九 州 看 護 福 祉 大 学

平 成 18 年 度

入学試験問題

数　学　I

(社会福祉学科)

本 学 会 場

平成 18 年 2 月 3 日実施

注意事項

1. 「始め」の合図があるまで問題用紙を開かないこと。
2. 受験票、筆記用具 (鉛筆・消しゴム)、時計 (時間表示機能のみ) 以外の物は机の下に置くこと。
3. 問題用紙は、表紙をふくめて 3 ページ あり、これとは別に 解答用紙が、1 枚 ある。
4. 受験番号と氏名は、監督者の指示に従って記入すること。
   (解答用紙の受験番号と氏名欄はすべて記入すること。)
5. 質問事項等がある場合や特別な事情 (病気・トイレ等) のある場合には、その場で手を挙げて待機し、監督者の指示に従うこと。
6. 原則として、試験終了まで退出できない。
7. 試験終了後は、監督者の指示があるまで、各自の席で待機すること。
8. 解答用紙を回収した後、問題用紙は持ち帰ること。
9. 試験会場では、携帯電話・PHS・ポケベル・時計のアラーム等の電源を切っておくこと。

平成 18 年度　九州看護福祉大学一般入学選抜試験 (数学 I)
社会福祉学科

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の各問いに答えよ。

問 1. 三角形 ABC において，$\mathrm{BC} = 3$，$\angle \mathrm{A} = 60^\circ$ とする。この条件を満たす三角形 ABC は常に半径 $r = \boxed{\text{ア}}$ の円に内接する。さらに，$\mathrm{AB} = 2\sqrt{3}$ のとき，$\mathrm{AC} = \boxed{\text{イ}}$ であり，三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

問 2. $(5x - 3)(x + 1) + (x - 4)(x + 3)$ を因数分解すると $\boxed{\text{エ}}$,
$x(y^2 - 4) + y(4 - x^2) + 2(x^2 - y^2)$ を因数分解すると $\boxed{\text{オ}}$ である。

問 3. 放物線 $y = 2x^2 + 4x + 5$ を x 軸方向に $\boxed{\text{カ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{キ}}$ だけ平行移動した放物線は，$y = 2x^2 - 8x + 7$ である。

問 4. 2 次方程式 $2x^2 + mx + 4 = 0$ が重解をもつとき，m の値は $m_1 = \boxed{\text{ク}}$ または $m_2 = \boxed{\text{ケ}}$ である。ただし，$m_1 > m_2$ とする。$m = m_1$ のときの重解は $x = \boxed{\text{コ}}$ であり，$m = m_2$ のときの重解は $x = \boxed{\text{サ}}$ である。
また，2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつとき，実数 m の値の範囲は $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 次の各問いに答えよ。

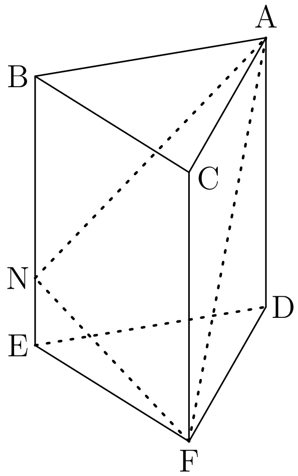
なお，解答は答えだけでなく，答えを導くまでの手順がわかるように書くこと。

問 A. 立体 ABC-DEF は高さ 4 の三角柱で，三角形 ABC は 1 辺の長さが 3 の正三角形とする。また，N は辺 BE 上の点で，NE $= 1$ とする。

(1) $\angle\mathrm{NAF} = \theta$ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

(2) 三角形 ANF の面積を求めよ。

(3) 平面 ANF で三角柱を 2 つの部分に切断したとき，立体 ANEFD の方の体積を求めよ。



問 B. 不等式 $|2 - x^2 - x| > x + \dfrac{7}{4}$ を解け。

解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ 問 1. 正弦定理により　$2r = \dfrac{3}{\sin 60^\circ}$

よって　　$r = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{\sin 60^\circ} = \dfrac{1}{2} \times 3 \div \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \boldsymbol{\sqrt{3}}$

余弦定理により　$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$$3^2 = b^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2b \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos 60^\circ$$
$$9 = b^2 + 12 - 4\sqrt{3}\,b \times \frac{1}{2}$$

したがって，方程式 $b^2 - 2\sqrt{3}\,b + 3 = 0$ を解いて

$$b = \sqrt{3}\quad \text{すなわち}\quad \mathbf{AC} = \boldsymbol{\sqrt{3}}$$

三角形 ABC の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}\sin 60^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \boldsymbol{\frac{3\sqrt{3}}{2}}$$

(答) ア. $\sqrt{3}$　イ. $\sqrt{3}$　ウ. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

問 2. 　$(5x-3)(x+1) + (x-4)(x+3)$

$= 6x^2 + x - 15$

$= \boldsymbol{(2x-3)(3x+5)}$

$$\begin{array}{ccc} 2 & -3 \longrightarrow & -9 \\ 3 & 5 \longrightarrow & 10 \\ \hline 6 & -15 & 1 \end{array}$$

$x(y^2-4) + y(4-x^2) + 2(x^2-y^2)$

$= xy^2 - 4x + 4y - x^2y + 2(x^2-y^2)$

$= -x^2y + xy^2 - 4x + 4y + 2(x+y)(x-y)$

$= -xy(x-y) - 4(x-y) + 2(x+y)(x-y)$

$= -(x-y)\{xy + 4 - 2(x+y)\}$

$= \boldsymbol{-(x-y)(x-2)(y-2)}$

(答) エ. $(2x-3)(3x+5)$　オ. $-(x-y)(x-2)(y-2)$

問 3. $y=2x^2+4x+5$ を変形すると

$$\begin{aligned} y &= 2(x^2+2x)+5 \\ &= 2\{(x+1)^2-1^2\}+5 \\ &= 2(x+1)^2+3 \end{aligned}$$

$y=2x^2-8x+7$ を変形すると

$$\begin{aligned} y &= 2(x^2-4x)+7 \\ &= 2\{(x-2)^2-2^2\}+7 \\ &= 2(x-2)^2-1 \end{aligned}$$

よって，頂点は点 $(-1,\ 3)$ から点 $(2,-1)$ に移動している．
したがって，

x 軸方向に　$2-(-1)=\mathbf{3},$

y 軸方向に　$-1-3=\mathbf{-4}$

だけ平行移動している．

(答) カ. 3　キ. -4

問 4. 2 次方程式 $2x^2+mx+4=0$ が重解をもつための条件は，係数について

$$m^2-4{\cdot}2{\cdot}4=0 \qquad \text{すなわち} \qquad m^2=32$$

ゆえに，m の値は　　$m=\pm4\sqrt{2}$

そのときの重解は　　$x=-\dfrac{m}{2{\cdot}2}=-\dfrac{m}{4}$

よって，$\boldsymbol{m=4\sqrt{2}}$ **のとき重解** $\boldsymbol{-\sqrt{2}}$**，**$\boldsymbol{m=-4\sqrt{2}}$ **のとき重解** $\boldsymbol{\sqrt{2}}$

2 次方程式 $2x^2+mx+4=0$ が異なる 2 つの実数解をもつための条件は，係数について

$$m^2-4{\cdot}2{\cdot}4>0 \quad \text{これを解いて} \quad \boldsymbol{m<-4\sqrt{2},\ 4\sqrt{2}<m}$$

(答) ク. $4\sqrt{2}$　ケ. $-4\sqrt{2}$　コ. $-\sqrt{2}$　サ. $\sqrt{2}$　シ. $m<-4\sqrt{2},\ 4\sqrt{2}<m$

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が重解をもつのは，$b^2-4ac=0$ ときで
その解 (重解) は　$x=-\dfrac{b}{2a}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ 問 A. (1)

$$\mathrm{AN} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 + \mathrm{BN}^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$$
$$\mathrm{NF} = \sqrt{\mathrm{NE}^2 + \mathrm{EF}^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$
$$\mathrm{AF} = \sqrt{\mathrm{AD}^2 + \mathrm{DF}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

したがって，余弦定理により

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{AN}^2 + \mathrm{AF}^2 - \mathrm{NF}^2}{2{\cdot}\mathrm{AF}{\cdot}\mathrm{AF}} = \frac{18 + 25 - 10}{2{\cdot}3\sqrt{2}{\cdot}5}$$
$$= \frac{33}{30\sqrt{2}} = \boldsymbol{\frac{11}{10\sqrt{2}}}$$

(2) $\sin\theta > 0$ であるから，(1) の結果より

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$$
$$= \sqrt{1 - \left(\frac{11}{10\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{79}{200}} = \frac{\sqrt{79}}{10\sqrt{2}}$$

したがって，求める三角形 ANF の面積 S は

$$\mathrm{S} = \frac{1}{2}\mathrm{AN}{\cdot}\mathrm{AF}\sin\theta = \frac{1}{2}{\cdot}3\sqrt{2}{\cdot}5{\cdot}\frac{\sqrt{79}}{10\sqrt{2}} = \boldsymbol{\frac{3\sqrt{79}}{4}}$$

(3) 立体 ABC-DEF は平面 ANC と平面 ANF によって，
3 つの部分に分けられる．

立体 ABC-DEF の体積 V は

$$V = \triangle\mathrm{ABC} \times \mathrm{BE} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\sin 60^\circ \times 4$$
$$= \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 9\sqrt{3}$$

三角柱 ABCN の体積 V_1 は

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \triangle\mathrm{ABC} \times \mathrm{BN} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\sin 60^\circ \times 3$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

N から平面 ACF におろした垂線の長さ h は

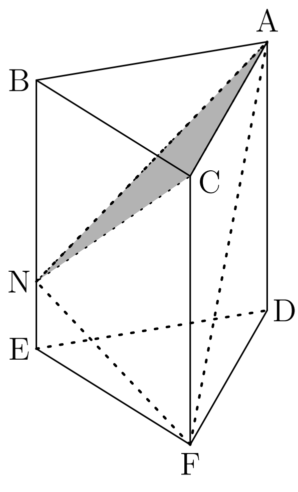
$$h = 3\sin 60^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

三角柱 ACFN の体積 V_2 は

$$V_2 = \frac{1}{3} \times \triangle\mathrm{ACF} \times h$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

したがって，求める体積は $V - (V_1 + V_2)$ であるから

$$V - (V_1 + V_2) = 9\sqrt{3} - \left(\frac{9\sqrt{3}}{4} + 3\sqrt{3}\right) = \boldsymbol{\frac{15\sqrt{3}}{4}}$$



問 B. $2-x^2-x<-\left(x+\dfrac{7}{4}\right)$ または $x+\dfrac{7}{4}<2-x^2-x$ であるから

第 1 式から　　$x^2-\dfrac{15}{4}>0$

ゆえに　　$x<-\dfrac{\sqrt{15}}{2},\ \dfrac{\sqrt{15}}{2}<x$　　$\cdots$ ①

第 2 式から　　$x^2+2x-\dfrac{1}{4}<0$

ゆえに　　$\dfrac{-2-\sqrt{5}}{2}<x<\dfrac{-2+\sqrt{5}}{2}$　　$\cdots$ ②

よって，① または ② であるから　$\boldsymbol{x<\dfrac{-2+\sqrt{5}}{2},\ \dfrac{\sqrt{15}}{2}<x}$