

平成19年度 熊本リハビリテーション学院一般前期入学試験問題  
 数学I・数学A(平成18年12月16日)

第1問 次の〔問1〕～〔問3〕に適するものを①～⑩から選べ。

- (1)  $4x^2 - 8x - k = 0$ の1つの解が $\frac{5}{2}$ のとき、 $k =$ 〔問1〕であり、もう一つの解を $\alpha$ とすると $\alpha =$ 〔問2〕である。
- (2) 家から2500m離れた学校へ行くのに、はじめ分速50mで歩くことにする。8時に家を出て8時30分の授業開始時刻に間に合うためには〔問3〕分以上を分速100mで歩けばよい。

- ①  $-\frac{4}{5}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{4}$       ⑤ 5  
 ⑥ 12      ⑦ 15      ⑧ 18      ⑨ 20      ⑩ 22

第2問  $x$ についての2次関数 $y = x^2 + 2ax + 3a^2 + 12a + 6 \cdots$ ①の最小値を $m$ とするとき、次の〔問4〕～〔問6〕に適するものを①～⑩から選べ。

- (1)  $a$ の関数 $m$ は、 $a =$ 〔問4〕のとき、最小値〔問5〕をとる。
- (2)  $a$ が(1)をみたすとき、①のグラフが $x$ 軸と交わる2点をA、Bとし、その頂点をPとする。このとき、 $\triangle ABP$ の面積 $S$ は $S =$ 〔問6〕である。

- ① -12      ② -3      ③ -1      ④ 1      ⑤ 3  
 ⑥  $2\sqrt{3}$       ⑦ 12      ⑧  $12\sqrt{3}$       ⑨ 36      ⑩  $24\sqrt{3}$

第3問  $\cos \theta = -\frac{3\sqrt{5}}{7}$  ( $90^\circ < \theta < 180^\circ$ )のとき、次の〔問7〕～〔問8〕に適するものを①～⑩から選べ。

- (1)  $\sin \theta =$ 〔問7〕  
 (2)  $\tan^2 \theta + 2 \tan \theta + 1 =$ 〔問8〕

- ①  $\frac{-4\sqrt{5}}{7}$       ②  $\frac{-2\sqrt{5}}{15}$       ③  $\frac{2}{7}$       ④  $\frac{4\sqrt{5}}{7}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{15}$   
 ⑥  $\frac{4\sqrt{5}}{49}$       ⑦  $\frac{40 - 12\sqrt{5}}{45}$       ⑧  $\frac{49 - 12\sqrt{5}}{45}$       ⑨  $\frac{12\sqrt{5}}{11}$       ⑩  $\frac{8}{11}$

第4問 1辺が10の正三角形ABCを底面とする三角錐OABCがあり,  $OA = OB = OC$  かつ  $\angle AOB = 90^\circ$  である。ABの中点をM, 頂点Oから底面に下ろした垂線をOHとすると, 次の〔問9〕~〔問12〕に適するものを①~⑩から選べ。

- (1) 線分OMの長さは〔問9〕である。
- (2) 線分MHの長さは〔問10〕である。
- (3) 三角錐OABCの高さOHの長さは〔問11〕である。
- (4)  $\cos \angle OMC$ の大きさは〔問12〕である。

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$	② $\frac{\sqrt{6}}{3}$	③ $\frac{5\sqrt{6}}{3}$	④ $5\sqrt{3}$	⑤ 5
⑥ $10\sqrt{2}$	⑦ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$	⑧ $10\sqrt{3}$	⑨ $5\sqrt{2}$	⑩ 10

第5問 1から20までの番号をつけたカードがある。これから1枚のカードを抜き取り, 続いてもう1枚のカードを抜き取る時, 次の〔問13〕~〔問15〕に適するものを①~⑩から選べ。

- (1) 1枚目のカードが奇数で2枚目も奇数である確率は〔問13〕である。
- (2) 1枚目のカードが2桁の3の倍数で, 2枚目のカードが2桁の7の倍数である確率は〔問14〕である。
- (3) 1枚目のカードが奇数で2枚目のカードが2桁の偶数である確率は〔問15〕である。

① $\frac{3}{380}$	② $\frac{9}{380}$	③ $\frac{3}{190}$	④ $\frac{1}{19}$	⑤ $\frac{21}{380}$
⑥ $\frac{3}{38}$	⑦ $\frac{9}{38}$	⑧ $\frac{1}{4}$	⑨ $\frac{3}{19}$	⑩ $\frac{19}{40}$

## 解答例

第1問 (1)  $\frac{5}{2}$  は2次方程式  $4x^2 - 8x - k = 0$  の1つの解であるから

$$4\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 8 \cdot \frac{5}{2} - k = 0 \quad \text{これを解いて } k = 5$$

2次方程式は  $4x^2 - 8x - 5 = 0$  であるから，左辺を因数分解すると

$$(2x + 1)(2x - 5) = 0$$

ゆえに  $x = -\frac{1}{2}, \frac{5}{2}$

よって，もう1つの解  $\alpha$  は  $\alpha = -\frac{1}{2}$

(2) 分速100mで  $x$  分間歩くとき，その歩いた距離は  $100x$  m であり，分速50mで歩いた距離は  $(2500 - 100x)$  m となるから，次の不等式を解けばよい．

$$x + \frac{2500 - 100x}{50} \leq 30$$

ゆえに  $x + (50 - 2x) \leq 30$

整理して  $-x \leq -20$

よって  $x \geq 20$

	問1	問2	問3
正解	5	2	9
配点	7点	6点	7点

第2問 (1)  $y = x^2 + 2ax + 3a^2 + 12a + 6 \cdots \textcircled{1}$   
 $= (x + a)^2 - a^2 + 3a^2 + 12a + 6$   
 $= (x + a)^2 + 2a^2 + 12a + 6$

$\textcircled{1}$  の最小値  $m$  は  $m = 2a^2 + 12a + 6$

$$\begin{aligned} m &= 2(a^2 + 6a) + 6 \\ &= 2\{(a + 3)^2 - 3^2\} + 6 \\ &= 2(a + 3)^2 - 12 \end{aligned}$$

よって,  $m$  は  $a = -3$  のとき最小値  $-12$  をとる.

(2)  $a = -3$  のとき  $y = (x - 3)^2 - 12$

P の  $y$  座標は  $-12$

$x$  軸との共有点 A, B の  $x$  座標は,  $y = 0$  のとき  $x = 3 \pm 2\sqrt{3}$

ゆえに, AB 間の距離は  $AB = (3 + 2\sqrt{3}) - (3 - 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$

よって,  $\triangle ABP$  の面積  $S$  は  $S = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 12 = 24\sqrt{3}$

	問4	問5	問6
正解	$\widehat{2}$	$\widehat{1}$	$\widehat{0}$
配点	7点	7点	6点

第3問 (1)  $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta = 1 - \left(-\frac{3\sqrt{5}}{7}\right)^2 = \frac{4}{49}$

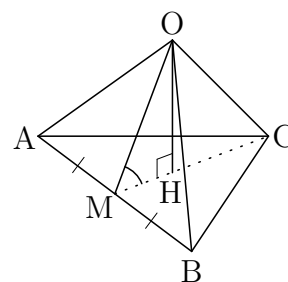
$90^\circ < \theta < 180^\circ$  より  $\sin \theta > 0$  であるから  $\sin \theta = \sqrt{\frac{4}{49}} = \frac{2}{7}$

(2)  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{2}{7} \div \left(-\frac{3\sqrt{5}}{7}\right) = -\frac{2}{3\sqrt{5}}$

ゆえに  $\tan^2 \theta + 2 \tan \theta + 1 = (\tan \theta + 1)^2 = \left(1 - \frac{2}{3\sqrt{5}}\right)^2$   
 $= \left(\frac{3\sqrt{5} - 2}{3\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{49 - 12\sqrt{5}}{45}$

	問7	問8
正解	$\widehat{3}$	$\widehat{8}$
配点	7点	6点

- 第4問 (1)  $OA = OB, AM = MB$  であるから  $\triangle OAM$  と  $\triangle OBM$  は合同である。  
 また,  $\angle AOB = 90^\circ$  であるから,  $\triangle OAM$  と  $\triangle OBM$  は直角二等辺三角形である。  
 ゆえに  $OM = AM = MB = 5$



- (2) (3) (4)

$OA = OB = OC$  より,  $\triangle OAH, \triangle OBH, \triangle OCH$  は, 合同な直角三角形であるから,  $HA = HB = HC$ . ゆえに,  $H$  は  $\triangle ABC$  の外心である.

また,  $\triangle ACM$  と  $\triangle BCM$  は合同な直角三角形であるから  $MC$  は,  $AB$  の垂直二等分線である. ゆえに,  $H$  は  $MC$  上にある.

$\triangle CAM$  は  $AC$  を斜辺とする直角三角形であるから

$$MC = AC \sin \angle CAM = 10 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}$$

$$OC = OA = AM \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$\triangle OMC$  に余弦定理を適用すると

$$\begin{aligned} \cos \angle OMC &= \frac{OM^2 + MC^2 - OC^2}{2OM \cdot MC} \\ &= \frac{5^2 + (5\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{2})^2}{2 \cdot 5 \cdot 5\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$$\text{このとき } \sin \angle OMC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle OMC} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{よって } MH = OM \cos \angle OMC = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$OH = OM \sin \angle OMC = 5 \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$$

	問9	問10	問11	問12
正解	5	7	3	1
配点	7点	7点	7点	6点

- 第5問 (1) 奇数2枚を取り出す確率は  $\frac{{}_{10}P_2}{{}_{20}P_2} = \frac{9}{38}$
- (2) 2桁の3の倍数は {12, 15, 18} の3枚  
 2桁の7の倍数は {14} の1枚  
 よって、求める確率は  $\frac{3 \times 1}{{}_{20}P_2} = \frac{3}{380}$
- (3) 奇数は {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19} の10枚  
 2桁の偶数は {10, 12, 14, 16, 18, 20} の6枚  
 よって、求める確率は  $\frac{10 \times 6}{{}_{20}P_2} = \frac{3}{19}$

	問13	問14	問15
正解	7	1	9
配点	7点	7点	6点