平成１８年度　熊本リハビリテーション学院一般前期入学試験問題
数学I・数学A(平成17年12月17日)

第１問 2次関数 $y = x^2 + kx - 2k$ のグラフについて，次の $\boxed{\text{〔問1〕}}$ 〜 $\boxed{\text{〔問4〕}}$ に適するものを ① 〜 ⓪ から選べ。

(1) このグラフが $x = 0$ で x 軸に接するとき，k の値は $\boxed{\text{〔問1〕}}$ である。

(2) このグラフが $x = 0$ と異なる点で x 軸に接するとき，k の値は $\boxed{\text{〔問2〕}}$ である。

(3) このグラフが $x = 1$ と $x = \alpha$ の異なる2点で x 軸と交わるとき，k の値は $\boxed{\text{〔問3〕}}$ であり，α の値は $\boxed{\text{〔問4〕}}$ である。

① -1	② 0	③ 1	④ -2	⑤ 2
⑥ $-\frac{1}{3}$	⑦ $\frac{2}{3}$	⑧ -8	⑨ 8	⓪ $\frac{1}{3}$

第２問 円Oの周上に2点A，Bがあり，ABは直径CDと点Pで交わっている。PC $=$ 5PD，PA $= 5$，PB $= 2$ であるとき，次の $\boxed{\text{〔問5〕}}$ 〜 $\boxed{\text{〔問8〕}}$ に適するものを ① 〜 ⓪ から選べ。

$\boxed{\text{〔問5〕}}$ PC·PD の値を求めよ。

$\boxed{\text{〔問6〕}}$ PO の大きさを求めよ。

$\boxed{\text{〔問7〕}}$ PD の大きさを求めよ。

$\boxed{\text{〔問8〕}}$ 円Oの半径の大きさを求めよ。

① $\frac{\sqrt{5}}{2}$	② $\frac{5}{2}$	③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$	④ $\sqrt{2}$	⑤ $\sqrt{5}$
⑥ $2\sqrt{2}$	⑦ $3\sqrt{2}$	⑧ $4\sqrt{2}$	⑨ $5\sqrt{2}$	⓪ 10

第 3 問 1 個のサイコロを 5 回投げるとき，次の $\boxed{\textbf{〔問 9〕}}$ ～ $\boxed{\textbf{〔問 11〕}}$ に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

(1) 偶数の目がちょうど 2 回出る確率は $\boxed{\textbf{〔問 9〕}}$ である。

(2) 5 回とも偶数の目が出る確率は $\boxed{\textbf{〔問 10〕}}$ である。

(3) 少なくとも 1 回 5 の目が出る確率は $\boxed{\textbf{〔問 11〕}}$ である。

1 $\dfrac{1}{32}$	2 $\dfrac{3}{8}$	3 $\dfrac{5}{16}$	4 $\dfrac{5}{8}$	5 $\dfrac{3}{4}$
6 $\dfrac{11}{30}$	7 $\dfrac{3125}{7776}$	8 $\dfrac{625}{1296}$	9 $\dfrac{671}{1296}$	0 $\dfrac{4651}{7776}$

第 4 問 次の $\boxed{\textbf{〔問 12〕}}$ ～ $\boxed{\textbf{〔問 15〕}}$ に適するものを 1 ～ 0 から選べ。

(1) 実数 a，b に関する命題「積 $ab \neq 10 \Longrightarrow a \neq 2$ または $b \neq$ $\boxed{\textbf{〔問 12〕}}$」は真である。

(2) 自然数 m，n に関する命題「積 mn は偶数 $\Longrightarrow$ 和 $m+n$ は偶数」は $\boxed{\textbf{〔問 13〕}}$ である。

(3) 自然数 m，n に関する命題「積 mn は奇数 $\Longrightarrow$ 和 $m+n$ は奇数」は $\boxed{\textbf{〔問 14〕}}$ である。

(4) 実数 p，q に関する命題「積 pq と和 $p+q$ がともに有理数 $\Longrightarrow$ p も q もともに有理数」は $\boxed{\textbf{〔問 15〕}}$ である。

1 真	2 偽	3 必要条件	4 十分条件	5 対偶
6 1	7 3	8 4	9 5	0 10

解答例

第１問 (1) (2) グラフが x 軸と接するための条件は，係数について

$$k^2 - 4{\cdot}1{\cdot}(-2k) = 0 \qquad \text{すなわち} \qquad k(k+8) = 0$$

ゆえに，k の値は　$k = 0, -8$

接点の x 座標は　$x = -\dfrac{k}{2{\cdot}1} = -\dfrac{k}{2}$

よって，接点の座標は　$\boldsymbol{k=0}$ のとき $(0,\ 0)$，$\boldsymbol{k=-8}$ のとき $(4,\ 0)$

(3) 2 次関数 $y = x^2 + kx - 2k$ のグラフが点 $(1,\ 0)$ を通るから

$$0 = 1^2 + k{\cdot}1 - 2k \quad \text{これを解いて} \quad \boldsymbol{k = 1}$$

このとき　$y = x^2 + x - 2$

$\qquad = (x-1)(x+2)$

このグラフは，x 軸と 2 点 $(1, 0)$，$(\boldsymbol{-2},\ 0)$ で交わる．

	問 1	問 2	問 3	問 4
正解	2	8	3	4
配点	6 点	7 点	7 点	7 点

2 次方程式の係数と実数の解

2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の実数の解は，$b^2 - 4ac$ の符号によって次のように分類される．$b^2 - 4ac = 0$ のときは，2 つの解が重なったものと考えて，この解を**重解**という．

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数の解と b^2-4ac の符号			
$b^2 - 4ac$ の符号	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
実数の解	$\dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ (異なる 2 つの解)	$-\dfrac{b}{2a}$ (重解)	ない

[注意] 上の $b^2 - 4ac$ を D で表すことがある．

第 2 問 方べきの定理により　PC·PD = PA·PB

したがって　　　　　　$\mathrm{PC}\cdot\mathrm{PD} = 5\times 2 = \mathbf{10}$　$\cdots$ ①

$\mathrm{PD} = x$ とおくと，$\mathrm{PC} = 5\mathrm{PD}$ より　$\mathrm{PC} = 5x$

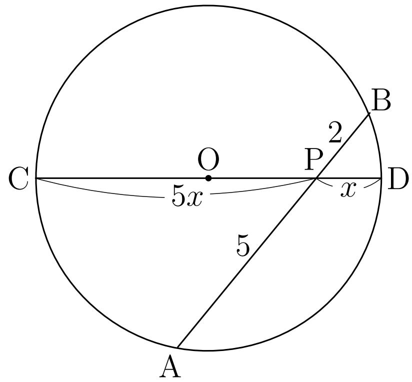
これらを ① に代入して

$$x \times 5x = 10 \quad \text{すなわち} \quad x^2 = 2$$

$x > 0$ であるから　$x = \sqrt{2}$　ゆえに　$\mathbf{PD} = \sqrt{\mathbf{2}}$

CD は円の直径であるから，円の半径は　$3x = \mathbf{3\sqrt{2}}$

$\mathrm{PO} = \mathrm{PC} - \mathrm{OC} = 5x - 3x = 2x$ であるから　$\mathrm{PO} = 2x = \mathbf{2\sqrt{2}}$



	問 5	問 6	問 7	問 8
正解	0	6	4	7
配点	6 点	7 点	7 点	7 点

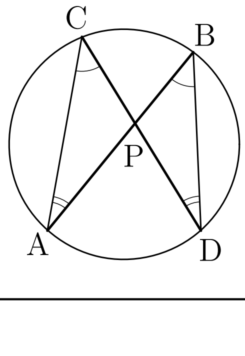
方べきの定理

円の 2 つの弦 AB，CD の交点，またはそれらの延長の交点を P とすると，

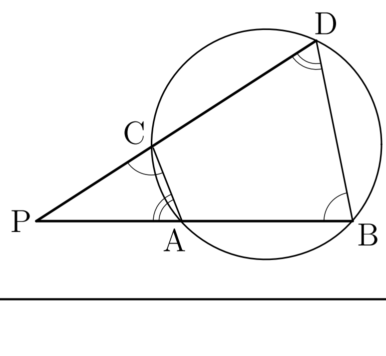
$$\mathrm{PA}\cdot\mathrm{PB} = \mathrm{PC}\cdot\mathrm{PD}$$

が成り立つ.

[1]



[2]



第 3 問 (1) サイコロを 1 回投げるとき，偶数の目が出る確率は $\dfrac{1}{2}$

よって，5 回投げて偶数の目がちょうど 2 回出る確率は

$$\begin{aligned} {}_5\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-2} &= 10\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= \boldsymbol{\frac{5}{16}} \end{aligned}$$

(2) 5 回とも偶数の目が出る確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \boldsymbol{\frac{1}{32}}$$

(3) 5 回投げて 5 以外の目が出る確率は

$$\left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776}$$

したがって，少なくとも 1 回 5 の目が出る確率は

$$1-\frac{3125}{7776} = \boldsymbol{\frac{4651}{7776}}$$

	問 9	問 10	問 11
正解	3	1	0
配点	6 点	7 点	7 点

反復試行の確率

1 回の試行で事象 A の起こる確率を p とする．この試行を n 回行う反復試行で，A がちょうど r 回起こる確率は

$$\boldsymbol{{}_n\mathrm{C}_r p^r (1-p)^{n-r}}$$

第 4 問 (1) 「積 $ab \neq 10 \Longrightarrow a \neq 2$ または $b \neq \mathbf{5}$」の対偶は

「$a = 2$ かつ $b = 5 \Longrightarrow ab = 10$ 」

対偶が真であるからもとの命題も真である.

(2) **偽** (反例：$m = 1$，$n = 2$)

(3) **偽** (反例：$m = 1$，$n = 1$)

(4) **偽** (反例：$p = \sqrt{2}$，$q = -\sqrt{2}$)

	問 12	問 13	問 14	問 15
正解	9	2	2	2
配点	6 点	7 点	7 点	6 点

命題とその対偶の真偽

命題 $p \Longrightarrow q$ とその対偶 $\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$ の真偽は一致する.

条件「かつ」,「または」の否定

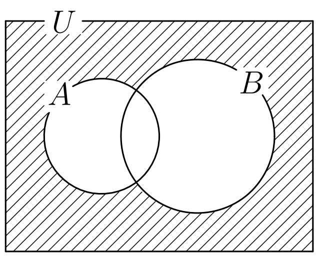
$$\overline{\boldsymbol{p}\ \text{かつ}\ \boldsymbol{q}} \iff \overline{\boldsymbol{p}}\ \text{または}\ \overline{\boldsymbol{q}}$$

$$\overline{\boldsymbol{p}\ \text{または}\ \boldsymbol{q}} \iff \overline{\boldsymbol{p}}\ \text{かつ}\ \overline{\boldsymbol{q}}$$

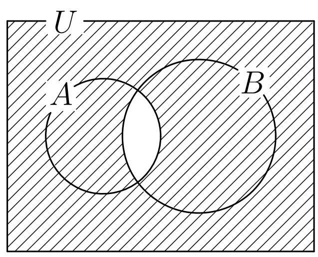
ド・モルガンの法則

1 $\overline{\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cap \overline{\boldsymbol{B}}$

2 $\overline{\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cup \overline{\boldsymbol{B}}$



$\overline{\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}}$ **と** $\overline{\boldsymbol{A}} \cap \overline{\boldsymbol{B}}$



$\overline{\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}}$ **と** $\overline{\boldsymbol{A}} \cup \overline{\boldsymbol{B}}$