九州看護福祉大学

# 平成 18 年度
## 入学試験問題

# 数学 I

(地方試験)

広島・佐賀・熊本・大分・鹿児島

看護学科・社会福祉学科

平成 18 年 2 月 2 日実施

**注意事項**

1. 「始め」の合図があるまで問題用紙を開かないこと。
2. 受験票、筆記用具 (鉛筆・消しゴム)、時計 (時間表示機能のみ) 以外の物は机の下に置くこと。
3. 問題用紙は、表紙をふくめて 3 ページ あり、これとは別に 解答用紙が、1 枚 ある。
4. 受験番号と氏名は、監督者の指示に従って記入すること。
   (解答用紙の受験番号と氏名欄はすべて記入すること。)
5. 質問事項等がある場合や特別な事情 (病気・トイレ等) のある場合には、その場で手を挙げて待機し、監督者の指示に従うこと。
6. 原則として、試験終了まで退出できない。
7. 試験終了後は、監督者の指示があるまで、各自の席で待機すること。
8. 解答用紙を回収した後、問題用紙は持ち帰ること。
9. 試験会場では、携帯電話・PHS・ポケベル・時計のアラーム等の電源を切っておくこと。

平成18年度　九州看護福祉大学一般入学選抜試験 (数学 I)
看護学科・社会福祉学科

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の各問いに答えよ。

問1. $x = \dfrac{2}{2+\sqrt{5}}$, $y = \dfrac{2}{2-\sqrt{5}}$ のとき，$x+y = \boxed{\text{ア}}$, $xy = \boxed{\text{イ}}$,
$x^2+y^2 = \boxed{\text{ウ}}$, $x^2-y^2 = \boxed{\text{エ}}$ である。

問2. 不等式 $|x+1|+|x-2| \leqq 4$ を満たす $x$ の値の範囲は $\boxed{\text{オ}}$ である。

問3. 2次関数 $f(x) = x^2+ax+a$ ($a$ は実数) に対し，$y = f(x)$ のグラフを $C$ とする。

(1) $C$ の頂点の座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(2) $C$ の頂点の $y$ 座標は $a = \boxed{\text{キ}}$ のとき，最大値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

(3) $C$ が $x$ 軸と異なる2点で交わるとき，$a$ の値の範囲は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

(4) $C$ が $x$ 軸と，$x>1$ と $x<1$ に1つずつ交点をもつとき，$a$ のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{コ}}$ である。

(5) $C$ が $x$ 軸と，$x<-1$ で異なる2つの交点をもつとき，$a$ のとりうる範囲は $\boxed{\text{サ}}$ である。

**2** 次の各問いに答えよ。

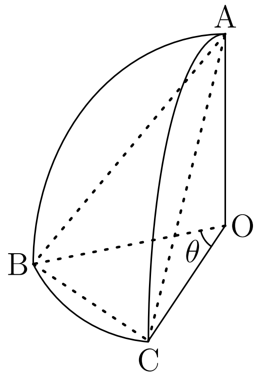
なお，解答は答えだけでなく，答えを導くまでの手順がわかるように書くこと。

問 A. 中心 O，半径 $r$ の球の球面上に 3 点 A，B，C がある。

立体 OABC は，この球を 3 つの扇形の平面 OAB，OAC，OBC で切り取ったものである。$\angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{AOC} = 90^\circ$，$\angle\mathrm{BOC} = \theta$ $(0^\circ < \theta < 180^\circ)$ とする。この立体 OABC から，三角錐 OABC を除いた残りの部分の体積を $V(\theta)$ とする。

(1) $V(45^\circ)$ を求めよ。

(2) 体積の比 $V(30^\circ) : V(60^\circ)$ を求めよ。




問 B. $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，関数 $f(\theta) = \cos^2\theta + \sqrt{2}\sin\theta + 2$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの $\theta$ の値を求めよ。

**解答例**

$\boxed{\textbf{1}}$ 問 1. $x+y=\dfrac{2}{2+\sqrt{5}}+\dfrac{2}{2-\sqrt{5}}=\dfrac{2(2-\sqrt{5})+2(2+\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\dfrac{8}{-1}=\mathbf{-8}$

$$x-y=\frac{2}{2+\sqrt{5}}-\frac{2}{2-\sqrt{5}}=\frac{2(2-\sqrt{5})-2(2+\sqrt{5})}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\frac{-4\sqrt{5}}{-1}=4\sqrt{5}$$

$$xy=\frac{2}{2+\sqrt{5}}\times\frac{2}{2-\sqrt{5}}=\frac{2\times 2}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\frac{4}{-1}=\mathbf{-4}$$

したがって　$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(-8)^2-2\cdot(-4)=\mathbf{72}$

$$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=-8\times 4\sqrt{5}=\boldsymbol{-32\sqrt{5}}$$

(答) ア. $-8$　イ. $-4$　ウ. $72$　エ. $-32\sqrt{5}$

問 2. $|x+1|=\begin{cases} x+1 & (x \geqq -1) \\ -x-1 & (x<-1) \end{cases}$,　$|x-2|=\begin{cases} x-2 & (x \geqq 2) \\ -x+2 & (x<2) \end{cases}$

したがって

$\underline{x<-1 \text{ のとき}}$

$(-x-1)+(-x+2) \leqq 4$ を解いて　$x \geqq -\dfrac{3}{2}$

$x<-1$ に注意して　$-\dfrac{3}{2} \leqq x < -1$　$\cdots$①

$\underline{-1 \leqq x < 2 \text{ のとき}}$

$(x+1)+(-x+2) \leqq 4$ において　左辺 $=3$ となり

このとき不等式の解は　$-1 \leqq x < 2$　$\cdots$②

$\underline{2 \leqq x \text{ のとき}}$

$(x+1)+(x-2) \leqq 4$ を解いて　$x \leqq \dfrac{5}{2}$

$2 \leqq x$ に注意して　$2 \leqq x \leqq \dfrac{5}{2}$　$\cdots$③

よって，①，②，③ から　$\boldsymbol{-\dfrac{3}{2} \leqq x \leqq \dfrac{5}{2}}$

(答) オ. $-\dfrac{3}{2} \leqq x \leqq \dfrac{5}{2}$

問 3. (1) $x^2+ax+a=\left(x+\dfrac{a}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+a$

$$=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+a$$

したがって，$C$ の頂点の座標は　$\boldsymbol{\left(-\dfrac{a}{2},-\dfrac{a^2}{4}+a\right)}$

(2) $-\dfrac{a^2}{4}+a=-\dfrac{1}{4}(a^2-4a)$

$$=-\frac{1}{4}\left\{(a-2)^2-2^2\right\}$$

$$=-\frac{1}{4}(a-2)^2+1$$

したがって，$C$ の頂点の $y$ 座標は　$\boldsymbol{a=2}$ **のとき最大値** $\boldsymbol{1}$ をとる.

(3) $C$ が $x$ 軸と異なる 2 点で交わるとき，係数について

$$a^2-4\cdot1\cdot a>0$$

$$a(a-4)>0$$

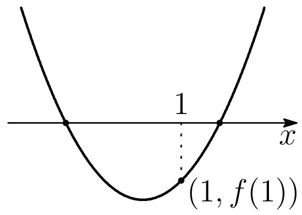
したがって　$\boldsymbol{a<0,\ 4<a}$

(4) $C$ が $x$ 軸と，$x>1$ と $x<1$ に 1 つずつ交点をもつには,
$x^2$ の係数が正であるから，$f(1)<0$ であればよい.

$$1^2+a\cdot1+a<0$$

$$2a+1<0$$

したがって　$\boldsymbol{a<-\dfrac{1}{2}}$




(5) $C$ が $x$ 軸と，$x<-1$ で異なる 2 つの交点をもつには,
$x^2$ の係数が正であるから

(3) の結果から　$a<0,\ 4<a$　$\cdots$①

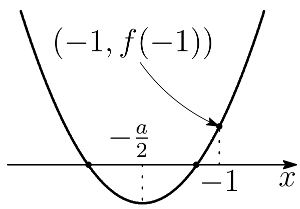
(1) の結果から　$-\dfrac{a}{2}<-1$

すなわち　$a>2$　$\cdots$②

$f(-1)=(-1)^2+a\cdot(-1)+a=1>0$

に注意し，①，② の共通部分を求めて

$$\boldsymbol{a>4}$$




(答) カ. $\left(-\dfrac{a}{2},-\dfrac{a^2}{4}+a\right)$　キ. 2　ク. 1　ケ. $a<0,\ 4<a$

コ. $a<-\dfrac{1}{2}$　サ. $a>4$

$\boxed{\mathbf{2}}$ 問 A. (1) $V(45^\circ)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\pi r^3\times\dfrac{45}{360}-\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}r^2\sin 45^\circ\right)\times r$

$$=\frac{1}{12}\pi r^3-\frac{\sqrt{2}}{12}r^3=\frac{\pi-\sqrt{2}}{12}r^3$$

(2) $V(30^\circ)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\pi r^3\times\dfrac{30}{360}-\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}r^2\sin 30^\circ\right)\times r$

$$=\frac{1}{18}\pi r^3-\frac{1}{12}r^3=\frac{2\pi-3}{36}r^3$$

$$V(60^\circ)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi r^3\times\frac{60}{360}-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}r^2\sin 60^\circ\right)\times r$$

$$=\frac{1}{9}\pi r^3-\frac{\sqrt{3}}{12}r^3=\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{36}r^3$$

したがって $V(30^\circ):V(60^\circ)=\dfrac{2\pi-3}{36}r^3:\dfrac{4\pi-3\sqrt{3}}{36}r^3$

$$=\boldsymbol{(2\pi-3):(4\pi-3\sqrt{3})}$$

問 B. $\cos^2\theta+\sqrt{2}\sin\theta+2=(1-\sin^2\theta)+\sqrt{2}\sin\theta+2$

$$=-\sin^2\theta+\sqrt{2}\sin\theta+3$$

$\sin\theta=x$ とおくと，$0^\circ\leqq\theta\leqq 180^\circ$ のとき $0\leqq x\leqq 1$ であり

$$f(\theta)=-x^2+\sqrt{2}\,x+3$$

よって $f(\theta)=-\left(x-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\dfrac{7}{2}$

したがって $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ すなわち $\boldsymbol{\theta=45^\circ,\ 135^\circ}$ で **最大値** $\boldsymbol{\dfrac{7}{2}}$

$x=0$ すなわち $\boldsymbol{\theta=0^\circ,\ 180^\circ}$ で **最小値 3**