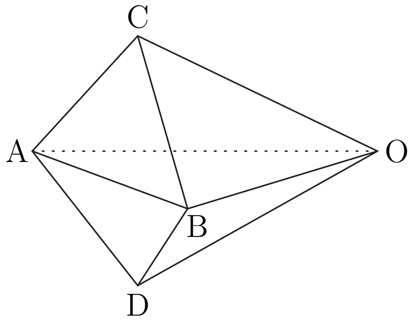
平成 27 年度　九州工業大学２次試験前期日程 (数学問題)
工学部　平成 27 年 2 月 25 日

- 数 I・II・III・A・B (120 分)

$\boxed{1}$ 四面体 OABC において，三角形 ABC は 1 辺の長さが 1 の正三角形であり，OA = OB = OC = 2 とする．また，点 C を通り平面 OAB に垂直な直線上に点 D があり，線分 CD の中点 H は平面 OAB に含まれるとする．すなわち，点 D は平面 OAB に関して，点 C と対称な点である．



$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおいて，次に答えよ．

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ および $\overrightarrow{\mathrm{BC}}\cdot\vec{a}$ を求めよ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ．また，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

(3) 直線 BH と直線 OA の交点を P とする．$\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ で表し，$\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\vec{a}$ を求めよ．さらに，OP および BP の長さを求めよ．

(4) (3) で定めた点 P に対して，四角形 BCPD の面積 S を求めよ．また，四角錐(すい)O-BCPD の体積 V を求めよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$ 初項 1，公差 3 の等差数列 $\{a_n\}$ と，一般項が $b_n = \left[\dfrac{2n+2}{3}\right]$ で与えられる数列 $\{b_n\}$ がある．ここで，実数 x に対して $[\,x\,]$ は x を超えない最大の整数を表す．たとえば，$b_1 = \left[\dfrac{4}{3}\right] = 1$，$b_2 = [\,2\,] = 2$，$b_3 = \left[\dfrac{8}{3}\right] = 2$ である．数列 $\{a_n\}$ を次のように，b_1 個，b_2 個，b_3 個，$\cdots$ の群に分け，第 k 群には b_k 個の数が入るようにする．

$$\begin{array}{ccccccccc} | & a_1 & | & a_2,\ a_3 & | & a_4,\ a_5 & | & a_6,\ \cdots \\ & \text{第 1 群} & & \text{第 2 群} & & \text{第 3 群} & & \cdots \end{array}$$

第 k 群の最初の数を c_k とする．次に答えよ．

(1) 自然数 m に対して，b_{3m-2}，b_{3m-1}，b_{3m} をそれぞれ m の多項式で表せ．また，数列 $\{b_n\}$ の初項から第 $3m$ 項までの和 S_{3m} を求めよ．

(2) 自然数 m に対して，c_{3m-2}，c_{3m-1}，c_{3m} をそれぞれ m の多項式で表せ．また，数列 $\{c_k\}$ の初項から第 $3m$ 項までの和 T_{3m} を求めよ．

(3) 1000 は第何群の何番目の数か．

(4) $x \geqq 1$ のとき $\sqrt{x^2+1} < x + \dfrac{1}{2}$ であることを用いて，次の不等式が成り立つことを示せ．ただし，m は自然数とする．

$$\sum_{k=1}^{3m}(\sqrt{c_k} - k) < \frac{m}{2}$$

$\boxed{\mathbf{3}}$ n を 2 以上の自然数とし，関数 $f(x)$ を $f(x) = x^n \log x$ $(x > 0)$ とする．ただし，対数は自然対数とする．次に答えよ．

(1) $x > 0$ のとき，不等式 $\log x + \dfrac{1}{x} > 0$ を証明せよ．

(2) $\displaystyle\lim_{x \to +0} x^n \log x = 0$ を示せ．

(3) 関数 $f(x)$ の増減を調べ，その最小値を求めよ．また，曲線 $y = f(x)$ の概形をかけ．ただし，曲線の凹凸は調べなくてよい．

(4) $f(x)$ が最小値をとるときの x の値を c_n とし

$$I_n = \int_{c_n}^{1} f(x)\,dx$$

とする．$\displaystyle\lim_{n \to \infty} n^2 I_n$ を求めよ．

$\boxed{\mathbf{4}}$ 関数 $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$ $(x \geqq 1)$ と曲線 $C : y = f(x)$ について，次に答えよ．

(1) 区間 $x > 1$ で，$f(x)$ は増加し，曲線 C は上に凸であることを示せ．

(2) 曲線 C の点 $(\sqrt{2},\ f(\sqrt{2}\,))$ における接線 ℓ の方程式を求めよ．

(3) (2) で求めた直線 ℓ と曲線 C および x 軸で囲まれた図形を D とする．D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ．

(4) (3) で定めた図形 D の面積 S を求めよ．

正解

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) $\theta = \angle\mathrm{AOB}$ とし，$\triangle\mathrm{OAB}$ に余弦定理を適用すると

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{OA}^2 + \mathrm{OB}^2 - \mathrm{AB}^2}{2\mathrm{OA}\cdot\mathrm{OB}} = \frac{2^2 + 2^2 - 1^2}{2\cdot 2\cdot 2} = \frac{7}{8}$$

よって　$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = 2\cdot 2\cdot\frac{7}{8} = \boldsymbol{\frac{7}{2}}$

$\triangle\mathrm{OAB} \equiv \triangle\mathrm{OBC} \equiv \mathrm{OCA}$ であるから　$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{c} = \vec{c}\cdot\vec{a} = \frac{7}{2}$

したがって　$\overrightarrow{\mathrm{BC}}\cdot\vec{a} = (\vec{c} - \vec{b})\cdot\vec{a} = \vec{c}\cdot\vec{a} - \vec{a}\cdot\vec{b} = \mathbf{0}$

(2) (1) の結果から

$$\begin{aligned}|\vec{a} + \vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 + 2\vec{a}\cdot\vec{b} + |\vec{b}|^2 \\ &= 2^2 + 2\cdot\frac{7}{2} + 2^2 = 15 \quad \cdots ①\end{aligned}$$

$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ に平行な単位ベクトルの 1 つを $\vec{e} = \dfrac{\vec{a} + \vec{b}}{|\vec{a} + \vec{b}|}$ とおくと

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OH}} &= (\vec{c}\cdot\vec{e})\vec{e} = \left(\frac{\vec{c}\cdot(\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{a} + \vec{b}|}\right)\frac{\vec{a} + \vec{b}}{|\vec{a} + \vec{b}|} \\ &= \frac{\vec{c}\cdot\vec{a} + \vec{b}\cdot\vec{c}}{|\vec{a} + \vec{b}|^2}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{\frac{7}{2} + \frac{7}{2}}{15}(\vec{a} + \vec{b}) = \boldsymbol{\frac{7}{15}(\vec{a} + \vec{b})}\end{aligned}$$

2 点 C，D の中点が H であるから，$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OC}} + \overrightarrow{\mathrm{OD}}}{2}$ より

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OD}} &= 2\overrightarrow{\mathrm{OH}} - \overrightarrow{\mathrm{OC}} \\ &= 2\cdot\frac{7}{15}(\vec{a} + \vec{b}) - \vec{c} = \boldsymbol{\frac{14}{15}\vec{a} + \frac{14}{15}\vec{b} - \vec{c}}\end{aligned}$$

(3) H は直線 BP 上の点であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = \frac{7}{15}\vec{a} + \frac{7}{15}\vec{b} = \frac{8}{15}\left(\frac{7}{8}\vec{a}\right) + \frac{7}{15}\overrightarrow{\mathrm{OB}} \quad ゆえに \quad \overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{7}{8}\vec{a}$$

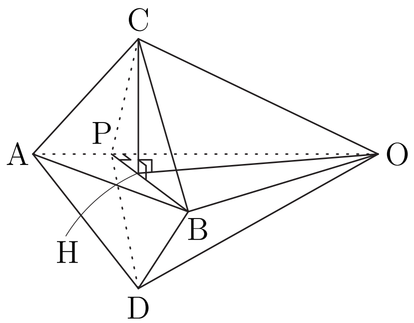
よって $\overrightarrow{\mathrm{BP}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}} - \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boldsymbol{\frac{7}{8}\vec{a} - \vec{b}}$

$$\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\vec{a} = \left(\frac{7}{8}\vec{a} - \vec{b}\right)\cdot\vec{a} = \frac{7}{8}|\vec{a}|^2 - \vec{a}\cdot\vec{b} = \frac{7}{8}\cdot 2^2 - \frac{7}{2} = \mathbf{0}$$

$$\mathrm{OP} = |\overrightarrow{\mathrm{OP}}| = \frac{7}{8}|\vec{a}| = \frac{7}{8}\cdot 2 = \boldsymbol{\frac{7}{4}}$$

$\overrightarrow{\mathrm{BP}}\cdot\vec{a} = 0$ より，$\angle\mathrm{OPB} = 90^\circ$ であるから

$$\mathrm{BP} = \sqrt{\mathrm{OB}^2 - \mathrm{OP}^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{7}{4}\right)^2} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{15}}{4}}$$



(4) ① より $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{15}$ ゆえに $|\overrightarrow{\mathrm{OH}}| = \frac{7}{15}|\vec{a} + \vec{b}| = \frac{7}{\sqrt{15}}$

したがって $\mathrm{CH} = \sqrt{\mathrm{OC}^2 - \mathrm{OH}^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{7}{\sqrt{15}}\right)^2} = \sqrt{\frac{11}{15}}$

$$\frac{S}{2} = \triangle\mathrm{BCP} = \frac{1}{2}\mathrm{BP}\cdot\mathrm{CH} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{15}}{4} \times \sqrt{\frac{11}{15}} = \frac{\sqrt{11}}{8}$$

よって $S = \boldsymbol{\frac{\sqrt{11}}{4}}$

$\overrightarrow{\mathrm{CH}} = \overrightarrow{\mathrm{OH}} - \overrightarrow{\mathrm{OC}} = \frac{7}{15}(\vec{a} + \vec{b}) - \vec{c}$ より

$$\overrightarrow{\mathrm{CH}}\cdot\vec{a} = \frac{7}{15}(|\vec{a}|^2 + \vec{a}\cdot\vec{b}) - \vec{c}\cdot\vec{a} = \frac{7}{15}\left(2^2 + \frac{7}{2}\right) - \frac{7}{2} = 0$$

$\overrightarrow{\mathrm{BP}}\perp\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{CH}}\perp\vec{a}$ であるから

$$V = \frac{1}{3}S\cdot\mathrm{OP} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{11}}{4} \times \frac{7}{4} = \boldsymbol{\frac{7\sqrt{11}}{48}}$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) $b_n = \left[\ \dfrac{2n+2}{3}\ \right]$ より

$$b_{3m-2} = \left[\ \frac{2(3m-2)+2}{3}\ \right] = \left[\ 2m-1+\frac{1}{3}\ \right] = \boldsymbol{2m-1}$$

$$b_{3m-1} = \left[\ \frac{2(3m-1)+2}{3}\ \right] = [\ 2m\ ] = \boldsymbol{2m}$$

$$b_{3m} = \left[\ \frac{2\cdot 3m+2}{3}\ \right] = \left[\ 2m+\frac{2}{3}\ \right] = \boldsymbol{2m}$$

$$S_{3m} = \sum_{k=1}^{m}(b_{3k-2}+b_{3k-1}+b_{3k}) = \sum_{k=1}^{m}\{(2k-1)+2k+2k\}$$

$$= \sum_{k=1}^{m}(6k-1) = 6\cdot\frac{1}{2}m(m+1)-m = \boldsymbol{m(3m+2)}$$

(2) $\{a_n\}$ は初項 1，公差 3 の等差数列であるから，一般項は

$$a_n = 1+(n-1)\cdot 3 = 3n-2$$

$m \geqq 2$ のとき　$S_{3(m-1)} = (m-1)\{3(m-1)+2\} = (m-1)(3m-1)$

c_{3m-2} は $\{a_n\}$ の第 $S_{3(m-1)}+1$ 項であるから

$$\begin{aligned} c_{3m-2} &= 3\{(m-1)(3m-1)+1\}-2 \\ &= 9m^2-12m+4 = \boldsymbol{(3m-2)^2} \end{aligned}$$

c_{3m-1} は $\{a_n\}$ の第 $S_{3(m-1)}+b_{3m-2}+1$ 項であるから

$$\begin{aligned} c_{3m-1} &= 3\{(m-1)(3m-1)+(2m-1)+1\}-2 \\ &= 9m^2-6m+1 = \boldsymbol{(3m-1)^2} \end{aligned}$$

c_{3m} は $\{a_n\}$ の第 $S_{3(m-1)}+b_{3m-2}+b_{3m-1}+1$ 項であるから

$$\begin{aligned} c_{3m} &= 3\{(m-1)(3m-1)+(2m-1)+2m+1\}-2 \\ &= \boldsymbol{9m^2+1} \end{aligned}$$

上の c_{3m-2}，c_{3m-1}，c_{3m} は $m=1$ のときも成り立つことに注意して

$$T_{3m} = \sum_{k=1}^{m}(c_{3k-2}+c_{3k-1}+c_{3k}) = \sum_{k=1}^{m}\{(3k-2)^2+(3k-1)^2+(9k^2+1)\}$$

$$= \sum_{k=1}^{m}(27k^2-18k+6) = 27\times\frac{1}{6}m(m+1)(2m+1)-18\times\frac{1}{2}m(m+1)+6m$$

$$= \boldsymbol{\frac{3}{2}m(6m^2+3m+1)}$$

(3) (2) の結果から，$31^2 < 1000 < 32^2$ であるから

$$c_{31} = 31^2 = 961, \quad 1000 = 961 + 3 \times 13$$

よって，1000 は　**第 31 群の 14 番目**

(4) (2) の結果から，$\sqrt{c_{3k-2}} - (3k-2) = 0$，$\sqrt{c_{3k-1}} - (3k-1) = 0$ であるから

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{3m}(\sqrt{c_k} - k) &= \sum_{k=1}^{m}(\sqrt{c_{3k}} - 3k) \\ &= \sum_{k=1}^{m}(\sqrt{(3k)^2+1} - 3k) < \sum_{k=1}^{m}\frac{1}{2} = \frac{m}{2}\end{aligned}$$

$\boxed{3}$ (1) $g(x) = \log x + \dfrac{1}{x}$ とおくと　　$g'(x) = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x-1}{x^2}$

したがって，$g(x)$ の増減表は次のようになる．

x	(0)	$\cdots$	1	$\cdots$
$g'(x)$		$-$	0	$+$
$g(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$

ゆえに　$g(x) \geqq 1 > 0$　よって　$\log x + \dfrac{1}{x} > 0$

(2) (1) の結果から　　$-\dfrac{1}{x} < \log x$

また，$0 < x < 1$ のとき　$-\dfrac{1}{x} < \log x < 0$　ゆえに　$-x^{n-1} < x^n \log x < 0$

n は 2 以上の自然数であるから　　$\displaystyle\lim_{x \to +0}(-x^{n-1}) = 0$

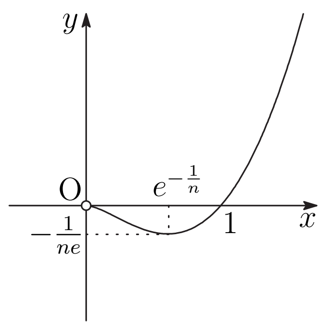
よって，はさみうちの原理により　　$\displaystyle\lim_{x \to +0} x^n \log x = 0$

(3) $f(x) = x^n \log x$ を微分すると

$$f'(x) = x^{n-1}(n \log x + 1)$$

したがって，$f(x)$ の増減表は次のようになる．

x	(0)	$\cdots$	$e^{-\frac{1}{n}}$	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		$\searrow$	$-\frac{1}{ne}$	$\nearrow$



よって，グラフの概形は右の図のようになる．最小値 $\boldsymbol{f\left(e^{-\frac{1}{n}}\right) = -\dfrac{1}{ne}}$

(4) (3) の結果から，$c_n = e^{-\frac{1}{n}}$ であるから

$$
\begin{aligned}
I_n &= \int_{c_n}^{1} x^n \log x\,dx = \frac{1}{n+1}\int_{e^{-\frac{1}{n}}}^{1} (x^{n+1})' \log x\,dx \\
&= \left[\ \frac{x^{n+1}\log x}{n+1} - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2}\ \right]_{e^{-\frac{1}{n}}}^{1} \\
&= \frac{1}{n(n+1)}e^{-\frac{n+1}{n}} - \frac{1}{(n+1)^2}(1 - e^{-\frac{n+1}{n}})
\end{aligned}
$$

ゆえに　$n^2 I_n = \dfrac{n}{n+1}e^{-\frac{n+1}{n}} - \dfrac{n^2}{(n+1)^2}(1 - e^{-\frac{n+1}{n}})$

ここで　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1} = 1$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{(n+1)^2} = 1$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}e^{-\frac{n+1}{n}} = e^{-1}$

よって　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} n^2 I_n = e^{-1} - (1 - e^{-1}) = \boldsymbol{2e^{-1} - 1}$

4 (1) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ $(x \geqq 1)$ より　$\{f(x)\}^2 = 1 - \dfrac{1}{x^2}$

上の第 2 式の両辺を微分すると

$$2f(x)f'(x) = \frac{2}{x^3} \quad ゆえに \quad f(x)f'(x) = \frac{1}{x^3} \qquad \cdots ①$$

$x > 1$ のとき，$f(x) > 0$ であるから，① より　$f'(x) > 0$

よって，区間 $x > 1$ で $f(x)$ は増加する．

① の両辺を微分すると　$\{f'(x)\}^2 + f(x)f''(x) = -\dfrac{3}{x^4}$

したがって　$f(x)f''(x) = -\{f'(x)\}^2 - \dfrac{3}{x^4}$

$x > 1$ のとき，$f(x) > 0$ であるから，上式から　$f''(x) < 0$

よって，区間 $x > 1$ で，曲線 C は上に凸である．

(2) ① より $\qquad f(\sqrt{2}\,)f'(\sqrt{2}\,)=\dfrac{1}{(\sqrt{2})^3}$

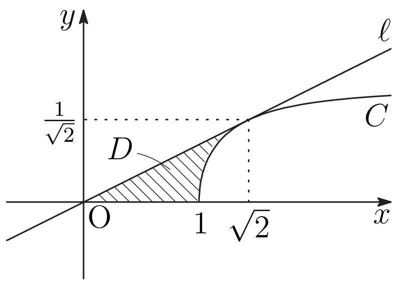
$f(\sqrt{2}\,)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ であるから $\qquad f'(\sqrt{2})=\dfrac{1}{2}$

ℓ は点 $\left(\sqrt{2},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ を通り，傾き $\dfrac{1}{2}$ の直線であるから

$$y-\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}(x-\sqrt{2}\,) \quad \text{すなわち} \quad \boldsymbol{y=\frac{1}{2}x}$$

(3) $y=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}$ より $\quad x^2=\dfrac{1}{1-y^2}, \qquad y=\dfrac{1}{2}x$ より $\quad x^2=4y^2$

よって，求める体積 V は



$$\begin{aligned}\frac{V}{\pi}&=\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(\frac{1}{1-y^2}-4y^2\right)dy\\&=\left[\ \frac{1}{2}\log\left|\frac{y+1}{y-1}\right|-\frac{4}{3}y^3\ \right]_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\\&=\log(\sqrt{2}+1)-\frac{\sqrt{2}}{3}\end{aligned}$$

よって $\qquad \boldsymbol{V=\pi\left\{\log(\sqrt{2}+1)-\frac{\sqrt{2}}{3}\right\}}$

別解 (バウムクーヘン型求積法)

$$\begin{aligned}\frac{V}{2\pi}&=\int_0^{\sqrt{2}}x\cdot\frac{1}{2}x\,dx-\int_1^{\sqrt{2}}x\cdot\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\,dx\\&=\left[\ \frac{1}{6}x^3\ \right]_0^{\sqrt{2}}-\left[\ \frac{1}{2}x\sqrt{x^2-1}-\frac{1}{2}\log(x+\sqrt{x^2-1})\ \right]_1^{\sqrt{2}}\\&=\frac{1}{2}\log(\sqrt{2}+1)-\frac{\sqrt{2}}{6}\end{aligned}$$

よって $\qquad V=\pi\left\{\log(\sqrt{2}+1)-\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right\}$

(4) $\mathrm{A}(\sqrt{2},\ f(\sqrt{2}))$，$\mathrm{B}\left(0,\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ とすると　$\triangle\mathrm{OAB}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$

曲線 C の方程式を x について解くと　$x=\dfrac{1}{\sqrt{1-y^2}}$　$(y\geqq 0)$

また，定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}\,dy$ について，$y=\sin\theta$ とおくと

$$\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}=\frac{1}{\cos\theta},\qquad \frac{dy}{d\theta}=\cos\theta$$

y	$0\longrightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}$
θ	$0\longrightarrow\frac{\pi}{4}$

したがって
$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}\,dy=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos\theta}\cdot\cos\theta\,d\theta$$
$$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta=\frac{\pi}{4}$$

よって
$$S=\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\frac{1}{\sqrt{1-y^2}}\,dy-\triangle\mathrm{OAB}=\boldsymbol{\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}}$$

別解 $\mathrm{P}(\sqrt{2},\ f(\sqrt{2}))$，$\mathrm{Q}(\sqrt{2},\ 0)$ とすると　$\triangle\mathrm{OPQ}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$

また，定積分 $\displaystyle\int_1^{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\,dx$ について，$x=\dfrac{1}{\cos\theta}$ とおくと

$$\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}=\sin\theta,\qquad \frac{dx}{d\theta}=\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$$

x	$1\longrightarrow\sqrt{2}$
θ	$0\longrightarrow\frac{\pi}{4}$

したがって
$$\int_1^{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin\theta\cdot\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\,d\theta$$
$$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1}{\cos^2\theta}-1\right)d\theta$$
$$=\Big[\tan\theta-\theta\Big]_0^{\frac{\pi}{4}}=1-\frac{\pi}{4}$$

よって
$$S=\triangle\mathrm{OPQ}-\int_1^{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}\,dx=\frac{1}{2}-\left(1-\frac{\pi}{4}\right)=\boldsymbol{\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}}$$