平成19年度　熊本保健科学大学一般推薦入学試験問題
数学I・A(平成18年11月18日)

$\boxed{\mathbf{3}}$ 次の各問いの空欄に当てはまるものを下の ①〜④ の中から一つ選び，ア，イ，ウ，$\cdots$ で示された解答欄に記入しなさい。

問1 $x = 1 + \sqrt{6}$，$y = 1 - \sqrt{6}$ のとき，$x^2 + y^2 = \boxed{\text{ア}}$ である。

① -6　　② $2 - 2\sqrt{6}$

③ $2 + 2\sqrt{6}$　　④ 14

問2 $|x - 5| > 3$ を解くと $\boxed{\text{イ}}$ である。

① $x < 2,\ x > 8$　　② $2 < x < 8$

③ $x < -2,\ x > 2$　　④ $-2 < x < 2$

問3 2次方程式 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ を解くと $\boxed{\text{ウ}}$ である。

① $x = -\dfrac{1}{2}, -2$　　② $x = -\dfrac{1}{2},\ 2$

③ $x = \dfrac{1}{2}, -2$　　④ $x = \dfrac{1}{2},\ 2$

問4 放物線 $y = -x^2 - 4x - 6$ の頂点は，点 $\boxed{\text{エ}}$ である。

① $(-2, -2)$　　② $(-2,\ 2)$

③ $(2, -2)$　　④ $(2,\ 2)$

問5 2次関数 $y = 2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$ のグラフと x 軸との共有点の個数は $\boxed{\text{オ}}$ 個である。

① 0　　② 1

③ 2　　④ 3

問 6　2 次不等式 $4x^2+12x-27 \geqq 0$ の解は $\boxed{\text{カ}}$ である。

① $-\dfrac{9}{2} \leqq x \leqq -\dfrac{3}{2}$　　② $-\dfrac{3}{2} \leqq x \leqq \dfrac{9}{2}$

③ $x \leqq -\dfrac{9}{2},\ x \geqq \dfrac{3}{2}$　　④ $x \leqq -\dfrac{3}{2},\ x \geqq \dfrac{9}{2}$

問 7　$0^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$ のとき，$\sin\theta = \boxed{\text{キ}}$ である。

① $\dfrac{1}{4}$　　② $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

③ $\dfrac{13}{16}$　　④ $\dfrac{\sqrt{13}}{4}$

問 8　三角形 ABC において，$\mathrm{AB}=4$，$\mathrm{AC}=3$，$\angle \mathrm{A}=60^\circ$ のとき，$\mathrm{BC}=\boxed{\text{ク}}$ である。

① 2　　② $\sqrt{13}$

③ 5　　④ $3\sqrt{3}$

問 9　3，4，5，6，7 の 5 つの数字を使って 3 桁の整数を作るとき，できる整数は全部で $\boxed{\text{ケ}}$ 個である。ただし，同じ数字を重複して使ってよいものとする。

① 25　　② 27

③ 125　　④ 243

問 10　1，2，3，4，5，6，7，8 の数が 1 つずつ書かれた 8 枚のカードが袋の中に入っている。袋の中から同時に 2 枚のカードを取り出すとき，カードに書かれた数の積が奇数になる確率は $\boxed{\text{コ}}$ である。

① $\dfrac{1}{4}$　　② $\dfrac{3}{14}$

③ $\dfrac{1}{2}$　　④ $\dfrac{11}{14}$

4 次の各問いの空欄に当てはまるものを答えなさい。なお，問題文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，数字 (0〜9)，または符号 (−) が入り，ア，イ，ウ，$\cdots$ の一つ一つには，これらのいずれか一つが対応する。それらを，ア，イ，ウ，$\cdots$ で示された解答欄に記入しなさい。

また，分数形で解答が求められる場合には，既約分数で答えなさい。

例：$\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ に $\dfrac{23}{7}$ と答えたいときは，アに「2」，イに「3」，ウに「7」を記入する。

例：$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として，エに「−」，オに「4」，カに「5」を記入する。符号は分子につけ，分母につけてはならない。

問 1 AB $=4$，BC $=6$，CA $=5$ である三角形 ABC がある。

(1) $\sin\angle A = \dfrac{\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) 三角形 ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) 三角形 ABC に内接する円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

問 2 数直線上を動く動点 P がある。最初，P は原点にあり，1 個のさいころを 1 回投げて，1 の目が出たら正の方向へ 1 だけ進み，2，3 の目が出たら正の方向へ 2 だけ進み，4，5，6 が出たら負の方向へ 1 だけ進む。

(1) さいころを 2 回続けて投げたとき，原点に戻る確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(2) さいころを 3 回続けて投げたとき，P の座標が -1 である確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(3) さいころを 3 回続けて投げたとき，P の座標の期待値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

解答例

$\boxed{\mathbf{3}}$ 問 1 $x+y=(1+\sqrt{6})+(1-\sqrt{6})=2$

$$\begin{aligned} xy &= (1+\sqrt{6})(1-\sqrt{6}) \\ &= 1^2-(\sqrt{6})^2=-5 \end{aligned}$$

したがって　$\begin{aligned} x^2+y^2 &= (x+y)^2-2xy \\ &= 2^2-2\cdot(-5)=\mathbf{14} \end{aligned}$

(答) ④

問 2 $|x-5|>3$ より　$x-5<-3,\ 3<x-5$

したがって　$\boldsymbol{x<2,\ 8<x}$

(答) ①

問 3 左辺を因数分解すると　$(x-2)(2x+1)=0$

よって　$x-2=0$　または　$2x+1=0$

したがって，解は　$\boldsymbol{x=2,-\frac{1}{2}}$

(答) ②

【別解】解の公式により

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 2\cdot(-2)}}{2\cdot 2} \\ &= \frac{3\pm\sqrt{25}}{4}=\frac{3\pm 5}{4} \\ &= \frac{8}{4},\ \frac{-2}{4}=\boldsymbol{2,-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

問 4 $y=-x^2-4x-6$ の右辺を変形すると

$$\begin{aligned} -x^2-4x-6 &= -(x^2+4x)-6 \\ &= -\{(x+2)^2-2^2\}-6 \\ &= -(x+2)^2-2 \end{aligned}$$

したがって，放物線 $y=-x^2-4x-6$ の頂点の座標は　$\boldsymbol{(-2,-2)}$

(答) ①

問 5　2 次関数 $y = 2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1$ の係数について

$$D/4 = (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 = 0$$

よって，x 軸との共有点の個数は **1 個**

(答) ②

問 6　左辺を因数分解すると　$(2x+9)(2x-3) \geqq 0$

したがって　　$\boldsymbol{x \leqq -\frac{9}{2},\ \frac{3}{2} \leqq x}$

(答) ③

問 7　$0° < \theta < 90°$ のとき　$\sin\theta > 0$

ゆえに　$\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta} = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{13}}{4}}$

(答) ④

問 8　余弦定理により

$$\begin{aligned} \mathrm{BC}^2 &= \mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2 - 2\mathrm{AB} \cdot \mathrm{AC}\cos A \\ &= 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\cos 60° \\ &= 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \times \frac{1}{2} = 13 \end{aligned}$$

$\mathrm{BC} > 0$ であるから　　$\boldsymbol{\mathrm{BC} = \sqrt{13}}$

(答) ②

問 9　$5^3 = \boldsymbol{125}$　(通り)

(答) ③

問 10　4 枚の奇数のカードから 2 枚取り出す確率であるから

$$\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_2} = \frac{6}{28} = \boldsymbol{\frac{3}{14}}$$

(答) ②

$\boxed{\mathbf{4}}$ 問1 (1) 余弦定理により

$$\cos\angle\mathrm{A} = \frac{\mathrm{CA}^2+\mathrm{AB}^2-\mathrm{BC}^2}{2\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}} = \frac{5^2+4^2-6^2}{2\cdot5\cdot4} = \frac{1}{8}$$

したがって　$\sin\angle\mathrm{A} = \sqrt{1-\left(\frac{1}{8}\right)^2} = \boldsymbol{\frac{3\sqrt{7}}{8}}$

(2) $\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}\sin\angle\mathrm{A} = \frac{1}{2}\cdot5\cdot4\times\frac{3\sqrt{7}}{8} = \boldsymbol{\frac{15\sqrt{7}}{4}}$

(3) $2s = \mathrm{BC}+\mathrm{CA}+\mathrm{AB}$ とおくと　$s = \frac{15}{2}$

$\triangle\mathrm{ABC}$ の内接円の半径を r とすると，$\triangle\mathrm{ABC} = rs$ であるから

$$\frac{15\sqrt{7}}{4} = r\times\frac{15}{2} \quad ゆえに \quad r = \boldsymbol{\frac{\sqrt{7}}{2}}$$

(答) ア．3　イ．7　ウ．8　エ．1　オ．5　カ．7　キ．4　ク．7　ケ．2

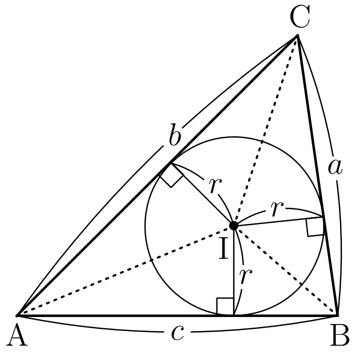
内接円の半径

三角形 ABC の内接円の中心を I，内接円の半径を r，$2s = a+b+c$ とする．このとき，$\triangle$IBC, $\triangle$ICA, $\triangle$IAB の面積はそれぞれ

$$\frac{1}{2}ar, \quad \frac{1}{2}br, \quad \frac{1}{2}cr$$

であり，三角形 ABC の面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2}ar+\frac{1}{2}br+\frac{1}{2}cr = \frac{1}{2}r(a+b+c) = rs$$



問 2 (1) 正の方向へ 1 だけ 1 回と負の方向へ 1 だけ 1 回進む場合であるから

$$ {}_2\mathrm{C}_1 \times \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} = \mathbf{\frac{1}{6}} $$

(2) 正の方向へ 1 だけ 1 回と負の方向へ 1 だけ 2 回進む場合であるから

$$ {}_3\mathrm{C}_1 \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \mathbf{\frac{1}{8}} $$

(3) 3 回投げたときの P の座標を X とすると，それぞれの確率は

$X=-3$ のとき　$\{-1,-1,-1\}$ の場合で　$\left(\frac{3}{6}\right)^3 = \frac{27}{216}$

$X=-1$ のとき　$\{-1,-1,\ 1\}$ の場合で　$\frac{3!}{2!1!}\cdot\left(\frac{3}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6} = \frac{27}{216}$

$X=0$ のとき　$\{-1,-1,\ 2\}$ の場合で　$\frac{3!}{2!1!}\cdot\left(\frac{3}{6}\right)^2\cdot\frac{2}{6} = \frac{54}{216}$

$X=1$ のとき　$\{-1,\ 1,\ 1\}$ の場合で　$\frac{3!}{1!2!}\cdot\frac{3}{6}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{9}{216}$

$X=2$ のとき　$\{-1,\ 1,\ 2\}$ の場合で　$\frac{3!}{1!1!1!}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6} = \frac{36}{216}$

$X=3$ のとき　$\{-1,\ 2,\ 2\}$ の場合で　$\frac{3!}{1!2!}\cdot\frac{3}{6}\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{36}{216}$

$\{1,\ 1,\ 1\}$ の場合で　$\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

$X=4$ のとき　$\{1,\ 1,\ 2\}$ の場合で　$\frac{3!}{2!1!}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\frac{2}{6} = \frac{6}{216}$

$X=5$ のとき　$\{1,\ 2,\ 2\}$ の場合で　$\frac{3!}{1!2!}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{12}{216}$

$X=6$ のとき　$\{2,\ 2,\ 2\}$ の場合で　$\left(\frac{2}{6}\right)^3 = \frac{8}{216}$

X	-3	-1	0	1	2	3	4	5	6	合計
確率	$\frac{27}{216}$	$\frac{27}{216}$	$\frac{54}{216}$	$\frac{9}{216}$	$\frac{36}{216}$	$\frac{37}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{12}{216}$	$\frac{8}{216}$	1

したがって，期待値 E は

$$ \begin{aligned} E &= (-3)\cdot\frac{27}{216} + (-1)\cdot\frac{27}{216} + 0\cdot\frac{54}{216} + 1\cdot\frac{9}{216} + 2\cdot\frac{36}{216} \\ &\quad + 3\cdot\frac{37}{216} + 4\cdot\frac{6}{216} + 5\cdot\frac{12}{216} + 6\cdot\frac{8}{216} = \mathbf{1} \end{aligned} $$

(答) コ．1　サ．6　シ．1　ス．8　セ．1