九 州 看 護 福 祉 大 学

平 成 18 年 度

入学試験問題

数 学 I

(看護学科・リハビリテーション学科共通)

本 学 会 場

平成 18 年 2 月 3 日実施

注意事項

1. 「始め」の合図があるまで問題用紙を開かないこと。
2. 受験票、筆記用具 (鉛筆・消しゴム)、時計 (時間表示機能のみ) 以外の物は机の下に置くこと。
3. 問題用紙は、表紙をふくめて 3 ページ あり、これとは別に 解答用紙が、1 枚 ある。
4. 受験番号と氏名は、監督者の指示に従って記入すること。

   (解答用紙の受験番号と氏名欄はすべて記入すること。)
5. 質問事項等がある場合や特別な事情 (病気・トイレ等) のある場合には、その場で手を挙げて待機し、監督者の指示に従うこと。
6. 原則として、試験終了まで退出できない。
7. 試験終了後は、監督者の指示があるまで、各自の席で待機すること。
8. 解答用紙を回収した後、問題用紙は持ち帰ること。
9. 試験会場では、携帯電話・PHS・ポケベル・時計のアラーム等の電源を切っておくこと。

平成 18 年度　九州看護福祉大学一般入学選抜試験 (数学 I)
看護学科・リハビリテーション学科共通

$\boxed{\textbf{1}}$ 次の各問いに答えよ。

問 1. a，b は実数で，$a > b > 0$，$a + b = 5$，$a^3 + b^3 = 110$ とする。このとき，$ab = \boxed{\text{ア}}$，$\dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} = \boxed{\text{イ}}$，$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \boxed{\text{ウ}}$，$a - b = \boxed{\text{エ}}$ である。

問 2. 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフは 2 点 $(1,\ 6)$，$(-1,\ 30)$ を通る．また，このグラフの軸は 2 次関数 $y = 3x^2 - 18x + 7$ のグラフの軸と同じである。このとき，$a = \boxed{\text{オ}}$，$b = \boxed{\text{カ}}$，$c = \boxed{\text{キ}}$ である。

問 3. 2 次関数 $y = |x^2 - 9| - 8x$ $(-2 \leqq x \leqq 6)$ は，$x = \boxed{\text{ク}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ケ}}$，$x = \boxed{\text{コ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{サ}}$ をとる。

問 4. $\dfrac{3}{5 - \sqrt{13}}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。このとき，$a = \boxed{\text{シ}}$，$b = \boxed{\text{ス}}$ である。$a + b^2$ の小数部分の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 次の各問いに答えよ。

なお，解答は答えだけでなく，答えを導くまでの手順がわかるように書くこと。

問 A. 三角形 ABC において，$\mathrm{BC} = 3\sqrt{3}$，$\mathrm{AC} = 3\sqrt{2}$，$\angle\mathrm{B} = 45^\circ$ とする。

(1) $\angle\mathrm{A}$ の大きさを求めよ。

(2) $\angle\mathrm{C}$ の大きさを求めよ。

(3) AB の長さを求めよ。

問 B. $x^2 + 3y^2 + 2xy - 4x - 5y - 6 = 0$ を満たす正の整数 x，y の組をすべて求めよ。

解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ 問 1. $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$ であるから，

これに $a+b=5$，$a^3+b^3=110$ を代入すると

$$110=5^3-3ab\cdot 5 \quad これから \quad \boldsymbol{ab=1}$$

したがって $\quad \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=\dfrac{b^2+a^2}{a^2b^2}=\dfrac{(a+b)^2-2ab}{(ab)^2}=\dfrac{5^2-2\cdot 1}{1^2}=\mathbf{23}$

$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a+b-2\sqrt{ab}$ であるから，これに $a+b=5$，

$ab=1$ に代入すると

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=5-2\sqrt{1}=3$$

$a>b>0$ より $\sqrt{a}-\sqrt{b}>0$ であるから $\qquad \boldsymbol{\sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{3}}$

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ であるから，これに $a+b=5$，

$ab=1$ を代入して

$$(a-b)^2=5^2-4\cdot 1=21$$

$a>b$ より $a-b>0$ であるから $\qquad \boldsymbol{a-b=\sqrt{21}}$

(答) ア. 1　イ. 23　ウ. $\sqrt{3}$　エ. $\sqrt{21}$

問 2. 放物線 $y=ax^2+bx+c$ の軸の式は $x=-\dfrac{b}{2a}$

放物線 $y=3x^2-18x+7$ の軸の式は $x=-\dfrac{-18}{2\cdot 3}=3$

このとき，$-\dfrac{b}{2a}=3$ であるから $\quad b=-6a \quad \cdots$①

① から放物線の方程式を $y=ax^2-6ax+c$ とおく.

点 $(1,\ 6)$ を通るから $\qquad 6=a\cdot 1^2-6a\cdot 1+c$

点 $(-1,\ 30)$ を通るから $\qquad 30=a\cdot(-1)^2-6a\cdot(-1)+c$

これらを整理して $\qquad -5a+c=6 \quad \cdots$②

$\qquad\qquad\qquad\qquad 7a+c=30 \quad \cdots$③

②，③ を解いて $\quad \boldsymbol{a=2,\ c=16}$

$a=2$ を ① に代入して $\quad \boldsymbol{b=-12}$

(答) オ. 2　カ. -12　キ. 16

問 3. $|x^2-9| = \begin{cases} x^2-9 & (x \leqq -3,\ 3 \leqq x) \\ -(x^2-9) & (-3 \leqq x \leqq 3) \end{cases}$ であるから

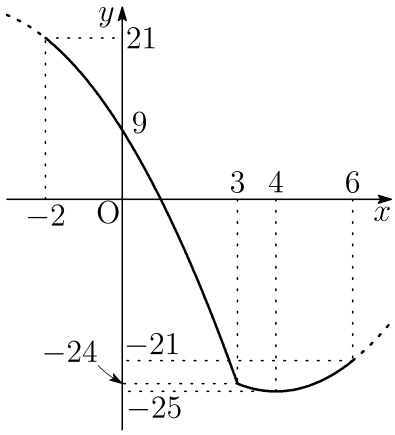
$$y = \begin{cases} -(x^2-9)-8x & (-2 \leqq x \leqq 3) \\ (x^2-9)-8x & (3 \leqq x \leqq 6) \end{cases}$$

すなわち　$y = \begin{cases} -(x+4)^2+25 & (-2 \leqq x \leqq 3) \\ (x-4)^2-25 & (3 \leqq x \leqq 6) \end{cases}$

右の図から

$\boldsymbol{x = -2}$ **のとき　最大値 21**

$\boldsymbol{x = 4}$ **のとき　　最小値 −25**



(答) ク. -2　ケ. 21　コ. 4　サ. -25

問 4.
$$\frac{3}{5-\sqrt{13}} = \frac{3(5+\sqrt{13})}{(5-\sqrt{13})(5+\sqrt{13})} = \frac{3(5+\sqrt{13})}{25-13} = \frac{5+\sqrt{13}}{4}$$

$3 < \sqrt{13} < 4$ より　$\dfrac{5+3}{4} < \dfrac{5+\sqrt{13}}{4} < \dfrac{5+4}{4}$

よって　$2 < \dfrac{5+\sqrt{13}}{4} < \dfrac{9}{4}$　　これから　$\boldsymbol{a = 2}$

$a+b = \dfrac{5+\sqrt{13}}{4}$ より　$b = \dfrac{5+\sqrt{13}}{4} - a = \boldsymbol{\dfrac{-3+\sqrt{13}}{4}}$

$0 < b < 1$ より　$0 < b^2 < 1$ であるから，$a+b^2$ の小数部分は b^2

ゆえに　$b^2 = \left(\dfrac{-3+\sqrt{13}}{4}\right)^2 = \boldsymbol{\dfrac{11-3\sqrt{13}}{8}}$

(答) シ. 2　ス. $\dfrac{\sqrt{13}-3}{4}$　セ. $\dfrac{11-3\sqrt{13}}{8}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ 問 A. (1) 正弦定理により $\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin A}=\dfrac{\mathrm{AC}}{\sin B}$

よって $3\sqrt{3}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\sin A$

$$3\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}\sin A$$

したがって $\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ これから $\boldsymbol{A=60^\circ,\ 120^\circ}$

(2) $C=180^\circ-(A+B)$ であるから

$A=60^\circ$ のとき $\boldsymbol{C=75^\circ}$,

$A=120^\circ$ のとき $\boldsymbol{C=15^\circ}$

(3) 余弦定理により $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$

$$(3\sqrt{2})^2=c^2+(3\sqrt{3})^2-2c\cdot 3\sqrt{3}\cos 45^\circ$$

$$18=c^2+27-6\sqrt{3}\,c\times\frac{1}{\sqrt{2}}$$

したがって，方程式 $c^2-3\sqrt{6}\,c+9=0$ を解いて

$c=\dfrac{3\sqrt{6}\pm 3\sqrt{2}}{2}$ すなわち $\boldsymbol{\mathrm{AB}=\dfrac{3\sqrt{6}\pm 3\sqrt{2}}{2}}$

問 B. x について整理すると $x^2+(2y-4)x+3y^2-5y-6=0$ $\cdots$①

x は実数であるから，係数について

$$(2y-4)^2-4\cdot 1\cdot(3y^2-5y-6)\geqq 0$$

整理して $-8y^2+4y+40\geqq 0$

両辺を -4 で割って $2y^2-y-10\leqq 0$

$$(y+2)(2y-5)\leqq 0$$

したがって $-2\leqq y\leqq\dfrac{5}{2}$

y は正の整数であるから $y=1,\ 2$

$y=1$ のとき 方程式①は $x^2-2x-8=0$

このとき，x は正の整数であることに注意して $x=4$

$y=2$ のとき 方程式①は $x^2-4=0$

このとき，x は正の整数であることに注意して $x=2$

よって，求める x，y の組は $\boldsymbol{(x,\ y)=(4,\ 1),\ (2,\ 2)}$