平成 20 年度　九州工業大学２次試験前期日程 (数学問題)
工学部　平成 20 年 2 月 25 日

- 数 I・II・III・A・B・C (120 分)

1 2 つのさいころを同時に投げるとき，偶数の目が出たさいころの個数を a，1 の目が出たさいころの個数を b とする．次に答えよ．

(1) x に関する 2 次方程式 $x^2+2(a-1)x+b=0$ が異なる 2 つの実数解をもつような a，b の組をすべて求めよ．

(2) x に関する 2 次方程式 $x^2+2(a-1)x+b=0$ の実数解の個数の期待値を求めよ．ただし，重解については，その解の個数を 1 と数える．

(3) x に関する 3 次方程式 $x^3+3ax^2-9a^2x-27b=0$ の実数解の個数の期待値を求めよ．ただし，重解 (2 重解または 3 重解) については，その解の個数を 1 と数える．

2 四角形 ABCD を底面とし O を頂点とする四角錐 O-ABCD において，底面の四角形 ABCD は $\overrightarrow{\mathrm{AD}}=2\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ をみたしている．辺 OD の中点を M とし，3 点 A，B，M を通る平面が辺 OC と交わる点を N とする．次に，四角形 ABNM の対角線の交点を P とし，直線 OP が底面 ABCD と交わる点を Q とする．$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおいて，次に答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ を $\vec{c}$ を用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

(4) 線分の長さの比 OP : PQ を求めよ．

$\boxed{\mathbf{3}}$ 行列 A，B，X_0，Y_0 を

$$A=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},\ X_0=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ Y_0=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

とする．2 次の正方行列 X_n，Y_n $(n=1,2,3,\cdots)$ を

$$X_n=AX_{n-1}+BY_{n-1},\quad Y_n=BX_{n-1}+AY_{n-1}$$

により定める．次に答えよ．

(1) X_1，Y_1 を求めよ．

(2) $C=A+B$ とする．すべての自然数 n に対して $C^n=\begin{pmatrix} 4^n & -n\cdot 4^n \\ 0 & 4^n \end{pmatrix}$ が成り立つことを数学的帰納法によって示せ．

(3) 自然数 n に対して $S_n=X_n+Y_n$ とおく．S_n を求めよ．

(4) 自然数 n に対して $T_n=X_n-Y_n$ とおく．T_n を求めよ．

(5) 自然数 n に対して X_n を求めよ．

$\boxed{\mathbf{4}}$ O を原点とする座標平面上に 4 点 A(4, 0)，B(4, 4)，C(0, 4)，D(3, 2) がある．点 R は正方形 OABC の周上では速さ 4 で動き，正方形の内部では速さ 1 で動く．次に答えよ．

(1) 点 P(x, 0) を線分 OA 上の点とする．点 R が O を出発して，折れ線 OPD に沿って D に到達するまでの時間 $f(x)$ $(0 \leqq x \leqq 4)$ を求めよ．

(2) (1) で求めた $f(x)$ に対して，$f'(x)=0$ を満たす x を求めよ．

(3) (1) で求めた $f(x)$ の最小値 T_1 を求めよ．

(4) 点 Q(4, x) を線分 AB 上の点とする．点 R が O を出発して，折れ線 OAQD に沿って D に到達するまでの時間を $g(x)$ $(0 \leqq x \leqq 4)$ とする．$g(x)$ の最小値 T_2 を求め，(3) で求めた値 T_1 との大小を比較せよ．

$\boxed{\mathbf{5}}$ $k>0$ とする．2 つの曲線

$$C_1 : y=\frac{1}{2}x^2-\frac{4-k}{2}x+1,\quad C_2 : y=k\log\frac{x}{2}+k-1$$

は，ある共有点 P において共通の接線 l をもっている．ただし，対数は自然対数を表す．次に答えよ．

(1) 共有点 P の座標と共通の接線 l の方程式を k を用いて表せ．

(2) 接線 l が点 (1, 0) を通るとき，曲線 C_2 と x 軸との交点の x 座標を求めよ．

(3) 接線 l が点 (1, 0) を通るとき，曲線 C_2 と x 軸および接線 l で囲まれる部分の面積を求めよ．

正解

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) 起こり得る a，b の組は

$$(a,\ b) = (2,\ 0),\ (1,\ 1),\ (1,\ 0),\ (0,\ 2),\ (0,\ 1),\ (0,\ 0)$$

2 次方程式 $x^2 + 2(a-1)x + b = 0 \cdots (*)$ の判別式を D とすると

$$D/4 = (a-1)^2 - b$$

2 次方程式 $(*)$ が異なる実数解をもつ，すなわち $D > 0$ となる a，b の組は

$$\boldsymbol{(a,\ b) = (2,\ 0),\ (0,\ 0)}$$

(2) a，b のそれぞれの組について，その確率および 2 次方程式 $(*)$ の実数解の個数は，次のようになる．

$$
\begin{array}{lll}
P(a=2,\ b=0) = \dfrac{3\cdot 3}{6\cdot 6} = \dfrac{9}{36} & D > 0 \text{ より} & 2\text{ 個} \\
P(a=1,\ b=1) = \dfrac{3\cdot 1}{6\cdot 6} \times 2 = \dfrac{6}{36} & D < 0 \text{ より} & 0\text{ 個} \\
P(a=1,\ b=0) = \dfrac{3\cdot 2}{6\cdot 6} \times 2 = \dfrac{12}{36} & D = 0 \text{ より} & 1\text{ 個} \\
P(a=0,\ b=2) = \dfrac{1\cdot 1}{6\cdot 6} = \dfrac{1}{36} & D < 0 \text{ より} & 0\text{ 個} \\
P(a=0,\ b=1) = \dfrac{1\cdot 2}{6\cdot 6} \times 2 = \dfrac{4}{36} & D = 0 \text{ より} & 1\text{ 個} \\
P(a=0,\ b=0) = \dfrac{2\cdot 2}{6\cdot 6} = \dfrac{4}{36} & D > 0 \text{ より} & 2\text{ 個}
\end{array}
$$

2 次方程式 $(*)$ の実数解の個数を X とすると

$$P(X=1) = \frac{12}{36} + \frac{4}{36} = \frac{16}{36},\quad P(X=2) = \frac{9}{36} + \frac{4}{36} = \frac{13}{36}$$

よって，求める期待値は　$1 \times \dfrac{16}{36} + 2 \times \dfrac{13}{36} = \dfrac{42}{36} = \boldsymbol{\dfrac{7}{6}}$

(3) $f(x) = x^3 + 3ax^2 - 9a^2x - 27b$ とおくと

$$f'(x) = 3x^2 + 6ax - 9a^2 = 3(x + 3a)(x - a)$$

i) $a = 0$ のとき，$f(x)$ は単調増加であるから，$f(x) = 0$ の実数解は 1 個

ii) $a > 0$ のとき，$f(x)$ の増減表は次のようになる．

x	$\cdots$	$-3a$	$\cdots$	a	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$27(a^3 - b)$	$\searrow$	$-5a^3 - 27b$	$\nearrow$

$f(a) = -5a^3 - 27b < 0$ であるから，$f(x) = 0$ の実数解の個数は

$$\begin{aligned} &f(-3a) < 0 \text{ のとき } 1 \text{ 個,} \\ &f(-3a) = 0 \text{ のとき } 2 \text{ 個,} \\ &f(-3a) > 0 \text{ のとき } 3 \text{ 個} \end{aligned}$$

$f(x) = 0$ の実数解の個数を Y とすると

$$\begin{array}{ll} Y = 1 \text{ であるのは} & (a,\ b) = (0,\ 2),\ (0,\ 1),\ (0,\ 0) \\ Y = 2 \text{ であるのは} & (a,\ b) = (1,\ 1) \\ Y = 3 \text{ であるのは} & (a,\ b) = (1,\ 0),\ (2,\ 0) \end{array}$$

したがって

$$\begin{aligned} P(Y = 1) &= \frac{1}{36} + \frac{4}{36} + \frac{4}{36} = \frac{9}{36} \\ P(Y = 2) &= \frac{6}{36} \\ P(Y = 3) &= \frac{12}{36} + \frac{9}{36} = \frac{21}{36} \end{aligned}$$

よって，求める期待値は

$$1 \times \frac{9}{36} + 2 \times \frac{6}{36} + 3 \times \frac{21}{36} = \frac{84}{36} = \mathbf{\frac{7}{3}}$$

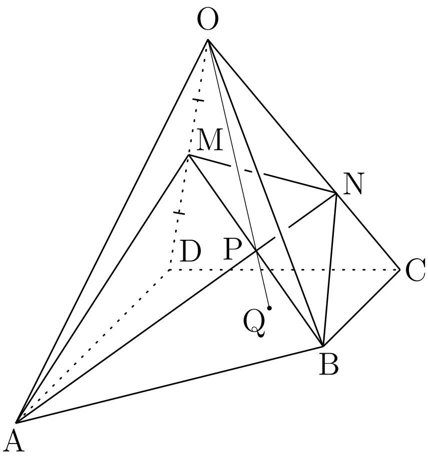
$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}$

$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=2\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ であるから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OD}}&=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+2\overrightarrow{\mathrm{BC}}\\&=\vec{a}+2(\vec{c}-\vec{b})\\&=\vec{a}-2\vec{b}+2\vec{c}\end{aligned}$$

$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ であるから

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}}$$



(2) 3 点 A，B，M を通る平面上の位置ベクトルは

$$\alpha\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\beta\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\gamma\overrightarrow{\mathrm{OM}},\qquad \alpha+\beta+\gamma=1\quad\cdots①$$

$$=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\left(\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}\right)$$

$$=\left(\alpha+\frac{1}{2}\gamma\right)\vec{a}+(\beta-\gamma)\vec{b}+\gamma\vec{c}$$

この平面と直線 OC の交点が N であるから

$$\alpha+\frac{1}{2}\gamma=0\quad\cdots②,\quad \beta-\gamma=0\quad\cdots③,\quad \overrightarrow{\mathrm{ON}}=\gamma\vec{c}$$

①，②，③ を解いて　$\alpha=-\dfrac{1}{3}$，$\beta=\gamma=\dfrac{2}{3}$　よって　$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\dfrac{2}{3}\vec{c}}$

(3) P は直線 BM 上にあるから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}}&=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}+t\overrightarrow{\mathrm{OM}}\\&=(1-t)\vec{b}+t\left(\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}\right)=\frac{1}{2}t\vec{a}+(1-2t)\vec{b}+t\vec{c}\end{aligned}$$

$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ は 1 次独立であり，P は平面 OAC 上の点であるから

$1-2t=0$　これを解いて　$t=\dfrac{1}{2}$　よって　$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\dfrac{1}{4}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}}$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=k\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ とおくと　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{k}{4}\vec{a}+\dfrac{k}{2}\vec{c}$

Q は，平面 ABC 上の点であるから

$\dfrac{k}{4}+\dfrac{k}{2}=1$　これを解いて　$k=\dfrac{4}{3}$

したがって　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{\mathrm{OP}}$　よって　$\mathbf{OP:PQ=3:1}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1) $X_1 = AX_0 + BY_0$ より

$$X_1 = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{3} & \mathbf{3} \end{pmatrix}$$

$Y_1 = BX_0 + AY_0$ より

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-1} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{-3} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

(2) $C = A + B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ のとき，すべての自然数 n に対して $C^n = \begin{pmatrix} 4^n & -n{\cdot}4^n \\ 0 & 4^n \end{pmatrix} \cdots (*)$ とする．

i) $n = 1$ のとき，明らかに $(*)$ は成り立つ．

ii) $n = k$ のとき，

$$C^k = \begin{pmatrix} 4^k & -k{\cdot}4^k \\ 0 & 4^k \end{pmatrix}$$

であると仮定すると

$$C^{k+1} = C^kC = \begin{pmatrix} 4^k & -k{\cdot}4^k \\ 0 & 4^k \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 4^{k+1} & -(k+1)4^{k+1} \\ 0 & 4^{k+1} \end{pmatrix}$$

したがって，$n = k + 1$ のときも $(*)$ が成り立つ．

i)，ii) より，すべての自然数 n について，$(*)$ が成り立つ．

(3) $S_n = X_n + Y_n$ より

$$
\begin{aligned}
S_0 &= X_0 + Y_0 \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E, \\
S_n &= (AX_{n-1} + BY_{n-1}) + (BX_{n-1} + AY_{n-1}) \\
&= (A + B)(X_{n-1} + Y_{n-1}) \\
&= CS_{n-1}
\end{aligned}
$$

したがって，上式および (2) の結果から

$$
S_n = C^n S_0 = C^n E = C^n = \begin{pmatrix} \boldsymbol{4^n} & \boldsymbol{-n4^n} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{4^n} \end{pmatrix}
$$

(4) $D = A - B$ とおくと，

$$
D = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}
$$

これをハミルトン・ケリーの定理に適用して　$D^2 - 4D = O$

したがって　　$D^n = 4^{n-1}D$ (n は自然数)

$T_n = X_n - Y_n$ より

$$
\begin{aligned}
T_0 &= X_0 - Y_0 \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \\
T_n &= (AX_{n-1} + BY_{n-1}) - (BX_{n-1} + AY_{n-1}) \\
&= (A - B)(X_{n-1} - Y_{n-1}) \\
&= DT_{n-1}
\end{aligned}
$$

したがって

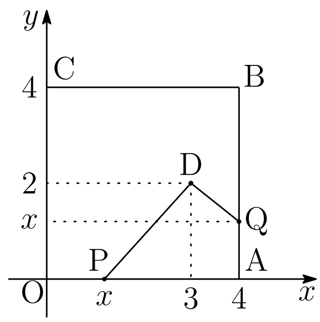
$$
\begin{aligned}
T_n &= D^n T_0 = 4^{n-1} D T_0 \\
&= 4^{n-1} \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = 4^{n-1} \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \boldsymbol{6 \cdot 4^{n-1}} & \boldsymbol{2 \cdot 4^{n-1}} \\ \boldsymbol{6 \cdot 4^{n-1}} & \boldsymbol{2 \cdot 4^{n-1}} \end{pmatrix}
\end{aligned}
$$

(5) (3),(4) の結果から

$$X_n = \frac{1}{2}(S_n + T_n)$$
$$= \frac{1}{2}\left\{\begin{pmatrix} 4^n & -n4^n \\ 0 & 4^n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6{\cdot}4^{n-1} & 2{\cdot}4^{n-1} \\ 6{\cdot}4^{n-1} & 2{\cdot}4^{n-1} \end{pmatrix}\right\}$$
$$= \begin{pmatrix} \mathbf{5{\cdot}4^{n-1}} & \mathbf{(1-2n){\cdot}4^{n-1}} \\ \mathbf{3{\cdot}4^{n-1}} & \mathbf{3{\cdot}4^{n-1}} \end{pmatrix}$$

4 (1) $f(x) = \dfrac{\mathrm{OP}}{4} + \dfrac{\mathrm{PD}}{1}$

$$= \boldsymbol{\frac{x}{4} + \sqrt{(x-3)^2+4}}$$



(2) (1) の結果を微分すると

$$f'(x) = \frac{1}{4} + \frac{x-3}{\sqrt{(x-3)^2+4}} \qquad \cdots ①$$

$f'(x)=0$ となるのは $\quad \dfrac{3-x}{\sqrt{(x-3)^2+4}} = \dfrac{1}{4} \quad \cdots ②$

② の両辺を平方して整理すると

$$16(3-x)^2 = (x-3)^2+4 \quad \text{ゆえに} \quad 15(3-x)^2 = 4$$

② より，$3-x>0$ であるから

$$3-x = \frac{2}{\sqrt{15}} \qquad \text{よって} \qquad \boldsymbol{x = 3 - \frac{2}{\sqrt{15}}}$$

(3) ① を微分すると

$$f''(x) = \frac{\sqrt{(x-3)^2+4} - (x-3){\cdot}\dfrac{(x-3)}{\sqrt{(x-3)^2+4}}}{(x-3)^2+4}$$
$$= \frac{4}{\{(x-3)^2+4\}^{\frac{3}{2}}} > 0$$

(2) で求めた値を α とすると $\quad \alpha = 3 - \dfrac{2}{\sqrt{15}} \quad \cdots ③$

x	0	$\cdots$	α	$\cdots$	4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$\sqrt{13}$	↘	極小	↗	$1+\sqrt{5}$

したがって $\qquad T_1 = f(\alpha)$

② より　$\sqrt{(\alpha-3)^2+4}=4(3-\alpha)\quad\cdots$④

③，④ より　$T_1=f(\alpha)=\dfrac{\alpha}{4}+\sqrt{(\alpha-3)^2+4}$

$$=\frac{\alpha}{4}+4(3-\alpha)=12-\frac{15}{4}\alpha$$

$$=12-\frac{15}{4}\left(3-\frac{2}{\sqrt{15}}\right)=\boldsymbol{\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{15}}{2}}$$

(4) 前ページの図から

$$g(x)=\frac{\mathrm{OA}+\mathrm{AQ}}{4}+\frac{\mathrm{QD}}{1}=\frac{4+x}{4}+\sqrt{(x-2)^2+1}$$

このとき，$g'(x)$，$g''(x)$ は，(2)，(3) と同様に

$$g'(x)=\frac{1}{4}+\frac{x-2}{\sqrt{(x-2)^2+1}},\quad g''(x)=\frac{1}{\{(x-2)^2+1\}^{\frac{3}{2}}}$$

$g'(\beta)=0$ をみたす β $(0<\beta<4)$ は　$\dfrac{2-\beta}{\sqrt{(\beta-2)^2+1}}=\dfrac{1}{4}\quad\cdots$④

④ の両辺を平方して整理すると

$$16(2-\beta)^2=(\beta-2)^2+1\quad 15(2-\beta)^2=1$$

④ より，$2-\beta>0$ であるから

$$2-\beta=\frac{1}{\sqrt{15}}\quad よって\quad \beta=2-\frac{1}{\sqrt{15}}\quad\cdots⑤$$

x	0	$\cdots$	β	$\cdots$	4
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g''(x)$		$+$	$+$	$+$	
$g(x)$	$1+\sqrt{5}$	↘	極小	↗	$2+\sqrt{5}$

したがって　$T_2=g(\beta)$

④ より　$\sqrt{(\beta-2)^2+1}=4(2-\beta)\quad\cdots$⑥

⑤，⑥ より　$T_2=g(\beta)=\dfrac{4+\beta}{4}+\sqrt{(\beta-2)^2+1}$

$$=\frac{4+\beta}{4}+4(2-\beta)=9-\frac{15}{4}\beta$$

$$=9-\frac{15}{4}\left(2-\frac{1}{\sqrt{15}}\right)=\boldsymbol{\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{15}}{4}}$$

ゆえに　$T_1-T_2=\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{15}}{2}\right)-\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{15}}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{15}-3}{4}>0$

よって　$\boldsymbol{T_1>T_2}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ (1) $f(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{4-k}{2}x+1$，$g(x)=k\log\dfrac{x}{2}+k-1$ とおくと

$$f'(x)=x-\frac{4-k}{2},\quad g'(x)=\frac{k}{x}$$

点 P の x 座標を p とおくと，$f'(p)=g'(p)$ であるから

$$p-\frac{4-k}{2}=\frac{k}{p}\quad \text{ゆえに}\quad (p-2)(2p+k)=0$$

$k>0$，$p>0$ であるから　　$p=2$

このとき　$f(2)=k-1$，$g(2)=k-1$　ゆえに　$\mathbf{P(2,\ \boldsymbol{k}-1)}$

したがって，P における接線の傾きは　　$f'(2)=g'(2)=\dfrac{k}{2}$

よって，接線 l の方程式は

$$y-(k-1)=\frac{k}{2}(x-2)\quad \text{すなわち}\quad \boldsymbol{y=\frac{k}{2}x-1}$$

(2) l が点 $(1,\ 0)$ を通るから

$$0=\frac{k}{2}\cdot 1-1\quad \text{これを解いて}\quad k=2$$

よって　　$C_2: y=2\log\dfrac{x}{2}+1$

これに $y=0$ を代入すると

$$0=2\log\frac{x}{2}+1\quad \text{よって}\quad \boldsymbol{x=\frac{2}{\sqrt{e}}}$$

(3) 求める面積は，図の斜線部分で，その面積を S とすると

$$S=\triangle\mathrm{ABP}-\int_{\frac{2}{\sqrt{e}}}^{2}\left(2\log\frac{x}{2}+1\right)dx$$

$$=\frac{1}{2}-\left[\,2x\log\frac{x}{2}-x\,\right]_{\frac{2}{\sqrt{e}}}^{2}$$

$$=\boldsymbol{\frac{5}{2}-\frac{4}{\sqrt{e}}}$$