平成13年度　九州大学2次試験前期日程(数学問題)120分
文系(文学部，教育学部，法学部，経済学部(経済・経営))

$\boxed{1}$～$\boxed{2}$ 必答，$\boxed{3}$～$\boxed{5}$ から1題選択，$\boxed{6}$～$\boxed{8}$ から1題選択

$\boxed{\mathbf{1}}$ 関数 $f(x)=\dfrac{2}{3}ax^3+(a+b)x^2+(b+1)x$ を考える。

(1) 関数 $f(x)$ がつねに増加するための a，b の条件を求め，その範囲を ab 平面上に図示せよ。

(2) $a=0$ のとき，関数 $f(x)$ が $x>-1$ においてつねに増加するための b の条件を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ が $x>-1$ においてつねに増加するための a，b の条件を求め，その範囲を ab 平面上に図示せよ。

$\boxed{\mathbf{2}}$ 3次関数 $y=x^3+ax^2+bx+c$ のグラフを G とする。

(1) xy 平面上の点 $(p,\ q)$ に関する，点 $(X,\ Y)$ に対称な点の座標を求めよ。

(2) G はこの上のある点に関して点対称であることを示せ。

(3) y 軸に平行な直線 $x=p$ に関する，点 $(X,\ Y)$ に対称な点の座標を求めよ。

(4) G は y 軸に平行などんな直線に関しても線対称でないことを示せ。

$\boxed{\mathbf{3}}$ 数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1=2,\ a_{n+1}={a_n}^2-a_n+1 \quad (n=1,2,3,\ldots)$$

で与える。$a_1,\ldots,a_n$ の積を P_n とおく。

(1) 各 n について $a_n>0$ であることを示せ。

(2) 各 n について $a_{n+1}=P_n+1$ であることを示せ。

(3) $S_n=\dfrac{1}{a_1}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}$ とおく。S_1，S_2，S_3，S_4 を求めよ。

(4) 各 n について S_n を P_n で表せ。

4 (1) 自然数 a，b が互いに素であるとはどういうことか。

(2) 自然数 a，b が互いに素であるなら a^2，b^2 は互いに素であることを示せ。

(3) n を自然数とする。もしも $\sqrt{n}$ が有理数ならば，$\sqrt{n}$ は自然数であることを示せ。ただし，有理数とは分母と分子がともに整数で表される分数のことである。

(4) n が自然数のとき，$\sqrt{n}$，$\sqrt{n+1}$，$\sqrt{n+2}$ のうち少なくとも 2 つは無理数であることを示せ。

5 r を 1 より小さい正の定数とする。平面上の点 A を端点とする半直線 l 上の点で A からの距離が $1-r$，1，$1+r$ となるものをそれぞれ B，C，D とする。BD を直径とする円を描き，A を端点としその円に接する半直線のひとつを m とする。m 上の点で A からの距離が $1-r$，1，$1+r$ となるものをそれぞれ E，F，G とする。E，F を通り l に接する円を描きその接点を P とする。また F，G を通り l に接する円を描きその接点を Q とする。

(1) A と P との間の距離 AP を r で表せ。

(2) CF を r で表せ。

(3) $\mathrm{PQ} = \mathrm{CF}$ を示せ。

6 複素数平面上の点 z を考える。

(1) 実数 a，c と複素数 b が $|b|^2 - ac > 0$ をみたすとき

$$az\overline{z} + \overline{b}z + b\overline{z} + c = 0$$

をみたす点 z は $a \neq 0$ のとき，どのような図形を描くか。ただし，$\overline{z}$ は z に共役な複素数を表す。

(2) 0 でない複素数 d に対して

$$dz(\overline{z}+1) = \overline{d}\,\overline{z}(z+1)$$

をみたす点 z はどのような図形を描くか。

7 サイコロを n 回振って，出た目を小さい方から順に並べ，第 i 番目を X_i $(i = 1, \cdots, n)$ とする。

(1) $n = 7$ のとき，3 の目が 3 回，5 の目が 2 回出たとする。このとき X_4 のとりうる値をすべて求めよ。

(2) 一般の n に対して，$X_1 = 2$ となる確率 $P(X_1 = 2)$ を求めよ。

(3) 一般の n に対して，X_1 の期待値 $E(X_1)$ を求めよ。

(4) 一般の n に対して，期待値 $E(X_1 + X_n)$ を求めよ。

8 m，n を自然数とする。次の算法を考える。

(a) $i = m$，$j = n$，$k = 0$.

(b) $i = 1$ ならば $\mathrm{Ans} = k + j$ として終了する.

(c) i の値が奇数なら $k = k + j$ とする.

(d) $i = [i/2]$.　(e) $j = 2 * j$.　(f) (b) にもどる.

(ここで，$[x]$ は x を超えない最大の整数を表す。)

(1) $m = 100$ のとき，3 周目と 4 週目の (b) における i，j，k の値を求めよ。たとえば 1 周目では $i = 100$，$j = n$，$k = 0$ である。

(2) 一般の m に対して，(b) における i，j，k の値について $i * j + k$ は 1 周目から最後まで一定であることを示せ。

(3) 一般の m に対して，Ans を求めよ。

解答例

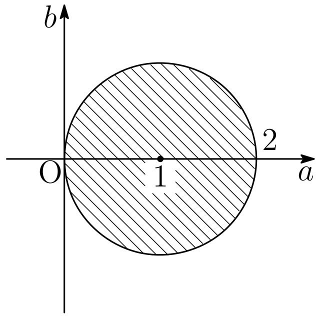
$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) $f(x)$ を微分すると，$f'(x)=2ax^2+2(a+b)x+b+1 \qquad \cdots(*)$

$a \neq 0$ のとき，すべての自然数 x に対して，$f'(x) \geqq 0$ となるための条件は

$f'(x)=0$ の判別式を D とすると　　$2a>0,\ \ D \leqq 0$

$D/4=(a+b)^2-2a(b+1)=a^2+b^2-2a \cdots$ ① により

$$a>0,\ \ (a-1)^2+b^2 \leqq 1$$



$a=0$ のとき　$f(x)=bx^2+(b+1)x$ となる．

これがつねに増加するためには　$b=0$

すなわち $f(x)=x$ となり，条件を満たす．

よって　$a>0$ のとき　$(a-1)^2+b^2 \leqq 1$

　　　　$a=0$ のとき　$b=0$

したがって　$(a-1)^2+b^2 \leqq 1$

これを ab 平面上に図示すると，右の図のような円 $(a-1)^2+b^2=1$ の内部で，境界線を含む．

(2) $a=0$ のとき　$f(x)=bx^2+(b+1)x$

$b \geqq 0$ は，$x>-1$ で $f(x)$ がつねに増加するための必要条件である．

$f(x)$ を微分すると　　$f'(x)=2bx+b+1$

$b>0$ のとき，$f'(-1) \geqq 0$ であることが条件であるから

$$b>0,\ \ 2b(-1)+b+1 \geqq 0 \quad すなわち \quad 0<b \leqq 1$$

$b=0$ のとき　$f(x)=x$ となり，これは条件を満たす．

よって　　　　$\boldsymbol{0 \leqq b \leqq 1}$

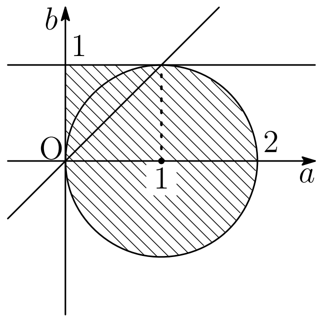
(3) $a \geqq 0$ は，$x>-1$ で $f(x)$ がつねに増加するための必要条件である．

$a=0$ の場合が (2) であり，$a>0$，$D \leqq 0$ の場合が (1) である．

したがって，$a>0$，$D>0$ の場合を求める．

$(*)$ より

$$f'(x)=2a\left(x+\frac{a+b}{2a}\right)^2-\frac{a^2+b^2-2a}{2a}$$



ゆえに　$-\dfrac{a+b}{2a} \leqq -1,\ \ f'(-1)=-b+1 \geqq 0$

$D>0$ であるから，① より　$a^2+b^2-2a>0$

これを解いて　$a>0,\ b \geqq a,\ b \leqq 1,\ (a-1)^2+b^2>1$

求める領域は，右の図のように (1)，(2) の結果および上式をまとめた領域で，境界線を含む．

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) 求める点の座標を $(x,\ y)$ とすると　$\dfrac{x+X}{2}=p,\ \dfrac{y+Y}{2}=q$

よって，求める点の座標は　$(\boldsymbol{2p-X},\ \boldsymbol{2q-Y})$

(2) $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ とおくと

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x+\frac{a}{3}\right)^3+\left(b-\frac{a^2}{3}\right)\left(x+\frac{a}{3}\right)+\frac{2a^3}{27}-\frac{ab}{3}+c \\ &= \left(x+\frac{a}{3}\right)^3+\left(b-\frac{a^2}{3}\right)\left(x+\frac{a}{3}\right)+f\left(-\frac{a}{3}\right) \quad \cdots ① \end{aligned}$$

が成り立つ．G の点 $(-\frac{a}{3},\ f(-\frac{a}{3}))$ に関して $y=f(x)$ と対称なグラフは

$$2f\left(-\frac{a}{3}\right)-y=f\left(-\frac{2a}{3}-x\right)$$

ゆえに　$y=2f\left(-\dfrac{a}{3}\right)-f\left(-\dfrac{2a}{3}-x\right) \quad \cdots ②$

② のグラフは ① より

$$\begin{aligned} y &= 2f\left(-\frac{a}{3}\right)-\left\{\left(-\frac{2a}{3}-x+\frac{a}{3}\right)^3\right. \\ &\qquad \left.+\left(b-\frac{a^2}{3}\right)\left(-\frac{2a}{3}-x+\frac{a}{3}\right)+f\left(-\frac{a}{3}\right)\right\} \\ &= \left(x+\frac{a}{3}\right)^3+\left(b-\frac{a^2}{3}\right)\left(x+\frac{a}{3}\right)+f\left(-\frac{a}{3}\right) \quad \cdots ②' \end{aligned}$$

①，②′ は一致するから，G は点 $(-\frac{a}{3},\ f(-\frac{a}{3}))$ に関して対称である．

(3) 求める点の座標を $(x,\ y)$ とすると　$\dfrac{x+X}{2}=p,\ Y=y$

よって，求める点の座標は　$(\boldsymbol{2p-X},\ \boldsymbol{Y})$

(4) G が y 軸に平行なある直線 l に関して対称であるとき，G と l の交点を P とする．P における G の接線の傾きが 0 でないと仮定すると，G は l に関して対称であるから，G は P において自己交差し，G が 3 次関数であることに反する．したがって，G は P において $f'(x)=0$ となる．G 上に $f'(x)=0$ となる P 以外の点 P′ が存在すると仮定すると，l に関して P′ と対称な点 P″ が存在することになり，G 上に $f'(x)=0$ となる点が 3 点存在することになる．このことは G が 3 次関数であることに反する．したがって，$f'(x)=0$ となる点は P に限り，G は単調増加の関数である．G 上に P と異なる点 Q をとり，l に関して Q と対称な点 Q′ が存在する．このとき，3 点 Q，P，Q′ を結ぶ曲線部分は単調増加ではないので，矛盾を生じる．よって，題意は成立する．

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1) $a_{n+1}={a_n}^2-a_n+1\cdots$① より

$$a_{n+1}-a_n=(a_n-1)^2\geqq 0 \quad \text{ゆえに} \quad a_{n+1}\geqq a_n$$

$a_1=2$ であるから，すべての自然数 n に対して　$a_n\geqq 2\cdots$②

よって，すべての自然数 n に対して　$a_n>0$

(2) ① から　$a_{n+1}-1=a_n(a_n-1)\quad\cdots$③

②，③ から，$\dfrac{a_{n+1}-1}{a_n-1}=a_n$ が成り立つから

$$\frac{a_2-1}{a_1-1}=a_1,\ \frac{a_3-1}{a_2-1}=a_2,\ \cdots,\ \frac{a_{n+1}-1}{a_n-1}=a_n$$

これらの式の辺々を掛けて

$$\frac{a_2-1}{a_1-1}\times\frac{a_3-1}{a_2-1}\times\cdots\times\frac{a_{n+1}-1}{a_n-1}=a_1a_2\cdots a_n$$

$$\frac{a_{n+1}-1}{a_1-1}=P_n$$

$a_1=2$ であるから，$a_{n+1}=P_n+1$ が成り立つ.

(3) $a_1=2$，$a_2={a_1}^2-a_1+1=2^2-2+1=3$

$a_3={a_2}^2-a_2+1=3^2-3+1=7$

$a_4={a_3}^2-a_3+1=7^2-7+1=43$

$$S_1=\frac{1}{a_1}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

$$S_2=S_1+\frac{1}{a_2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\boldsymbol{\frac{5}{6}}$$

$$S_3=S_2+\frac{1}{a_3}=\frac{5}{6}+\frac{1}{7}=\boldsymbol{\frac{41}{42}}$$

$$S_4=S_3+\frac{1}{a_4}=\frac{41}{42}+\frac{1}{43}=\boldsymbol{\frac{1805}{1806}}$$

(4) ②，③ より　$\dfrac{1}{a_{n+1}-1}=\dfrac{1}{a_n-1}-\dfrac{1}{a_n}$

(2) の結果から　$\dfrac{1}{P_n}=\dfrac{1}{P_{n-1}}-\dfrac{1}{a_n}$　ゆえに　$\dfrac{1}{a_n}=\dfrac{1}{P_{n-1}}-\dfrac{1}{P_n}$

したがって　$\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}=\dfrac{1}{P_1}-\dfrac{1}{P_n}$

上式の両辺に $\dfrac{1}{a_1}$ を加えると

$$S_n=\frac{1}{P_1}-\frac{1}{P_n}+\frac{1}{a_1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{P_n}+\frac{1}{2}=\boldsymbol{1-\frac{1}{P_n}}$$

$\boxed{\mathbf{4}}$ (1) a，b は 1 以外に共通の約数をもたないことである．

(2) a，b を素因数分解して

$$a = {a_1}^{m_1}{a_2}^{m_2}\cdots{a_k}^{m_k}, \quad b = {b_1}^{n_1}{b_2}^{n_2}\cdots{b_l}^{n_l}$$

とする．a，b が互いに素であるならば，$a_1, a_2, \cdots a_k$ と $b_1, b_2, \cdots b_k$ のどの 2 つも一致しない．上式から

$$a^2 = ({a_1}^{m_1}{a_2}^{m_2}\cdots{a_k}^{m_k})^2, \quad b^2 = ({b_1}^{n_1}{b_2}^{n_2}\cdots{b_l}^{n_l})^2$$

このとき，a^2 は $b_1, b_2, \cdots b_k$ で割れない．また，b^2 も $a_1, a_2, \cdots a_k$ で割れない．よって，a^2 と b^2 は互いに素である．

(3) $\sqrt{n}$ が有理数であるとき　$\sqrt{n} = \dfrac{p}{q}$　(p, q は互いに素)

したがって　$n = \dfrac{p^2}{q^2}$

上式おいて，左辺は自然数であり，p，q は互いに素であるから

$$q^2 = 1 \quad \text{ゆえに} \quad q = 1, \ \sqrt{n} = p$$

よって，$\sqrt{n}$ が有理数ならば，$\sqrt{n}$ は自然数である．

(4) $\sqrt{n}$ が有理数ならば，$\sqrt{n}$ は自然数であるから，$\sqrt{n}$，$\sqrt{n+1}$，$\sqrt{n+2}$ の中に有理数が 2 個以上あれば，それらの差で整数になるものがある．

$$\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} \leqq \frac{1}{\sqrt{2}+1} < 1$$

$$\sqrt{n+2} - \sqrt{n} = \frac{2}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}} \leqq \frac{2}{\sqrt{3}+1} < 1$$

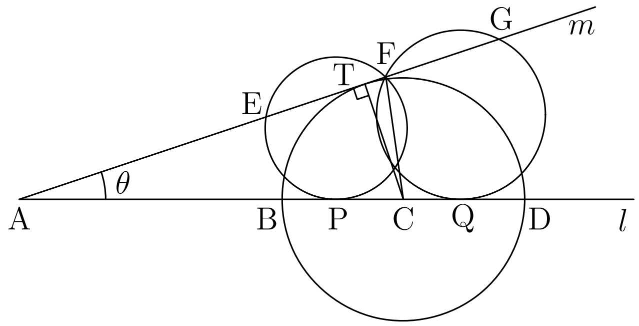
$$\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}} \leqq \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} < 1$$

上の 3 式より，$\sqrt{n}$，$\sqrt{n+1}$，$\sqrt{n+2}$ のうち 2 個以上が有理数となることはない．したがって，有理数は 1 個以下である．
よって，$\sqrt{n}$，$\sqrt{n+1}$，$\sqrt{n+2}$ の少なくとも 2 個が無理数である．

$\boxed{\mathbf{5}}$ (1) 方べきの定理により

$$\mathrm{AP}^2=\mathrm{AE}\cdot\mathrm{AF}=(1-r)\cdot 1=1-r$$

よって　$\mathbf{AP}=\boldsymbol{\sqrt{1-r}}$



(2) $\theta=\angle\mathrm{FAC}$ とおいて，$\triangle\mathrm{FAC}$ に余弦定理を適用すると

$$\mathrm{CF}^2=1^2+1^2-2\cdot1\cdot1\cos\theta \quad \text{ゆえに} \quad \mathrm{CF}=\sqrt{2-2\cos\theta}$$

$\mathrm{CT}=\mathrm{AC}\sin\theta$ より

$$r=1\cdot\sin\theta \quad \text{ゆえに} \quad \cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\sqrt{1-r^2}$$

よって　$\mathbf{CF}=\boldsymbol{\sqrt{2-2\sqrt{1-r^2}}}$

(3) 方べきの定理により

$$\mathrm{AQ}^2=\mathrm{AF}\cdot\mathrm{AG}=1\cdot(1+r)=1+r \quad \text{ゆえに} \quad \mathrm{AQ}=\sqrt{1+r}$$

上式および (1) の結果から

$$\begin{aligned}\mathrm{PQ}&=\mathrm{AQ}-\mathrm{AP}=\sqrt{1+r}-\sqrt{1-r}\\ \mathrm{PQ}^2&=(\sqrt{1+r}-\sqrt{1-r})^2\\ &=(1+r)-2\sqrt{1+r}\sqrt{1-r}+(1-r)\\ &=2-2\sqrt{1-r^2}\end{aligned}$$

したがって　$\mathrm{PQ}=\sqrt{2-2\sqrt{1-r^2}}$

よって，上式および (2) の結果から　PQ=CF

$\boxed{\mathbf{6}}$ (1) $az\overline{z}+\overline{b}z+b\overline{z}+c=0$ (a，c は実数) より

$$a^2z\overline{z}+a(\overline{b}z+b\overline{z})+b\overline{b}=b\overline{b}-ac$$

ゆえに　$(az+b)(a\overline{z}+\overline{b})=|b|^2-ac$

したがって　$|az+b|^2=|b|^2-ac$

$|b|^2-ac>0$ より　$\left|z+\dfrac{b}{a}\right|=\dfrac{\sqrt{|b|^2-ac}}{|a|}$

よって，z は**中心** $\boldsymbol{-\dfrac{b}{a}}$**，半径** $\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{|b|^2-ac}}{|a|}}$ **の円**を描く.

(2) $dz(\overline{z}+1)=\overline{d}\,\overline{z}(z+1)$ より

$$i(d-\overline{d})z\overline{z}+idz-i\overline{d}\,\overline{z}=0$$

i) $d\neq\overline{d}$ のとき (d は虚数)

$$a=i(d-\overline{d}),\quad b=-i\overline{d}\quad\cdots①$$

とおくと

$$az\overline{z}+\overline{b}z+b\overline{z}=0$$

a は実数であり，① と $c=0$ を (1) の結果に代入すると

$$-\frac{b}{a}=-\frac{-i\overline{d}}{i(d-\overline{d})}=\frac{\overline{d}}{d-\overline{d}}$$

$$\frac{\sqrt{|b|^2-ac}}{|a|}=\frac{|b|}{|a|}=\frac{|-i\overline{d}|}{|i(d-\overline{d})|}=\frac{|d|}{|d-\overline{d}|}$$

よって，z は**中心** $\boldsymbol{\dfrac{\overline{d}}{d-\overline{d}}}$**，半径** $\boldsymbol{\dfrac{|d|}{|d-\overline{d}|}}$ **の円**を描く.

ii) $d=\overline{d}$ のとき (d は実数)

$d=\overline{d}\neq 0$ より　$z(\overline{z}+1)=\overline{z}(z+1)$

したがって　$z=\overline{z}$　ゆえに，z は実数である.

よって，z は**実軸上の直線**を描く.

$\boxed{\mathbf{7}}$ (1) 次の6通りに分類できる．

$$
\begin{array}{ll}
X_1\,X_2\,3\,3\,3\,5\,5 \text{ のとき} & X_4=3 \\
X_1\,3\,3\,3\,X_5\,5\,5 \text{ のとき} & X_4=3 \\
X_1\,3\,3\,3\,5\,5\,X_7 \text{ のとき} & X_4=3 \\
3\,3\,3\,X_4\,X_5\,5\,5 \text{ のとき} & X_4=3,4,5 \\
3\,3\,3\,X_4\,5\,5\,X_7 \text{ のとき} & X_4=3,4,5 \\
3\,3\,3\,5\,5\,X_6\,X_7 \text{ のとき} & X_4=5
\end{array}
$$

よって，X_4 のとりうる値は　$\mathbf{3,4,5}$

(2) $P(X_1=2)=P(X_1\geqq 2)-P(X_1\geqq 3)=\boldsymbol{\left(\frac{5}{6}\right)^n-\left(\frac{2}{3}\right)^n}$

(3) $1\leqq k\leqq 6$ のとき　$P(X_1=k)=\left(\dfrac{7-k}{6}\right)^n-\left(\dfrac{6-k}{6}\right)^n$

$$
\begin{aligned}
E(X_1)&=\sum_{k=1}^{6}kP(X_1=k)=\sum_{k=1}^{6}k\left\{\left(\frac{7-k}{6}\right)^n-\left(\frac{6-k}{6}\right)^n\right\}\\
&=\sum_{k=1}^{6}k\left(\frac{7-k}{6}\right)^n-\sum_{k=1}^{6}k\left(\frac{6-k}{6}\right)^n\\
&=\sum_{k=0}^{5}(k+1)\left(\frac{6-k}{6}\right)^n-\sum_{k=0}^{5}k\left(\frac{6-k}{6}\right)^n\\
&=\frac{1}{6^n}\sum_{k=0}^{5}(6-k)^n\\
&=\boldsymbol{\frac{1}{6^n}(1^n+2^n+3^n+4^n+5^n+6^n)}
\end{aligned}
$$

(4) $2 \leqq k \leqq 6$ のとき

$$\begin{aligned} P(X_n = k) &= P(X_n \leqq k) - P(X_n \leqq k-1) \\ &= \left(\frac{k}{6}\right)^n - \left(\frac{k-1}{6}\right)^n \end{aligned}$$

$P(X_n = 1) = \left(\dfrac{1}{6}\right)^n$ であるから，上式は $k = 1$ のときも成り立つ．

ゆえに，$1 \leqq k \leqq 6$ のとき　　$P(X_n = k) = \left(\dfrac{k}{6}\right)^n - \left(\dfrac{k-1}{6}\right)^n$

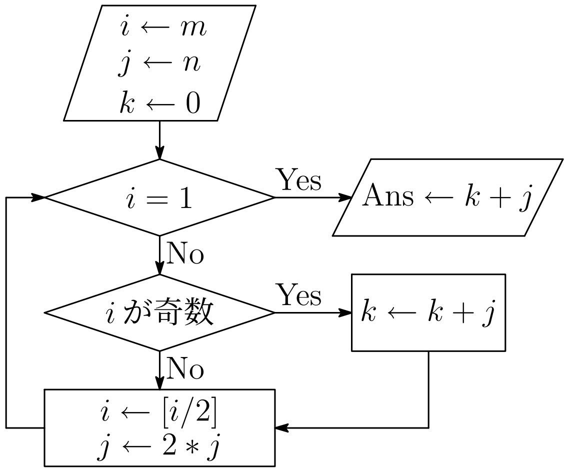
$$\begin{aligned} E(X_n) &= \sum_{k=1}^{6} kP(X = k) = \sum_{k=1}^{6} k\left\{\left(\frac{k}{6}\right)^n - \left(\frac{k-1}{6}\right)^n\right\} \\ &= \sum_{k=1}^{6} k\left(\frac{k}{6}\right)^n - \sum_{k=1}^{6} k\left(\frac{k-1}{6}\right)^n \\ &= 6 + \sum_{k=1}^{5} k\left(\frac{k}{6}\right)^n - \sum_{k=1}^{5}(k+1)\left(\frac{k}{6}\right)^n \\ &= 6 - \sum_{k=1}^{5}\left(\frac{k}{6}\right)^n \\ &= 6 - \frac{1}{6^n}(1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n) \end{aligned}$$

よって，上式および (3) の結果から

$$\begin{aligned} E(X_1 + X_n) &= E(X_1) + E(X_n) \\ &= \frac{1}{6^n}(1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n) \\ &\qquad\qquad + 6 - \frac{1}{6^n}(1^n + 2^n + 3^n + 4^n + 5^n) \\ &= \mathbf{7} \end{aligned}$$

$\boxed{\mathbf{8}}$ (1) 右のフローチャートから

	i	j	k
1 周目	100	n	0
2 周目	50	$2n$	0
3 周目	**25**	$\boldsymbol{4n}$	**0**
4 周目	**12**	$\boldsymbol{8n}$	$\boldsymbol{4n}$



(2) i) i が奇数のとき，$[i/2] = \dfrac{i-1}{2}$ であるから

$k \leftarrow k + j$，$i \leftarrow \dfrac{i-1}{2}$，$j \leftarrow 2 * j$ より

$$i * j + k = \frac{i-1}{2} * (2 * j) + (j + k) = i * j + k$$

ii) i が偶数のとき，$[i/2] = \dfrac{i}{2}$ であるから

$i \leftarrow \dfrac{i}{2}$，$j \leftarrow 2 * j$ より

$$i * j + k = \frac{i}{2} * (2 * j) + k = i * j + k$$

i)，ii) より，$i * j + k$ は一定である．

(3) 1 周目の $i * j + k$ は　$m \times n + 0 = mn$

この値は i の値に関係なく不変であり，$i = 1$ のとき $k + j$ となる．

したがって，求める Ans は　　$\boldsymbol{mn}$