}$ をとるから

$$1^2-2a\cdot 1+b=\frac{1}{4} \quad \text{すなわち} \quad b=2a-\frac{3}{4} \quad \cdots ③$$

③ を ① に代入して整理すると

$$4a^2-8a-5=0$$

ゆえに　$(2a+1)(2a-5)=0$

$2<a<3$ より　$a=\dfrac{5}{2}$

これを ③ に代入して　$b=\dfrac{17}{4}$

よって　$\boldsymbol{(a,\ b)=\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{1}{4}\right),\ \left(\dfrac{5}{2},\ \dfrac{17}{4}\right)}$