平成20年度　熊本学園大学一般入学試験問題

数学I・数学II・数学A

商学部第一部(経営学科)
外国語学部(英米学科)
(A日程)

平成20年2月13日実施

(70分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題用紙を開かないこと。
2. 受験者はすべて試験監督者の指示に従うこと。
3. 問題は全部で8題ある。
4. 受験番号を必ず記入すること。
5, 試験時間内の退場はできない。
6. 解答欄には解答のみ記入すること。
7. 解答用紙のみを提出すること。

平成 20 年度　熊本学園大学一般入学試験 (A 日程)

数学 I・数学 II・数学 A

1. 次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^3 - 5x^2 + x + 1$

(2) $3x^2 - x + 2y - z - 6xy + 3xz$

2. 以下の問いに答えよ。

(1) 次の式を簡単にせよ。

$$36^{\log_6 2}$$

(2) 次の方程式を解け。

$$\log_3 x = \log_9(x+2)$$

(3) 次の定積分を求めよ。ただし，π は π のままで計算すること。

$$\int_{-\pi}^{\pi} (x-1)^2\,dx$$

3. 次の式の値を求めよ。

$$\tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{2\pi}{12}\tan\frac{3\pi}{12}\tan\frac{4\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}$$

4. $\angle \mathrm{A} = 60^\circ$，$\mathrm{CA} = 6$，$\mathrm{AB} = 8$ の $\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\angle\mathrm{A}$ の二等分線が辺 BC と交わる点を D とするとき，以下の問いに答えよ。

(1) $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積 S を求めよ。

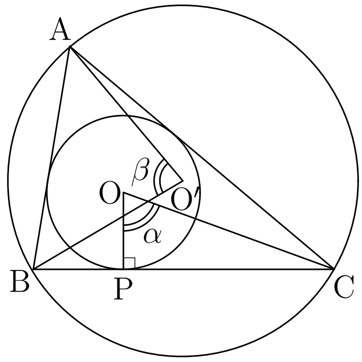
(2) 線分 AD の長さを求めよ。

5. 放物線 $y = ax^2 + bx + c$ を x 軸方向に -2，y 軸方向に 2 だけ平行移動させると $y = 2x^2 - 1$ になる。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) a，b，c の値を求めよ。

(2) a，b，c が (1) で求めた値のとき，放物線 $y = ax^2 + bx + c$ と y 軸の交点における放物線の接線の方程式を求めよ。

6. 右図において，$\angle$ACO が 20° のとき，α と β の値を求めよ。ただし，O と O$'$ はそれぞれ $\triangle$ABC の内接円および外接円の中心であり，線分 OP は O から辺 BC に下ろした垂線である。



7. ある高校のクラスで夏休み中に海に行った者と山に行った者の人数を調べると，全 35 人中，海に行った者は 20 人，山に行った者は 18 人だった。また，海にも山にも行かなかった者は 6 人いた。以下の問いに答えよ。

(1) 海と山の両方に行った者は何人いるか。

(2) 海には行ったが，山には行かなかった者は何人いるか。

8. 1 年生 3 人，2 年生 2 人，3 年生 4 人が円卓に座る座席をくじ引きで決める。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 2 年生 2 人が隣り合う確率を求めよ。

(2) 各学年の生徒全員がまとまって座る確率を求めよ。

(3) 1 年生が互いに隣り合わないように座る確率を求めよ。

解答例

1. (1) $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + x + 1$ とすると

$$P(1) = 3\cdot1^3 - 5\cdot1^2 + 1 + 1 = 0$$

よって，$P(x)$ は $x - 1$ を因数にもつ.
右の割り算から

$$3x^3 - 5x^2 + x + 1 = (x-1)(3x^2 - 2x - 1)$$

したがって

$$3x^3 - 5x^2 + x + 1 = \boldsymbol{(x-1)^2(3x+1)}$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
\multicolumn{1}{r}{} & 3x^2 & -2x & -1 & \\
\cline{2-5}
x-1 & 3x^3 & -5x^2 & +x & +1 \\
 & 3x^3 & -3x^2 & & \\
\cline{2-3}
 & & -2x^2 & +x & \\
 & & -2x^2 & +2x & \\
\cline{3-4}
 & & & -x & +1 \\
 & & & -x & +1 \\
\cline{4-5}
 & & & & 0
\end{array}$$

(2) 最も次数の低い文字について整理する.

$$\begin{array}{ll}
 & 3x^2 - x + 2y - z - 6xy + 3xz \\
z\text{ で整理すると} & = 3x^2 - x + 2y - 6xy + z(3x-1) \\
y\text{ で整理すると} & = x(3x-1) - 2y(3x-1) + z(3x-1) \\
\text{ゆえに} & = \boldsymbol{(3x-1)(x-2y+z)}
\end{array}$$

2. (1) $36^{\log_6 2} = 6^{2\log_6 2} = 6^{\log_6 4} = \mathbf{4}$

> $a > 0,\ a \neq 1$ で，$M > 0$ であるとき，次が成り立つ．
>
> $a^m = M \iff m = \log_a M$ ゆえに $a^{\log_a M} = M$

(2) $$\log_3 x = \log_9(x+2)$$

真数は正であるから

$x > 0$ かつ $x + 2 > 0$ すなわち $x > 0$

方程式を変形すると $\log_3 x = \dfrac{\log_3(x+2)}{\log_3 9}$

ゆえに $2\log_3 x = \log_3(x+2)$

$\log_3 x^2 = \log_3(x+2)$

したがって $x^2 = x + 2$

よって $(x+1)(x-2) = 0$

$x > 0$ であるから $\boldsymbol{x = 2}$

(3) $$\int_{-\pi}^{\pi}(x-1)^2\,dx = \int_{-\pi}^{\pi}(x^2 - 2x + 1)\,dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + x\right]_{-\pi}^{\pi} = \boldsymbol{\frac{2}{3}\pi^3 + 2\pi}$$

3. $\tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \dfrac{1}{\tan\theta}$ であるから

$$\tan\frac{4\pi}{12} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{12}\right) = \frac{1}{\tan\frac{2\pi}{12}}$$

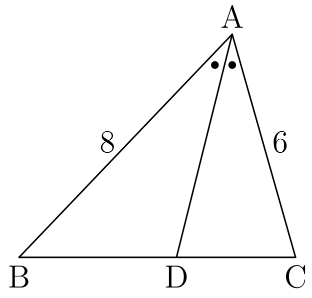
$$\tan\frac{5\pi}{12} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{1}{\tan\frac{\pi}{12}}$$

したがって $$\tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{2\pi}{12}\tan\frac{3\pi}{12}\tan\frac{4\pi}{12}\tan\frac{5\pi}{12}$$

$$= \tan\frac{\pi}{12}\tan\frac{2\pi}{12}\tan\frac{3\pi}{12} \times \frac{1}{\tan\frac{2\pi}{12}} \times \frac{1}{\tan\frac{\pi}{12}} = \tan\frac{\pi}{4} = \mathbf{1}$$

4. (1) $\triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2}\mathrm{CA}\cdot\mathrm{AB}\sin 60^\circ = \dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 8\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \boldsymbol{12\sqrt{3}}$

(2) $\mathrm{AD} = x$ とすると



$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ABD} &= \frac{1}{2}\cdot\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AD}\sin 30^\circ\\ &= \frac{1}{2}\cdot 8\cdot x\cdot\frac{1}{2} = 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ADC} &= \frac{1}{2}\cdot\mathrm{AD}\cdot\mathrm{AC}\sin 30^\circ\\ &= \frac{1}{2}\cdot x\cdot 6\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{2}x\end{aligned}$$

$\triangle\mathrm{ABD} + \triangle\mathrm{ADC} = \triangle\mathrm{ABC}$ であるから

$$2x + \frac{3}{2}x = 12\sqrt{3} \quad \text{これを解いて} \quad x = \boldsymbol{\frac{24\sqrt{3}}{7}}$$

5. (1) $y = ax^2 + bx + c$ は $y = 2x^2 - 1$ を x 軸方向に 2，y 軸方向に -2 だけ平行移動したものである．$y = 2x^2 - 1$ はこの平行移動により

$$y + 2 = 2(x-2)^2 - 1 \quad \text{すなわち} \quad y = 2x^2 - 8x + 5$$

よって　$\boldsymbol{a = 2,\ b = -8,\ c = 5}$

(2) $y = 2x^2 - 8x + 5$ を微分すると　$y' = 4x - 8$

$x = 0$ のとき　$y' = -8$

求める接線は，点 $(0,\ 5)$ を通る傾き -8 の直線であるから

$$\boldsymbol{y = -8x + 5}$$

6. O は $\triangle\mathrm{ABC}$ の内心であるから　$\angle\mathrm{BCO} = \angle\mathrm{ACO} = 20^\circ$

$\triangle\mathrm{COP}$ は直角三角形であるから

$$\alpha = 90^\circ - \angle\mathrm{ACO} = 90^\circ - 20^\circ = \boldsymbol{70^\circ}$$

$\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{ACO} + \angle\mathrm{BCO} = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$

O$'$ は $\triangle\mathrm{ABC}$ の外心であるから

$$\beta = 2 \times \angle\mathrm{ACB} = 2 \times 40^\circ = \boldsymbol{80^\circ}$$

7. クラス全体の集合を U とし，その中で海に行った者の集合を A，山に行った者の集合を B とする．

(1) 条件から　$n(U)=35$，$n(A)=20$，$n(B)=18$，$n(\overline{A}\cap\overline{B})=6$

$$\begin{aligned} n(\overline{A}\cap\overline{B}) &= n(\overline{A\cup B}) \\ &= n(U)-n(A\cup B) \end{aligned}$$

したがって　$6=35-n(A\cup B)$　ゆえに　$n(A\cup B)=29$

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ により

$$29=20+18-n(A\cap B) \quad \text{したがって} \quad n(A\cap B)=\mathbf{9} \ \text{(人)}$$

(2) 海には行ったが，山には行かなかった人数は

$$n(A)-n(A\cap B)=20-9=\mathbf{11} \ \text{(人)}$$

8. 1 年生 3 人，2 年生 2 人，3 年生 4 人の計 9 人の円順列の総数は

$$(9-1)! \ \text{(通り)}$$

(1) 2 年生 2 人をひとまとめにする．

1 年生 3 人，2 年生ひとまとめ，3 年生 4 人の円順列の総数は

$$(8-1)! \ \text{(通り)}$$

また，ひとまとめにした 2 年生 2 人の並び方は，$2!$ 通りある．

よって，求める確率は　$\dfrac{(8-1)!\times 2!}{(9-1)!}=\dfrac{7!\times 2}{8!}=\mathbf{\dfrac{1}{4}}$

(2) 各学年の生徒をひとまとめにする．

各学年の生徒をひとまとめにした円順列の総数は　$(3-1)!$ (通り)

ひとまとめにした 1 年生 3 人の並び方は　$3!$ (通り)

ひとまとめにした 2 年生 2 人の並び方は　$2!$ (通り)

ひとまとめにした 3 年生 4 人の並び方は　$4!$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{(3-1)!\cdot 3!\cdot 2!\cdot 4!}{(9-1)!}=\mathbf{\dfrac{1}{70}}$

(3) 2 年生 2 人，3 年生 4 人の円順列の総数は　$(6-1)!$ (通り)

2，3 年生 6 人の生徒間の 6 ヶ所に 1 年生 3 人を並べる方法は　${}_6\mathrm{P}_3$ (通り)

よって，求める確率は　$\dfrac{(6-1)!\times {}_6\mathrm{P}_3}{(9-1)!}=\mathbf{\dfrac{5}{14}}$