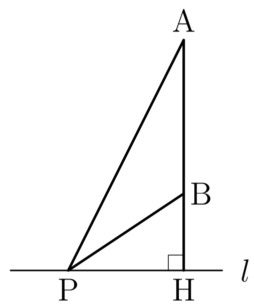
平成14年度　宮崎大学2次試験前期日程(数学問題)
工・教育文化・農学部　平成14年2月25日

- 工学部は，$\boxed{1}$ 〜 $\boxed{4}$ 必答，$\boxed{5}$ 〜 $\boxed{7}$ から1題選択．数II・III・B(120分)
- 教育文化(中学[理系]，生活文化[生活環境コース])学部は，$\boxed{2}$，$\boxed{8}$ 必答，$\boxed{5}$ 〜 $\boxed{7}$ から1題選択．数II・B (90分)
- 教育文化(初等教育コース，中学[文系]，障害児コース])学部・農(食料生産科学・地域農業システム・獣医)学部は，$\boxed{2}$，$\boxed{9}$ 必答，$\boxed{10}$ 〜 $\boxed{12}$ から1題選択．数II・A (90分)

$\boxed{1}$ 右図のように，直線 l 上にない点A，AH$\perp l$ となる l 上の点H，線分AH上の点Bをとる．点Pは直線 l 上を点Hから左へ動くものとする．



$$\mathrm{AH} = a, \quad \mathrm{BH} = b\ (a > b > 0),$$
$$\mathrm{PH} = x\ (x > 0), \quad \angle \mathrm{APB} = \theta$$

とおくとき，次の問に答えよ．

(1) $\tan\theta$ を a，b，x を用いて表せ．

(2) θ が最大となる x を a，b を用いて表せ．ただし，正の数 p，q に対して

$$\frac{p+q}{2} \geqq \sqrt{pq} \quad (\text{等号成り立つのは } p = q \text{ のときに限る.})$$

が成り立つことを用いてもよい．

$\boxed{2}$ 座標平面上の原点を中心とする半径1の円 C と，点A(1, 2)について，次の各問に答えよ．

(1) 点Aを通る円 C の接線の方程式を求めよ．

(2) 点Aと円 C 上の点P$(a,\ b)$ を $m:1$ に内分する点をQ$(x,\ y)$ とするとき，次の(A)，(B)に答えよ．ただし，$m > 0$ とする．

(A) 点Pが円 C 上を動くとき，点Qの軌跡の方程式を求めよ．

(B) (A)で求めた軌跡と円 C の共有点がただ一つとなるとき，m の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{3}}$ 曲線 $y=\sin x\ (0 \leqq x \leqq 2\pi)$ 上に 2 点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{\pi}{2},\ 1\right)$，$\mathrm{B}\left(\dfrac{\pi}{2}+a,\ \sin\left(\dfrac{\pi}{2}+a\right)\right)$ をとる．2 点 A，B を通る直線の傾きを $g(a)$ とするとき，次の各問に答えよ．ただし，$0 < a \leqq \dfrac{3}{2}\pi$ とする．

(1) $g(a)$ を a を用いて表せ．

(2) $\displaystyle\lim_{a \to 0} g(a) = 0$ であることを示せ．

(3) $a=\pi$ のとき，線分 AB と曲線 $y=\sin x$ で囲まれる部分の面積を求めよ．

$\boxed{\mathbf{4}}$ 次の各問に答えよ．

(1) $x \geqq 0$ のとき，次の不等式を示せ．ただし，$\log x$ は x の自然数を表す．

$$x-\frac{1}{2}x^2 \leqq \log(x+1) \leqq x$$

(2) 極限値 $\displaystyle\lim_{x \to +0} \frac{1}{x^3}\int_0^x t\log(t+1)\,dt$ を求めよ．ただし，$x \to +0$ は，x が 0 より大きい値をとりながら 0 に近づくことを表す．

$\boxed{\mathbf{5}}$ 座標平面上に原点 O と，異なる 2 点 A，B をとる．線分 AB を $p : 1-p\ (0 < p < 1)$ に内分する点を C とする．ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$ とするとき，次の各問に答えよ．ただし，原点 O は直線 AB 上にはないものとする．

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を p，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ．

(2) $\mathrm{OC} \perp \mathrm{AB}$ であるとき，

$$p=\frac{|\vec{a}|^2-\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}-\vec{b}|^2}$$

が成り立つことを示せ．ただし，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ はベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ の内積を表す．

(3) 2 点 A，B の座標をそれぞれ $(t,\ 0)$，$(1,\ 3)$ とし，$p=\dfrac{1}{3}$ とする．さらに，$\mathrm{OC} \perp \mathrm{AB}$ となるとき，t の値を求めよ．

6 2つの複素数はα，βは

$$|\alpha|=1,\quad |\beta|=\sqrt{10},\quad \frac{\beta}{\alpha}=3+i$$

を満たしているとする．$\theta=\arg\dfrac{\beta}{\alpha}$ $(0^\circ<\theta<90^\circ)$ とおくとき，次の各問に答えよ．

(1) 複素数α^2，β^2を表す複素数平面上の点をそれぞれP，Qとし原点をOとするとき，△POQの面積を求めよ．

(2) $30^\circ<2\theta<45^\circ$であることを示せ．

(3) $n\theta>90^\circ$となる最小の自然数nを求めよ．

7 1から8までの番号をつけた8枚のカードの中から4枚を抜き取る．抜き取ったカードのうち，2番目に小さい番号をXとする．このとき，次の各問に答えよ．

(1) $X=2$となる確率を求めよ．

(2) $X=k$となる確率が最大となるようなkの値を求めよ．

(3) Xの期待値を求めよ．

8 曲線$C: y=2x-x^2$および，直線$l: y=ax$ $(0<a\leqq 2)$が与えられている．$y\geqq 0$において，直線lの下側$(y\leqq ax)$であり，かつ曲線Cの下側$(y\leqq 2x-x^2)$の部分の面積をS_1とする．また，$0\leqq x\leqq 2$において，直線lの下側であり，かつ曲線Cの上側$(y\geqq 2x-x^2)$の部分の面積をS_2とする．このとき，次の各問に答えよ．

(1) S_1，S_2をaを用いて表せ．

(2) $S=S_1-S_2$とおくとき，Sの最大値とそのときのaの値を求めよ．

9 次の各問に答えよ．

(1) $m>0$，$m\neq 1$のとき，正の数pに対して，$p=m^q$となるqを$\log_m p$と表す．このとき，等式

$$\log_b c=\frac{\log_a c}{\log_a b}$$

が成り立つことを示せ．ただし，$a>0$，$a\neq 1$，$b>0$，$b\neq 1$，$c>0$とする．

(2) 次の不等式を解け．

$$\log_2 x-\log_{\frac{1}{2}}(4-x)<1$$

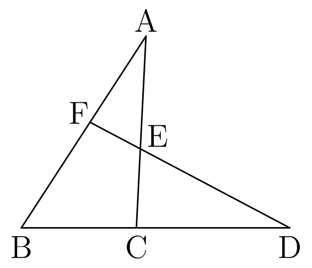
10 x，y を実数とするとき，下の命題 P について，次の各問に答えよ．

命題 P　「$x+y$ が有理数であり，かつ xy が有理数であるならば，x が有理数であるか．または y が有理数である.」

(1) 命題 P の対偶を求めよ．

(2) 命題 P が真であれば証明し，偽であれば反例をあげよ．

11 右図のように，△ABC の辺 BC の延長上の点 D を通る直線と辺 AB，AC との交点をそれぞれ F，E とする．AB $=6$，BC $=3$，CD $=4$，AC $=5$ とする．AE $=a$，AF $=b$ とおくとき，次の各問に答えよ．ただし，$0<a<5$，$0<b<6$ とする．



(1) a と b の関係式を求めよ．

(2) 4 点 B，C，E，F が同一円周上にあるとき，a の値を求めよ．

12 自然数 1, 2, 3, $\cdots$ を右図のように並べていくとき，次の各問に答えよ．

1	2	5	10	17	
4	3	6	11	18	
9	8	7	12		
16	15	14	13		

(1) 左から m 番目，上から m 番目の位置にある自然数を m を用いて表せ．

(2) 90 は左から何番目，上から何番目の位置にあるか.

(3) 自然数 n を

$$n=k^2+l \quad (k \text{ は負でない整数}, 1 \leqq l \leqq 2k+1)$$

と表すとき，n は左から何番目，上から何番目の位置にあるか，k，l を用いて表せ.

正解

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) $\alpha=\angle\mathrm{APH}$，$\beta=\angle\mathrm{BPH}$ とおくと　$\tan\alpha=\dfrac{a}{x}$，　$\tan\beta=\dfrac{b}{x}$

$\theta=\alpha-\beta$ より　$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

$$=\frac{\dfrac{a}{x}-\dfrac{b}{x}}{1+\dfrac{a}{x}\cdot\dfrac{b}{x}}=\boldsymbol{\frac{(a-b)x}{x^2+ab}}$$

(2) $x>0$，$\dfrac{ab}{x}>0$ であるから，相加平均・相乗平均の関係により

$$x+\frac{ab}{x}\geqq 2\sqrt{x\cdot\frac{ab}{x}}=2\sqrt{ab}$$

$a-b>0$ より　$\tan\theta=\dfrac{(a-b)x}{x^2+ab}=\dfrac{a-b}{x+\dfrac{ab}{x}}\leqq\dfrac{a-b}{2\sqrt{ab}}$

上式において，等号が成立するのは，$x=\dfrac{ab}{x}$，すなわち $x=\sqrt{ab}$ のとき，$\tan\theta$ は最大となり，θ もこのとき最大となる

よって　$\boldsymbol{x=\sqrt{ab}}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) 接点を $\mathrm{B}(p,\ q)$ とすると，C 上にあるから　$p^2+q^2=1$

B における C の接線 $px+qy=1$ は，点 $\mathrm{A}(1,\ 2)$ を通るから　$p+2q=1$

上の 2 式を解いて　$(p,\ q)=(1,\ 0),\ \left(-\dfrac{3}{5},\ \dfrac{4}{5}\right)$

よって，求める接線の方程式は　$\boldsymbol{x=1,\ 3x-4y+5=0}$

補足 連立方程式 $\begin{cases} p^2+q^2=1 \\ p+2q=1 \end{cases}$ は，$C: x^2+y^2=1$ と A における C の極線 $x+2y=1$ の交点を求めている (長崎大学 2012 年一般前期 $\boxed{7}$ を参照[1]．).

[1]http://kumamoto.s12.xrea.com/kyusuu/nagasaki/nagasaki_2012.pdf

(2) (A) $\mathrm{P}(a,\ b)$ は，$\mathrm{A}(1,\ 2)$，$\mathrm{Q}(x,\ y)$ を $m+1:1$ に外分する点であるから

$$a=\frac{-1+(m+1)x}{m},\quad b=\frac{-2+(m+1)y}{m}$$

P は C 上を動くから

$$\left\{\frac{-1+(m+1)x}{m}\right\}^2+\left\{\frac{-2+(m+1)y}{m}\right\}^2=1$$

よって $$\boldsymbol{\left(x-\frac{1}{m+1}\right)^2+\left(y-\frac{2}{m+1}\right)^2=\left(\frac{m}{m+1}\right)^2} \quad \cdots(*)$$

(B) $(*)$ は，中心 $\left(\dfrac{1}{m+1},\ \dfrac{2}{m+1}\right)$，半径 $\dfrac{m}{m+1}$ の円である．
$(*)$ と C が接するのは，中心間の距離が 2 円の半径の和または差に等しいときである．

<u>半径の和に等しいとき</u>

$$\sqrt{\left(\frac{1}{m+1}\right)^2+\left(\frac{2}{m+2}\right)^2}=1+\frac{m}{m+1}=\frac{m+2}{m+1}$$

両辺を平方して整理すると　$m^2+m-1=0$

$m>0$ に注意して，これを解くと　$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

<u>半径の差に等しいとき</u>

$$\sqrt{\left(\frac{1}{m+1}\right)^2+\left(\frac{2}{m+2}\right)^2}=1-\frac{m}{m+1}=\frac{1}{m+1}$$

上式において，左辺 $>$ 右辺　ゆえに，これをみたす m は存在しない．

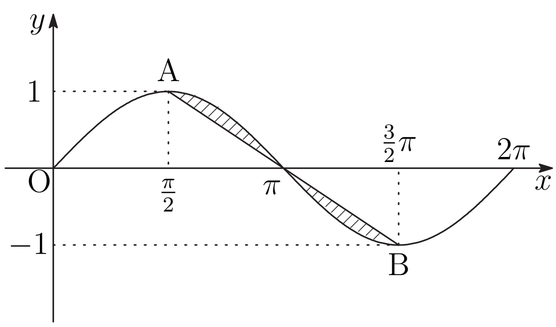
よって　$\boldsymbol{m=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1) $g(a)=\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+a\right)-\sin\dfrac{\pi}{2}}{\left(\dfrac{\pi}{2}+a\right)-\dfrac{\pi}{2}}=\boldsymbol{\dfrac{\cos a-1}{a}}$

(2) (1) の結果から

$$\lim_{a\to 0}g(a)=\lim_{a\to 0}\frac{\cos a-1}{a}=\lim_{a\to 0}\frac{(\cos a-1)(\cos a+1)}{a(\cos a+1)}$$
$$=\lim_{a\to 0}\frac{\sin a}{a}\left(-\frac{\sin a}{\cos a+1}\right)=1\cdot 0=0$$

(3) $y=\sin x$ および直線 AB は，点 $(\pi,\ 0)$ に関して対称であるから，求める面積を S とすると



$$\frac{S}{2}=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin x\,dx-\frac{1}{2}\left(\pi-\frac{\pi}{2}\right)\cdot 1$$
$$=\Big[-\cos x\Big]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}-\frac{\pi}{4}=1-\frac{\pi}{4}$$

よって　　$S=\boldsymbol{2-\dfrac{\pi}{2}}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ (1) $t\geqq 0$ のとき，$1-t^2\leqq 1\leqq 1+t$ であるから　　$1-t\leqq\dfrac{1}{1+t}\leqq 1$

$x\geqq 0$ のとき　$\displaystyle\int_0^x(1-t)\,dt\leqq\int_0^x\frac{dt}{1+t}\leqq\int_0^x dt$

よって　　$x-\dfrac{1}{2}x^2\leqq\log(x+1)\leqq x$

補足 $t>0$ のとき，$1-t<\dfrac{1}{1+t}<1$ であるから，(1) の結果において，等号が成立するのは，$x=0$ のときである．

(2) (1) の結果から，$t\geqq 0$ のとき　　$t^2-\dfrac{1}{2}t^3\leqq t\log(t+1)\leqq t^2$

$x>0$ のとき　$\displaystyle\frac{1}{x^3}\int_0^x\left(t^2-\frac{1}{2}t^3\right)dt\leqq\frac{1}{x^3}\int_0^x t\log(t+1)\,dt\leqq\frac{1}{x^3}\int_0^x t^2\,dt$

したがって　　$\displaystyle\frac{1}{3}-\frac{x}{8}\leqq\frac{1}{x^3}\int_0^x t\log(t+1)\,dt\leqq\frac{1}{3}$

$\displaystyle\lim_{x\to+0}\left(\frac{1}{3}-\frac{x}{8}\right)=\frac{1}{3}$ であるから，はさみうちの原理により

$$\lim_{x\to+0}\frac{1}{x^3}\int_0^x t\log(t+1)\,dt=\boldsymbol{\frac{1}{3}}$$

$\boxed{5}$ (1) $\mathbf{\overrightarrow{OC} = (1-p)\vec{a} + p\vec{b}}$

(2) $\overrightarrow{OC} = \vec{a} + p(\vec{b} - \vec{a})$，$\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$ より

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB} &= \{\vec{a} + p(\vec{b} - \vec{a})\}\cdot(\vec{b} - \vec{a}) \\ &= \vec{a}\cdot(\vec{b} - \vec{a}) + p(\vec{b} - \vec{a})\cdot(\vec{b} - \vec{a}) \\ &= \vec{a}\cdot\vec{b} - |\vec{a}|^2 + p|\vec{b} - \vec{a}|^2\end{aligned}$$

$\mathrm{OC}\perp\mathrm{AB}$ より，$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB} = 0$ であるから

$$\vec{a}\cdot\vec{b} - |\vec{a}|^2 + p|\vec{b} - \vec{a}|^2 = 0 \quad \text{よって} \quad p = \frac{|\vec{a}|^2 - \vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a} - \vec{b}|^2}$$

(3) $\vec{a} = (t,\ 0)$，$\vec{b} = (1,\ 3)$ より，$\vec{a} - \vec{b} = (t - 1, -3)$ であるから

$$|\vec{a}|^2 = t^2, \quad \vec{a}\cdot\vec{b} = t, \quad |\vec{a} - \vec{b}|^2 = (t-1)^2 + (-3)^2 = t^2 - 2t + 10$$

$p = \dfrac{1}{3}$ および上の諸式を (1) の結果に代入すると

$$\frac{1}{3} = \frac{t^2 - t}{t^2 - 2t + 10} \quad \text{整理すると} \quad 2t^2 - t - 10 = 0$$

ゆえに　$(t+2)(2t-5) = 0$　これを解いて　$\boldsymbol{t = -2,\ \dfrac{5}{2}}$

$\boxed{\mathbf{6}}$ (1) $\dfrac{\beta}{\alpha}=3+i$，$\theta=\arg\dfrac{\beta}{\alpha}$ より

$$|3+i|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10},\quad 3+i=\sqrt{10}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}+\frac{1}{\sqrt{10}}i\right)$$

ゆえに　$\cos\theta=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$，$\sin\theta=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$　$(0^\circ<\theta<90^\circ)$　$\cdots(*)$

また　$\arg\dfrac{\beta^2}{\alpha^2}=\arg\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^2=2\arg\dfrac{\beta}{\alpha}=2\theta$

3 点 O(0)，P(α^2)，Q(β^2) を頂点とする △POQ の面積 S は

$$\begin{aligned}S&=\frac{1}{2}|\alpha|^2|\beta|^2\sin 2\theta\\&=|\alpha|^2|\beta|^2\sin\theta\cos\theta\\&=1^2\cdot(\sqrt{10})^2\times\frac{3}{\sqrt{10}}\times\frac{1}{\sqrt{10}}=\mathbf{3}\end{aligned}$$

(2) $(*)$ より

$$\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta=\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2=\frac{4}{5}$$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}}<\dfrac{4}{5}<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ より　$\cos 45^\circ<\cos 2\theta<\cos 30^\circ$

よって　$30^\circ<2\theta<45^\circ$

(3) (2) の結果より　$4\theta<90^\circ<6\theta$ であるから，$n=5$ について

$$\begin{aligned}(3+i)^5&=(3+i)\{(3+i)^2\}^2=(3+i)(8+6i)^2\\&=(3+i)\{2(4+3i)\}^2\\&=4(3+i)(7+24i)=4(-3+79i)\end{aligned}$$

$\cos 5\theta<0$ であるから，$n\theta>90^\circ$ となる最小の自然数 n は

$$\boldsymbol{n=5}$$

$\boxed{7}$ (1) $P(X=2)=\dfrac{{}_6\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_4}=\boldsymbol{\dfrac{3}{14}}$

(2) $2 \leqq k \leqq 6$ のとき

$$P(X=k)=\frac{(k-1)\cdot{}_{8-k}\mathrm{C}_2}{{}_8\mathrm{C}_4}=\frac{1}{140}(k-1)(8-k)(7-k)$$

したがって

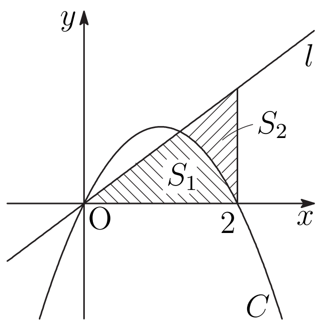
X	2	3	4	5	6	合計
$P(X)$	$\frac{15}{70}$	$\frac{20}{70}$	$\frac{18}{70}$	$\frac{12}{70}$	$\frac{5}{70}$	1

よって　$\boldsymbol{k=3}$

(3) (2) の結果から

$$E(X)=2\cdot\frac{15}{70}+3\cdot\frac{20}{70}+4\cdot\frac{18}{70}+5\cdot\frac{12}{70}+6\cdot\frac{5}{70}=\frac{252}{70}=\boldsymbol{\frac{18}{5}}$$

$\boxed{8}$ (1) C と x 軸で囲まれた図形の面積は



$$\int_0^2 (2x-x^2)\,dx=-\int_0^2 x(x-2)\,dx$$
$$=\frac{1}{6}(2-0)^3=\frac{4}{3}$$

C と l の共有点の x 座標は

$2x-x^2=ax$　これを解いて　$x=0,\ 2-a$

C と l で囲まれた図形の面積は

$$\int_0^{2-a}\{(2x-x^2)-ax\}\,dx=-\int_0^{2-a} x(x-2+a)\,dx$$
$$=\frac{1}{6}(2-a)^3$$

したがって　$S_1=\dfrac{4}{3}-\dfrac{1}{6}(2-a)^3=\boldsymbol{\dfrac{1}{6}a^3-a^2+2a}$

$S_1+S_2=\dfrac{1}{2}\cdot2\cdot2a$ より

$$S_2=2a-S_1=2a-\left(\frac{1}{6}a^3-a^2+2a\right)=\boldsymbol{-\frac{1}{6}a^3+a^2}$$

(2) (1) の結果から

$$S = S_1 - S_2 = \left(\frac{1}{6}a^3 - a^2 + 2a\right) - \left(-\frac{1}{6}a^3 + a^2\right)$$
$$= \frac{1}{3}a^3 - 2a^2 + 2a$$

ゆえに　$S' = \dfrac{dS}{da} = a^2 - 4a + 2$

よって，$\boldsymbol{a = 2 - \sqrt{2}}$ **のとき**

S の最大値は　$\boldsymbol{\dfrac{4}{3}(\sqrt{2} - 1)}$

a	(0)	$\cdots$	$2-\sqrt{2}$	$\cdots$	2
S'		$+$	0	$-$	
S		$\nearrow$	$\frac{4}{3}(\sqrt{2}-1)$	$\searrow$	

$\boxed{\mathbf{9}}$ (1) $p = \log_b c$ とすると，$c = b^p$ であるから，$a > 0$，$a \neq 1$ より

$$\log_a c = \log_a b^p$$

すなわち　$$\log_a c = p \log_a b$$

$b \neq 1$ より $\log_a b \neq 0$ であるから　$p = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$　　よって　$\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(4 - x) = \dfrac{\log_2(4 - x)}{\log_2 \frac{1}{2}} = -\log_2(4 - x)$ であるから

与えられた不等式は　　$\log_2 x + \log_2(4 - x) < 1$　$\cdots$①

真数は正であるから

$$x > 0 \quad \text{かつ} \quad 4 - x > 0 \quad \text{すなわち} \quad 0 < x < 4 \quad \cdots ②$$

① から　　$\log_2 x(4 - x) < \log_2 2$

底 2 は 1 より大きいから　$x(4 - x) < 2$　　整理すると　$x^2 - 4x + 2 > 0$

② に注意して，これを解くと　$\boldsymbol{0 < x < 2 - \sqrt{2},\ 2 + \sqrt{2} < x < 4}$

$\boxed{10}$ (1) **「$\boldsymbol{x}$ が無理数であり，かつ y が無理数であるならば，$\boldsymbol{x + y}$ が無理数であるか，または xy が無理数である.」**

(2) 反例 $\boldsymbol{x = \sqrt{2},\ y = -\sqrt{2}}$

$\boxed{\mathbf{11}}$ (1) △ABC および直線 EF について，メネラウスの定理を適用すると

$$\frac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FB}}\cdot\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{DC}}\cdot\frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EA}}=1 \quad \text{ゆえに} \quad \frac{b}{6-b}\times\frac{7}{4}\times\frac{5-a}{a}=1$$

整理すると　$\boldsymbol{3ab+24a-35b=0}$

(2) 4 点 B，C，E，F が同一円周上にあるから，方べきの定理により

$$\mathrm{AB}\cdot\mathrm{AF}=\mathrm{AC}\cdot\mathrm{AE} \quad \text{ゆえに} \quad 6b=5a$$

上式から，$b=\dfrac{5}{6}a$．これを (1) の結果に代入すると

$$3a\cdot\frac{5}{6}a+24a-35\cdot\frac{5}{6}a=0 \quad \text{整理すると} \quad 15a^2-31a=0$$

$0<a<5$ に注意してこれを解くと　$\boldsymbol{a=\dfrac{31}{15}}$

$\boxed{\mathbf{12}}$ (1) 左から 1 番目，上から $m-1$ 番目の数は　$(m-1)^2$
したがって，左から m 番目，上から m 番目の数は

$$(m-1)^2+m=\boldsymbol{m^2-m+1}$$

(2) $90=9^2+9$ であるから　**左から 10 番目，上から 9 番目**

(3) $\boldsymbol{1 \leqq l \leqq k+1}$ **のとき**
左から $\boldsymbol{k+1}$ 番目，上から $\boldsymbol{l}$ 番目
$\boldsymbol{k+1 \leqq l \leqq 2k+1}$ **のとき**
左から $(2k+1)-l+1=\boldsymbol{2k-l+2}$ **番目，上から $\boldsymbol{(k+1)}$ 番目**