平成20年度　熊本保健科学大学一般推薦入学試験問題
数学I・A(平成19年11月17日)

3 次の各問いの空欄に当てはまるものを下の ①〜④ の中から一つ選び，ア，イ，ウ，$\cdots$ で示された解答欄に記入しなさい。

問1 $x=\sqrt{5}+\sqrt{3}$，$y=\sqrt{5}-\sqrt{3}$ のとき，$\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\boxed{\text{ア}}$ である。

① 2　② 4
③ 8　④ 16

問2 連立不等式 $\begin{cases} 2x+3>6 \\ 4x+3<x+9 \end{cases}$ を解くと $\boxed{\text{イ}}$ である。

① $x<\dfrac{3}{2},\ x>2$　② $\dfrac{3}{2}<x<2$
③ $x<0,\ x>3$　④ $0<x<3$

問3 2次方程式 $6x^2-7x-3=0$ を解くと $\boxed{\text{ウ}}$ である。

① $x=-\dfrac{1}{3},-\dfrac{3}{2}$　② $x=-\dfrac{1}{3},\ \dfrac{3}{2}$
③ $x=\dfrac{1}{3},-\dfrac{3}{2}$　④ $x=\dfrac{1}{3},\ \dfrac{3}{2}$

問4 放物線 $y=x^2$ のグラフを x 軸方向に 2，y 軸方向に 3 だけ平行移動した 2 次関数のグラフの方程式は $\boxed{\text{エ}}$ である。

① $y=(x-2)^2-3$　② $y=(x-2)^2+3$
③ $y=(x+2)^2-3$　④ $y=(x+2)^2+3$

問5 2次関数 $y=2x^2-5x+2$ のグラフと x 軸との共有点の個数は $\boxed{\text{オ}}$ 個である。

① 0　② 1
③ 2　④ 3

問 6 2 次不等式 $2x^2-5x-3 \leqq 0$ の解は $\boxed{\text{カ}}$ である。

① $x \leqq -3,\ x \geqq \dfrac{1}{2}$　　② $-3 \leqq x \leqq \dfrac{1}{2}$

③ $x \leqq -\dfrac{1}{2},\ x \geqq 3$　　④ $-\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 3$

問 7 $0° < \theta < 90°$ とする。$\sin\theta = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$ のとき，$\cos\theta = \boxed{\text{キ}}$ である。

① $\dfrac{1}{4}$　　② $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

③ $\dfrac{3}{4}$　　④ $\dfrac{\sqrt{23}}{4}$

問 8 $\mathrm{AB}=5$，$\mathrm{AC}=8$，$\angle\mathrm{BAC}=60°$ である三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。

① 10　　② $10\sqrt{2}$

③ $10\sqrt{3}$　　④ 20

問 9 1，2，3，4，5 の 5 つの数の中から 3 個を選んで 3 桁の整数を作るとき，できる奇数は全部で $\boxed{\text{ケ}}$ 個ある。ただし，同じ数字を重複して使ってもよいものとする。

① 15　　② 27

③ 60　　④ 75

問 10 3 個のさいころを 1 回投げて出る目の数の和が 10 以下になる確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。

① $\dfrac{3}{54}$　　② $\dfrac{73}{216}$

③ $\dfrac{1}{2}$　　④ $\dfrac{139}{216}$

$\boxed{\textbf{4}}$ 次の各問いの空欄に当てはまるものを答えなさい。なお，問題文中の$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$などには，数字 (0〜9)，または符号 (−) が入り，ア，イ，ウ，$\cdots$ の一つ一つには，これらのいずれか一つが対応する。それらを，ア，イ，ウ，$\cdots$ で示された解答欄に記入しなさい。また，分数形で解答が求められる場合には，既約分数で答えなさい。

例：$\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ に $\dfrac{23}{7}$ と答えたいときは，アに「2」，イに「3」，ウに「7」を記入する。

例：$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として，エに「−」，オに「4」，カに「5」を記入する。符号は分子につけ,分母につけてはならない。

問 1 次の各問に答えよ。

(1) $0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{21}}{5}$ のとき，$\tan\theta = \dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{\boxed{\text{エオ}}}$ である。

(2) $\mathrm{BC} = 8$，$\angle\mathrm{BAC} = 45^\circ$ である三角形 ABC の外接円の半径は $\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) $\mathrm{AB} = 3$，$\mathrm{BC} = \sqrt{21}$，$\cos\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{2}{3}$ である三角形 ABC において，$\mathrm{AC} = \boxed{\text{ク}}$ である。

問 2 男子 4 人，女子 3 人，合わせて 7 人の生徒がいる。

(1) 7 人の生徒が横 1 列に並ぶとき，両端が女子である並び方は全部で$\boxed{\text{ケコセ}}$通りある。

(2) 7 人の生徒が横 1 列に並ぶとき，男子と女子が交互に並ぶ並び方は全部で$\boxed{\text{シスセ}}$通りある。

(3) 7 人の生徒が円形のテーブルのまわりに座るとき，女子 3 人が全員隣り合って座る座り方は全部で$\boxed{\text{ソタチ}}$通りある。

解答例

$\boxed{\mathbf{3}}$ 問1 $x+y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$

$xy=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2=2$

したがって $\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}=\dfrac{(2\sqrt{5})^2-2{\cdot}2}{2}=\mathbf{8}$

(答) ③

問2 $2x+3>6$ より $x>\dfrac{3}{2}$ $\cdots$①

$4x+3<x+9$ より $x<2$ $\cdots$②

①，② の共通範囲を求めて $\boldsymbol{\dfrac{3}{2}<x<2}$

(答) ②

問3 左辺を因数分解すると $(3x+1)(2x-3)=0$

よって $3x+1=0$ または $2x-3=0$

したがって，解は $\boldsymbol{x=-\dfrac{1}{3},\ \dfrac{3}{2}}$

(答) ②

【別解】解の公式により

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4{\cdot}6{\cdot}(-3)}}{2{\cdot}6} \\
&= \frac{7\pm\sqrt{121}}{12}=\frac{7\pm 11}{12} \\
&= \frac{18}{12},\ \frac{-4}{12}=\boldsymbol{\frac{3}{2},-\frac{1}{3}}
\end{aligned}
$$

問4 (答) ②

【解説】$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動したグラフの方程式は $y=a(x-p)^2+q$ である．

問5 2次関数 $y = 2x^2 - 5x + 2$ の係数について

$$D = (-5)^2 - 4{\cdot}2{\cdot}2 = 9 > 0$$

よって，x 軸との共有点の個数は **2個**

(答) ③

問6 左辺を因数分解すると　$(x-3)(2x+1) \leqq 0$

したがって　　$\boldsymbol{-\frac{1}{2} \leqq x \leqq 3}$

(答) ④

問7 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ のとき　$\cos\theta > 0$

ゆえに　$\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2} = \boldsymbol{\frac{3}{4}}$

(答) ③

問8 $c = 5$，$b = 8$，$A = 60^\circ$ であるから

$$\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}{\cdot}8{\cdot}5{\cdot}\frac{\sqrt{3}}{2} = \boldsymbol{10\sqrt{3}}$$

(答) ③

問9 百の位と十の位の選び方は，1，2，3，4，5 の 5 通りで，
一の位の選び方は 1，3，5 の 3 通りであるから

$5 \times 5 \times 3 = \mathbf{75}$　(通り)

(答) ④

問10 3個のさいころの出る目の総数は　$6^3 = 216$

3個のさいころの目を x，y，z とすると，$x + y + z \leqq 10$　$\cdots$①

[1] $x + y = 2$ のとき

$(x, y) = (1, 1)$ の 1 通り

これに対して，① より $z \leqq 8$ であるから

$z = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$　の 6 通り

このとき　$1 \times 6 = 6$ (通り)

[2] $x + y = 3$ のとき

$(x, y) = (1, 2),\ (2, 1)$　の 2 通り

これに対して，① より $z \leqq 7$ であるから

$z = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$　の 6 通り

このとき　$2 \times 6 = 12$ (通り)

［3］ $x+y=4$ のとき

$$(x,y)=(1,3),\ (2,2),\ (3,1) \quad \text{の}\,3\,\text{通り}$$

これに対して，① より $z \leqq 6$ であるから

$$z=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6 \quad \text{の}\,6\,\text{通り}$$

このとき　$3\times 6=18$ (通り)

［4］ $x+y=5$ のとき

$$(x,y)=(1,4),\ (2,3),\ (3,2),\ (4,1) \quad \text{の}\,4\,\text{通り}$$

これに対して，① より $z \leqq 5$ であるから

$$z=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5 \quad \text{の}\,5\,\text{通り}$$

このとき　$4\times 5=20$ (通り)

［5］ $x+y=6$ のとき

$$(x,y)=(1,5),\ (2,4),\ (3,3),\ (4,2),\ (5,1) \quad \text{の}\,5\,\text{通り}$$

これに対して，① より $z \leqq 4$ であるから

$$z=1,\ 2,\ 3,\ 4 \quad \text{の}\,4\,\text{通り}$$

このとき　$5\times 4=20$ (通り)

［6］ $x+y=7$ のとき

$$(x,y)=(1,6),\ (2,5),\ (3,4),\ (4,3),\ (5,2),\ (6,1) \quad \text{の}\,6\,\text{通り}$$

これに対して，① より $z \leqq 3$ であるから

$$z=1,\ 2,\ 3 \quad \text{の}\,3\,\text{通り}$$

このとき　$6\times 3=18$ (通り)

［7］ $x+y=8$ のとき

$$(x,y)=(2,6),\ (3,5),\ (4,4),\ (5,3),\ (6,2) \quad \text{の}\,5\,\text{通り}$$

これに対して，① より $z \leqq 2$ であるから

$$z=1,\ 2 \quad \text{の}\,2\,\text{通り}$$

このとき　$5\times 2=10$ (通り)

［8］ $x+y=9$ のとき

$$(x,y)=(3,6),\ (4,5),\ (5,4),\ (6,3) \quad \text{の}\,4\,\text{通り}$$

これに対して，① より $z \leqq 1$ であるから

$$z=1 \quad \text{の}\,1\,\text{通り}$$

このとき　$4\times 1=4$ (通り)

［1］～［8］により

$$\frac{6+12+18+20+20+18+10+4}{216}=\frac{108}{216}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

(答) ③

$\boxed{\mathbf{4}}$ 問 1 (1) $0° < \theta < 90°$ のとき　$\sin\theta > 0$

ゆえに　$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{21}}{5}\right)^2} = \dfrac{2}{5}$

よって　$\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2}{5} \div \dfrac{\sqrt{21}}{5} = \dfrac{\mathbf{2\sqrt{21}}}{\mathbf{21}}$

(2) 外接円の半径を R とすると，正弦定理により　$\dfrac{8}{\sin 45°} = 2R$

よって　$R = \dfrac{8}{2\sin 45°} = \dfrac{8}{\sqrt{2}} = \mathbf{4\sqrt{2}}$

(3) $c=3$，$a=\sqrt{21}$，$\cos A = \dfrac{2}{3}$ を余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ に適用すると

$$(\sqrt{21})^2 = b^2 + 3^2 - 2{\cdot}b{\cdot}3{\cdot}\frac{2}{3}$$

整理して　$b^2 - 4b - 12 = 0$

ゆえに　$(b+2)(b-6) = 0$

$b > 0$ より　$b = \mathbf{6}$

(答) ア．2　イ．2　ウ．1　エ．2　オ．1　カ．4　キ．2　ク．6

問 2 (1) 両端の女子の並び方は，${}_3\mathrm{P}_2$ 通りある．

間に並ぶ残り 5 人の並び方は，5! 通りある．

よって，積の法則により　${}_3\mathrm{P}_2 \times 5! = 6 \times 120 = \mathbf{720}$ (通り)

(2) 「男女男女男女男」の並びである．

男子 4 人の並び方は，4! 通りあり，

女子 3 人の並び方は，3! 通りある．

よって，積の法則により　$4! \times 3! = 24 \times 6 = \mathbf{144}$ (通り)

(3) 女子 3 人のひとまとめと男子 4 人の 5 つの円順列は，$(5-1)!$ 通りある．

女子 3 人の座り方は，3! 通りある．

よって，積の法則により　$(5-1)! \times 3! = 24 \times 6 = \mathbf{144}$ (通り)

(答) ケ．7　コ．2　サ．0　シ．1　ス．4　セ．4　ソ．1　タ．4　チ．4