平成 27 年度　鹿児島大学２次試験前期日程 (数学問題)
理・工・医・歯・農・水産・共同獣医・教育学部
平成 27 年 2 月 25 日

- 理 [数理・物理・地環]・工・医 [医]・歯学部　$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{6}$ $\boxed{7}$ 必答，$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ から 1 問選択．数 I・II・III・A・B(120 分)
- 理 [生命化]，医 [理学療法]・農・水産・共同獣医学部　$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ 必答，$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ から 1 問選択．数 I・II・A・B(90 分)
- 教育 [数学・理科・技術・教育・心理・家政・国語・社会・英語・特別支援教育・健康教育] 学部　$\boxed{1}$ $\boxed{8}$ 必答，$\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ から 1 問選択，$\boxed{9}$ $\boxed{10}$ から 1 問選択．数 I・II・A・B または数 I・III・A・B(90 分)

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えよ．

(1) SATTUN という 6 文字を並べかえて得られる順列のうち，最初が子音文字になるものの総数を求めよ．

(2) 半径 r の円 O′ が半径 $2r$ の円 O に点 P で内接し，さらに円 O′ は円 O の弦 AB に点 Q で接している．線分 PQ の延長が円 O と交わる点を M とする．$\angle\mathrm{PQB} = 60^\circ$ のとき，線分 QM の長さを求めよ．

(3) 1 次不定方程式

$$37x + 32y = 1$$

の整数解を 1 組求めよ．

$\boxed{2}$ 次の各問いに答えよ．

(1) 0 でない実数 $a,\ b,\ c,\ d$ が $3^a = 5^b = 7^c = 105^d$ を満たすとき，

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$$

が成り立つことを示せ．

(2) 関数 $f(x) = -3mx + 2n$ と関数 $g(x) = 6x^2 - 2nx - m$ について

$$S = \int_0^2 f(x)\,dx, \quad T = \int_0^2 g(x)\,dx$$

とおく．ただし，$m \geqq 0$，$n \geqq 0$ とする．このとき，次の各問いに答えよ．

(a) S と T を m と n を用いて表せ．

(b) $S \geqq 0$，$T \geqq 0$ のとき，$m + n$ が最大となるような m と n を求めよ．

3 数列 $\{a_n\}$ は $a_1=0$，$a_{n+1}-a_n=\dfrac{n\{1+(-1)^{n+1}\}}{2}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ により定まるものとして，次の各問いに答えよ．

(1) a_2，a_3，a_4，a_5 をそれぞれ求めよ．

(2) 数列 $\{b_n\}$，$\{c_n\}$ を

$$b_n=a_{2n-1},\quad c_n=a_{2n}\quad (n=1,2,3,\cdots)$$

で定めるとき，一般項 b_n，c_n を求めよ．

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{50}(-1)^n a_n$ を求めよ．

4 平面上に三角形 ABC と点 O があり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおくとき

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}\neq 0$$

を満たしていると仮定する．辺 BC の中点を M，線分 OB の中点を N とし，三角形 OBC の外心を P とする．このとき，次の各問いに答えよ．

(1) $\mathrm{M}\neq\mathrm{P}$ のとき，線分 MP と線分 OA は平行であることを示せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{MP}}=t\vec{a}$ とおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{NP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ および実数 t を用いて表せ．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{NP}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ．

5 整数 n $(n\geqq 4)$ に対し，2 枚のコインを同時に投げる試行を繰り返し，2 枚とも表が出るか，または n 回繰り返した時点で試行を終了するときの試行の回数を X_n とする．確率変数 X_n について，次の各問いに答えよ．

(1) $n-1$ 以下の自然数 k に対して，確率 $P(X_n=k)$ を求めよ．また，確率 $P(X_n>3)$ を求めよ．

(2) 確率 $P(X_n=n)$ を n を用いて表せ．

(3) X_n の平均を E_n とかくとき，$E_{n+1}-E_n$ を求めよ．

6 関数 $f(x) = xe^{-x}$ について，次の各問いに答えよ．ただし，e は自然対数の底であり，$x > 0$ とする．

(1) $f(x)$ の極値を求めよ．また，曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べ，その概形を描け．ただし，$\lim_{x \to +\infty} xe^{-x} = 0$ を用いてよい．

(2) $t > 0$ とするとき，曲線 $y = f(x)$ と x 軸，および直線 $x = t$ で囲まれる部分の面積 $g(t)$ を求めよ．

(3) $t > 0$ とするとき，曲線 $y = f(x)$ と x 軸，および二つの直線 $x = t$ と $x = t + 1$ で囲まれる部分の面積 $h(t)$ が最大となるような t の値を求めよ．

7 次の各問いに答えよ．ただし，i は虚数単位とする．

(1) 方程式 $z^4 = -1$ を解け．

(2) α を方程式 $z^4 = -1$ の解の一つとする．複素数平面に点 β があって $|z - \beta| = \sqrt{2}|z - \alpha|$ を満たす点 z 全体が原点を中心とする円 C を描くとき，複素数 β を α で表せ．

(3) 点 z が (2) の円 C 上を動くとき，点 i と z を結ぶ線分の中点 w はどのような図形を描くか．

8 0 でない実数 a，b，c，d が $3^a = 5^b = 7^c = 105^d$ を満たすとき，

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$$

が成り立つことを示せ．

9 関数 $f(x) = -3mx + 2n$ と関数 $g(x) = 6x^2 - 2nx - m$ について

$$S = \int_0^2 f(x)\,dx, \quad T = \int_0^2 g(x)\,dx$$

とおく．ただし，$m \geqq 0$，$n \geqq 0$ とする．このとき，次の各問いに答えよ．

(1) S と T を m と n を用いて表せ．

(2) $S \geqq 0$，$T \geqq 0$ のとき，$m + n$ が最大となるような m と n を求めよ．

10 関数 $f(x) = xe^{-x}$ について，次の問いに答えよ．ただし，e は自然対数の底であり，$x > 0$ とする．

(1) $f(x)$ の極値を求めよ．また，曲線 $y = f(x)$ の凹凸を調べ，その概形を描け．ただし，$\lim_{x \to \infty} xe^{-x} = 0$ を用いてよい．

(2) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸，および直線 $x = 1$ で囲まれる部分の面積を求めよ．

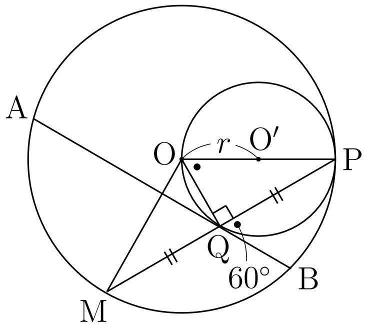
解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) 最初の文字が S または N のとき，ともに $\dfrac{5!}{2!}$ (通り)

最初の文字が T のとき　5! (通り)

よって，求める総数は　$\dfrac{5!}{2!}\times 2+5!=\mathbf{240}$ (通り)

(2) Q は弦 AB と円 $\mathrm{O'}$ の接点であるから



$$\angle\mathrm{POQ}=\angle\mathrm{PQB}=60^\circ$$

弦 OP は，円 $\mathrm{O'}$ の直径であるから

$$\angle\mathrm{OQP}=90^\circ$$

$\triangle\mathrm{OMQ}\equiv\triangle\mathrm{OPQ}$ であるから

$$\mathrm{QM}=\mathrm{PQ}=\mathrm{OP}\sin 60^\circ=2r\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boldsymbol{\sqrt{3}\,r}$$

(3) $37x+32y=1\cdots(*)$ より，$37\equiv 5,\ \ 32\equiv 0 \pmod{32}$ であるから

$$5x\equiv 1 \pmod{32}\quad ゆえに\quad 13{\cdot}5x\equiv 13 \pmod{32}$$

すなわち　$x\equiv 13 \pmod{32}$　これを満たす整数 x の 1 つは　13

$(*)$ より，$5x+32(x+y)=1$ であるから

$$5\times 13+32(13+y)=1\quad ゆえに\quad 64+32(13+y)=0$$

これを解いて　$y=-15$　よって　$\boldsymbol{(x,\ y)=(13,\,-15)}$

別解　ユークリッドの互除法により

$$\begin{array}{r}
\ \ 2\ \ \ 6\ \ \ \ 1\\
\hline
2\,)\,5\,)\,32\,)\,37\\
4\ \ 30\ \ 32\\
\hline
1\ \ \ \ 2\ \ \ \ 5
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
\ \ 2\ \ \ \ 6\ \ \ \ 1\\
\hline
d\,)\ c\ )\ b\ )\ a\\
\\
\hline
1\ \ \ \ d\ \ \ \ c
\end{array}$$

$a=37$，$b=32$，$c=5$，$d=2$ とおくと

$$\left\{\begin{array}{l} a=b+c\\ b=6c+d\\ c=2d+1\end{array}\right.\quad ゆえに\quad (*)\left\{\begin{array}{l} c=a-b\\ d=b-6c\\ 1=c-2d\end{array}\right.$$

$(*)$ の 3 式から $c,\ d$ を消去すると

$$1=c-2(b-6c)=-2b+13c=-2b+13(a-b)=13a-15b$$

したがって　$37{\cdot}13+32{\cdot}(-15)=1$　よって　$\boldsymbol{(x,\ y)=(13,\,-15)}$　■

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) $3^a = 5^b = 7^c = 105^d = M$ とおく.

a，b，c は 0 でない実数であるから，M は 1 でない正数.

したがって
$$a = \log_3 M = \frac{1}{\log_M 3} \quad \text{ゆえに} \quad \log_M 3 = \frac{1}{a}$$
$$b = \log_5 M = \frac{1}{\log_M 5} \quad \text{ゆえに} \quad \log_M 5 = \frac{1}{b}$$
$$c = \log_7 M = \frac{1}{\log_M 7} \quad \text{ゆえに} \quad \log_M 7 = \frac{1}{c}$$
$$d = \log_{105} M = \frac{1}{\log_M 105} \quad \text{ゆえに} \quad \log_M 105 = \frac{1}{d}$$

$\log_M 3 + \log_M 5 + \log_M 7 = \log_M 105$ であるから $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{d}$

(2) (a) $S = \displaystyle\int_0^2 (-3mx + 2n)\,dx = \left[-\frac{3}{2}mx^2 + 2nx\right]_0^2 = \boldsymbol{-6m + 4n}$

$T = \displaystyle\int_0^2 (6x^2 - 2nx - m)\,dx = \left[2x^3 - nx^2 - mx\right]_0^2 = \boldsymbol{-2m - 4n + 16}$

(b) (a) の結果から

$$m = 2 - \frac{1}{8}S - \frac{1}{8}T, \quad n = 3 + \frac{1}{16}S - \frac{3}{16}T$$

したがって
$$m + n = 5 - \frac{1}{16}S - \frac{5}{16}T$$

$S \geqq 0$，$T \geqq 0$ のとき，$m + n$ が最大となるのは，上の諸式より

$$S = T = 0 \quad \text{すなわち} \quad \boldsymbol{m = 2,\ n = 3}$$

■

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1) $a_1=0$，$a_{n+1}-a_n=\dfrac{n\{1+(-1)^{n+1}\}}{2}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ $\cdots(*)$

$(*)$ に $n=1,2,3,4$ を代入すると

$$a_2-a_1=1,\quad a_3-a_2=0,\quad a_4-a_3=3,\quad a_5-a_4=0$$

$a_1=0$ であるから $\boldsymbol{a_2=1,\ a_3=1,\ a_4=4,\ a_5=4}$

(2) $(*)$ の n をそれぞれ，$2n$，$2n+1$ に置き換えると

$$a_{2n+1}-a_{2n}=\frac{2n\{1+(-1)^{2n+1}\}}{2}=0$$
$$a_{2n+2}-a_{2n+1}=\frac{(2n+1)\{1+(-1)^{2n+2}\}}{2}=2n+1$$

したがって $\begin{cases} b_{n+1}-c_n=0 & \cdots ① \\ c_{n+1}-b_{n+1}=2n+1 & \cdots ② \end{cases}$

上の 2 式から b_{n+1} を消去すると $c_{n+1}-c_n=2n+1$

$n \geqq 2$ のとき $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}(c_{k+1}-c_k)=\sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)$

したがって $c_n-c_1=2\cdot\dfrac{1}{2}n(n-1)+n-1=n^2-1$

$c_1=a_2=1$ であるから $c_n=n^2$

上式は，$n=1$ のときも成り立つ．

① から，$n \geqq 2$ のとき $b_n=c_{n-1}=(n-1)^2$

$b_1=a_1=0$ であるから，上式は，$n=1$ のときも成り立つ．

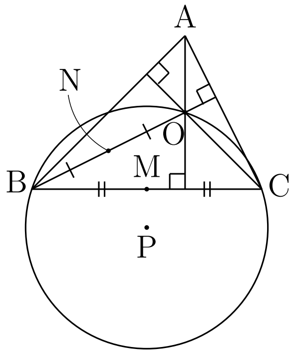
よって，求める一般項は $\boldsymbol{b_n=(n-1)^2,\ c_n=n^2}$

(3) (2) の結果から

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{50}(-1)^n a_n &= \sum_{k=1}^{25}\{(-1)^{2k-1}a_{2k-1}+(-1)^{2k}a_{2k}\} \\ &= \sum_{k=1}^{25}(-b_k+c_k)=\sum_{k=1}^{25}\{-(k-1)^2+k^2\} \\ &= \sum_{k=1}^{25}(2k-1)=25^2=\mathbf{625}\end{aligned}$$

■

4 (1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}$ より



$$\vec{a}\cdot(\vec{c}-\vec{b})=\vec{b}\cdot(\vec{a}-\vec{c})=\vec{c}\cdot(\vec{b}-\vec{a})=0$$

すなわち

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$$

したがって，O は $\triangle$ABC の垂心である．

これから $\qquad \mathrm{OA}\perp\mathrm{BC} \quad \cdots①$

また，P は $\triangle$OBC の外心であるから，P は線分 BC の垂直二等分線上にある．したがって $\quad \mathrm{MP}\perp\mathrm{BC} \quad \cdots②$

①，② から $\qquad \mathrm{MP}/\!/\mathrm{OA}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OM}}+\overrightarrow{\mathrm{MP}}=\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}+t\vec{a}=\boldsymbol{t\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}}$

$\overrightarrow{\mathrm{NP}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{ON}}=\left(t\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}\right)-\dfrac{1}{2}\vec{b}=\boldsymbol{t\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{c}}$

(3) N は外接円の弦 OB の中点であるから $\quad \overrightarrow{\mathrm{OB}}\perp\overrightarrow{\mathrm{NP}}$

したがって，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{NP}}=0$ より

$$\vec{b}\cdot\left(t\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}\right)=0 \quad \text{ゆえに} \quad t\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}\vec{b}\cdot\vec{c}$$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}\neq 0$ であるから $\qquad t=-\dfrac{1}{2}$

これを (2) の結果に代入すると

$$\boldsymbol{\overrightarrow{\mathrm{OP}}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c},\quad \overrightarrow{\mathrm{NP}}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}}$$

■

5 (1) $k \leqq n-1$ のとき，

$P(X_n = k)$ は，k 回目で初めて 2 枚とも表が出る確率であるから

$$P(X_n = k) = \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}^{k-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \boldsymbol{\frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1}}$$

また，$P(X_n > 3)$ は，上式により

$$\begin{aligned} P(X_n > 3) &= 1 - P(X_n \leqq 3) \\ &= 1 - \sum_{k=1}^{3} P(X_n = k) = 1 - \sum_{k=1}^{3} \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1} \\ &= 1 - \frac{1}{4} \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^3}{1 - \frac{3}{4}} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \boldsymbol{\frac{27}{64}} \end{aligned}$$

(2) (1) の結果から

$$\begin{aligned} P(X_n = n) &= 1 - P(X_n \leqq n-1) \\ &= 1 - \sum_{k=1}^{n-1} P(X_n = k) = 1 - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1} \\ &= 1 - \frac{1}{4} \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}}{1 - \frac{3}{4}} = \boldsymbol{\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}} \end{aligned}$$

(3) (1)，(2) の結果から

$$\begin{aligned} E_n &= \sum_{k=1}^{n-1} kP(X_n = k) + nP(X_n = n) \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1} + n\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \end{aligned}$$

上式の n を $n+1$ に置き換えると

$$E_{n+1} = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{k-1} + (n+1)\left(\frac{3}{4}\right)^{n}$$

上の 2 式から

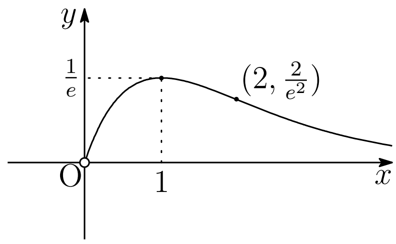
$$\begin{aligned} E_{n+1} - E_n &= \frac{n}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} + (n+1)\left(\frac{3}{4}\right)^{n} - n\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \\ &= \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\left\{\frac{n}{4} + \frac{3}{4}(n+1) - n\right\} = \boldsymbol{\left(\frac{3}{4}\right)^{n}} \end{aligned}$$

■

6 (1) $f(x)=xe^{-x}$ より　$f'(x)=(1-x)e^{-x}$，　$f''(x)=(x-2)e^{-x}$

したがって，$f(x)$ の増減表は次のようになる．

x	(0)	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$-$	$-$
$f''(x)$		$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	(0)	↗	$\frac{1}{e}$	↘	$\frac{2}{e^2}$	↘



また，$\displaystyle\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$ より，グラフの概形は右上の図のようになる．

よって，極大値は　$f(1)=\boldsymbol{\dfrac{1}{e}}$

(2) (1) のグラフから

$$g(t)=\int_0^t f(x)\,dx=\int_0^t xe^{-x}\,dx$$
$$=\Big[-(x+1)e^{-x}\Big]_0^t=\boldsymbol{1-(t+1)e^{-t}}$$

(3) (2) の結果から　$h(t)=g(t+1)-g(t)$

$g'(t)=f(t)$ に注意して，$h(t)$ を微分すると

$$h'(t)=g'(t+1)-g'(t)=f(t+1)-f(t)$$
$$=(t+1)e^{-t-1}-te^{-t}=e^{-t-1}\{(t+1)-et\}$$
$$=e^{-t-1}\{1-(e-1)t\}$$

$t>0$ における $h(t)$ の増減表は次のようになる．

t	(0)	$\cdots$	$\frac{1}{e-1}$	$\cdots$
$h'(t)$		$+$	0	$-$
$h(t)$		↗	極大	↘

よって，$h(t)$ が最大となる t の値は　$\boldsymbol{t=\dfrac{1}{e-1}}$ ■

$\boxed{7}$ (1) 方程式の解 z の極形式を　$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$　$\cdots$①

とすると　$z^4 = r^4(\cos 4\theta + i\sin 4\theta)$

-1 を極形式で表すと　$-1 = \cos\pi + i\sin\pi$

よって　$r^4(\cos 4\theta + i\sin 4\theta) = \cos\pi + i\sin\pi$

両辺の絶対値と偏角を比較すると

$$r^4 = 1, \quad 4\theta = \pi + 2k\pi \quad (k \text{ は整数})$$

$r > 0$ であるから　$r = 1$　$\cdots$②

また　$\theta = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で考えると，$k = 0, 1, 2, 3$ であるから

$$\theta = \frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi,\ \frac{5}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi \quad \cdots ③$$

②，③ を ① に代入すると，求める解は

$$\boldsymbol{z = \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}i} \qquad \textbf{(複号任意)}$$

(2) $|z-\beta| = \sqrt{2}|z-\alpha|$ の両辺を 2 乗することにより

$$|z-\beta|^2 = 2|z-\alpha|^2$$
$$(z-\beta)(\overline{z}-\overline{\beta}) = 2(z-\alpha)(\overline{z}-\overline{\alpha})$$

両辺を展開して整理すると

$$z\overline{z} - (2\overline{\alpha}-\overline{\beta})z - (2\alpha-\beta)\overline{z} = -2\alpha\overline{\alpha} + \beta\overline{\beta}$$
$$\{z-(2\alpha-\beta)\}\{\overline{z}-(2\overline{\alpha}-\overline{\beta})\} = 2(\alpha-\beta)(\overline{\alpha}-\overline{\beta})$$
$$|z-(2\alpha-\beta)|^2 = 2|\alpha-\beta|^2$$

したがって　$|z-(2\alpha-\beta)| = \sqrt{2}|\alpha-\beta|$　$\cdots(*)$

このとき，点 z 全体が原点を中心とする円であるから

$$2\alpha - \beta = 0 \quad \text{よって} \quad \boldsymbol{\beta = 2\alpha}$$

(3) $\beta = 2\alpha$ を $(*)$ に代入すると　$|z| = \sqrt{2}|\alpha|$　$\cdots$④

また，α は $z^4 = -1$ の解であるから

$$\alpha^4 = -1 \quad \text{ゆえに} \quad |\alpha^4| = |-1|$$

したがって　$|\alpha|^4 = 1$　すなわち　$|\alpha| = 1$

これを ④ に代入すると　$|z| = \sqrt{2}$　$\cdots$⑤

w は i と z の中点であるから

$$w = \frac{i+z}{2} \quad \text{ゆえに} \quad z = 2w - i$$

これを ⑤ に代入すると

$$|2w - i| = \sqrt{2} \quad \text{ゆえに} \quad \left|w - \frac{i}{2}\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

よって，点 w は，**点 $\boldsymbol{\frac{i}{2}}$ を中心とする半径 $\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ の円を描く．** ■

8　**2** (1) と同じ ■

9　**2** (2) と同じ ■

10　(1)　**6** (1) と同じ

(2) 求める面積を S とすると

$$S = \int_0^1 xe^{-x}\,dx = \Big[-(x+1)e^{-x}\Big]_0^1 = \boldsymbol{1 - \frac{2}{e}}$$

■