平成25年度　鹿児島大学2次試験前期日程(数学問題)
理・工・医・歯・農・水産・共同獣医・教育学部
平成25年2月25日

- 理[数理・物理・地環]・工・医[医]・歯学部は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ 必答，$\boxed{5}$ ～ $\boxed{8}$ から1問選択．数II・III・A・B・C(120分)
- 理[生命化]，医[理学療法]・農・水産・共同獣医学部は，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ 数II・A・B(90分)
- 教育[数学・理科・技術・教育・心理・家政・国語・社会・英語・特別支援教育・健康教育]学部は，$\boxed{1}$, $\boxed{3}$ 必答，$\boxed{2}$, $\boxed{9}$ の2題から1問選択．数II・A・Bまたは数III・A・B(90分)

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の各問いに答えよ．

(1) 四角形ABCDにおいて，線分ACと線分BDの交点をPとし，$\angle\mathrm{DAC} = \angle\mathrm{CBD}$，$\mathrm{AC} = 8$，$\mathrm{AP} = 2$，$\mathrm{PD} = 4$とする．このときBDの長さを求めよ．

(2) 平面上で2つの円を考える．共通接線がちょうど3本引けるような2つの円の位置関係の例を図示せよ．また，3本の共通接線も描け．

(3) 3個のさいころを同時に投げるとき，3個の目の積が3の倍数である確率を求めよ．

(4) a，bを実数とする．命題「$ab = 0$ならば，$a = 0$かつ$b = 0$」の逆と対偶を書き，それぞれの真偽を答えよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$ 次の各問いに答えよ．

(1) 次の(i)，(ii)に答えよ．

(i) m，nが自然数ならば，$\dfrac{m}{n} \neq \sqrt{2}$である．このことを証明せよ．

(ii) p，qが自然数ならば，$\sqrt{2}$は$\dfrac{p}{q}$と$\dfrac{2q}{p}$の間にある．
すなわち，$\dfrac{p}{q} < \sqrt{2} < \dfrac{2q}{p}$または$\dfrac{2q}{p} < \sqrt{2} < \dfrac{p}{q}$が成り立つ．
このことを証明せよ．

(2) 定数aは実数で，$a > 0$，$a \neq 1$とする．このとき，すべての正の実数x，yに対して$x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$が成り立つ．このことを証明せよ．

$\boxed{\mathbf{3}}$ 次の各問いに答えよ．

(1) 三角形 ABC の垂心を H とする．次の等式が成り立つことを示せ．

$$\overrightarrow{\mathrm{HA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HB}} = \overrightarrow{\mathrm{HB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HC}} = \overrightarrow{\mathrm{HC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HA}}$$

ただし，三角形の各頂点から向かい合う辺またはその延長に下ろした 3 本の垂線は 1 点で交わる．この点を三角形の垂心という．

(2) 次の (i)，(ii) に答えよ．

(i) 自然数 n に対して自然数 a_n を次のように定義する．

$$a_n = (2n-1)\cdot(2n-3)\cdot\cdots\cdot 3\cdot 1$$

このとき，すべての自然数 k に対して $(2k)! = 2^k k! a_k$ が成り立つ．このことを証明せよ．

(ii) すべての自然数 n に対して，$2^n!$ は $2^{(2^n-1)}$ で割り切れる．このことを数学的帰納法で証明せよ．

$\boxed{\mathbf{4}}$ 次の各問いに答えよ．

(1) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x\sin x\,dx$ を求めよ．

(2) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin 2x\sin 3x\,dx$ を求めよ．

(3) m，n を自然数とする．$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx\sin nx\,dx$ を求めよ．

(4) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi}\left(\sum_{k=1}^{2013}\sin kx\right)^2 dx$ を求めよ．

5 2次の正方行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して，$\Delta(A)=ad-bc$ とおく．たとえば単位行列 $E=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ に対しては $\Delta(E)=1\times1-0\times0=1$ となる．また $K=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ に対しては $\Delta(K)=2\times7-3\times5=-1$ となる．次の各問いに答えよ．

(1) $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$，$Q=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ に対して $R=PQ$ とおく．$\Delta(P)$，$\Delta(Q)$，$\Delta(R)$ を計算し，$\Delta(R)=\Delta(P)\Delta(Q)$ が成り立つことを確かめよ．

(2) すべての2次の正方行列 A，B に対して，$C=AB$ とおくと $\Delta(C)=\Delta(A)\Delta(B)$ が成り立つことを示せ．

(3) $X^2=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ となる2次の正方行列 X ですべての成分が実数であるものは存在しないことを示せ．

(4) 2次の正方行列 A に逆行列 B が存在したとする．A と B の成分がすべての整数ならば，$\Delta(A)$ は1か -1 のどちらかである．このことを示せ．

6 xy 平面において，点 $\mathrm{F}(p,\ 0)$ と y 軸から等距離にある点の軌跡を C とする．ただし，$p>0$ とする．次の各問いに答えよ．

(1) C を表す方程式を求めよ．

(2) C 上の点 $\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ における C の接線 l の方程式を求めよ．ただし，$y_0\neq0$ とする．

(3) (2) の l と x 軸の交点を Q とするとき，$\mathrm{FP}=\mathrm{FQ}$ であることを証明せよ．

7 0，1，2，3，4の数字が1つずつ記入された5枚のカードがある．この5枚のカードの中から1枚引き，数字を記録して戻すという作業を3回繰り返す．ただし，3回ともどのカードを引く確率も等しいとする．記録した3つの数字の最小値を X とするとき，次の各問いに答えよ．

(1) $k=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$ に対して確率 $P(X\geqq k)$ を求めよ．

(2) 確率変数 X の確率分布を表で表せ．

(3) 確率変数 X の平均 (期待値)$E(X)$ を求めよ．

(4) 確率変数 X の分散 $V(X)$ を求めよ．

8 確率変数 X のとる値の範囲が $0 \leqq X \leqq 2$ で，その確率密度関数 $f(x)$ が次の式で与えられるものとする．

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k}{a}x & (0 \leqq x \leqq a) \\ \dfrac{k}{2-a}(2-x) & (a < x \leqq 2) \end{cases}$$

ここで，a，k は $0 < a < 1$，$k > 0$ を満たす定数である．次の各問いに答えよ．

(1) 定数 k の値を求めよ．

(2) X の平均 (期待値)$E(X)$ を a を用いて表せ．

(3) $P(X \leqq u) = 0.5$ となる実数 u を a を用いて表せ．

9 xy 平面において，曲線 $y = e^x$ と 3 直線 $y = x+1$，$x = 1$，$x = -1$ で囲まれた部分を D とする．ただし e は自然対数の底である．次の各問いに答えよ．

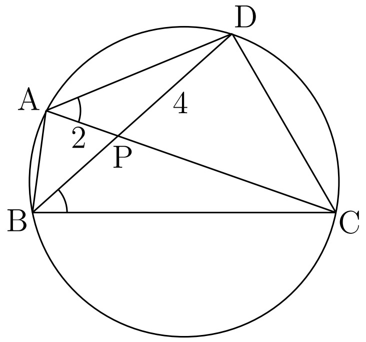
(1) 関数 $f(x) = e^x - (x+1)$ の増減，極値，凹凸を $-1 \leqq x \leqq 1$ の範囲で調べ，増減表にまとめよ．

(2) D を図示せよ．

(3) D を x 軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積 V を求めよ．

正解

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) $\angle \mathrm{DAC} = \angle \mathrm{CBD}$ であるから，円周角の定理により，四角形 ABCD は円に内接する．



$\mathrm{AC} = 8$，$\mathrm{AP} = 2$ より　　$\mathrm{PC} = 6$

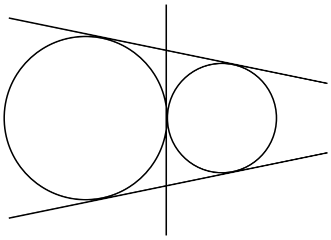
方べきの定理により

$$\mathrm{PA} \cdot \mathrm{PC} = \mathrm{PB} \cdot \mathrm{PD} \quad \text{ゆえに} \quad 2 \cdot 6 = \mathrm{PB} \cdot 4$$

したがって　$\mathrm{PB} = 3$

よって　$\mathrm{BD} = \mathrm{PB} + \mathrm{PD} = 3 + 4 = \mathbf{7}$

(2) 共通接線が3本引けるのは，2円が外接するときで，次の図のようになる．



(3) 3個とも3の倍数の目でない確率は　$\left(\dfrac{4}{6}\right)^3 = \dfrac{8}{27}$

求める確率は，この余事象 (少なくとも1個は3の倍数) の確率であるから

$$1 - \frac{8}{27} = \mathbf{\frac{19}{27}}$$

(4) 逆の命題は「$\boldsymbol{a = 0}$ **かつ** $\boldsymbol{b = 0}$ **ならば** $\boldsymbol{ab = 0}$」**(真)**
対偶命題は「$\boldsymbol{a \neq 0}$ **または** $\boldsymbol{b \neq 0}$ **ならば** $\boldsymbol{ab \neq 0}$」**(偽)**(反例 $a = 0, b = 1$)

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) (i) m と n の最大公約数を G とし

$$m = Gm', \quad n = Gn'$$

とすると (m', n'は互いに素)

$$\frac{m}{n} = \frac{m'}{n'}$$

が成り立つ．ここで，$\dfrac{m'}{n'} = \sqrt{2}$ であると仮定すると

$$m' = \sqrt{2}n'$$

この両辺を平方すると

$$m'^2 = 2n'^2$$

よって，m'^2 は偶数，すなわち m' は偶数である．偶数 m' はある自然数 k を用いて，$m' = 2k$ と表されるから

$$(2k)^2 = 2n'^2 \quad \text{ゆえに} \quad 2k^2 = n'^2$$

よって，n'^2 は偶数となり，n' も偶数である．
m' と n' がともに偶数となることは，m' と n' が互いに素であることに反する．
したがって $\dfrac{m'}{n'} \neq \sqrt{2}$ よって $\dfrac{m}{n} \neq \sqrt{2}$

(ii) i) の結果から，p，q が自然数ならば $\dfrac{p}{q} \neq \sqrt{2}$ であるから

$$\frac{p}{q} < \sqrt{2} \text{ のとき} \quad \frac{q}{p} > \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{すなわち} \quad \frac{2q}{p} > \sqrt{2}$$

$$\frac{p}{q} > \sqrt{2} \text{ のとき} \quad \frac{q}{p} < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{すなわち} \quad \frac{2q}{p} < \sqrt{2}$$

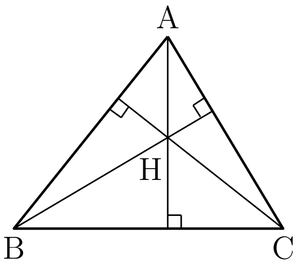
よって，$\dfrac{p}{q} < \sqrt{2} < \dfrac{2q}{p}$ または $\dfrac{2q}{p} < \sqrt{2} < \dfrac{p}{q}$ が成り立つ．

(2) $b = x^{\log_a y}$，$c = y^{\log_a x}$ とおき，2 式の両辺を a を底とする対数をとると

$$\begin{aligned} \log_a b &= \log_a x^{\log_a y} \\ &= \log_a y \log_a x \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \log_a c &= \log_a y^{\log_a x} \\ &= \log_a x \log_a y \end{aligned}$$

ゆえに $\log_a b = \log_a c$ すなわち $b = c$ よって $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1) $\overrightarrow{\mathrm{HA}}\perp\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ であるから $\overrightarrow{\mathrm{HA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=0$ より



$$\overrightarrow{\mathrm{HA}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{HC}}-\overrightarrow{\mathrm{HB}})=0$$

ゆえに　$\overrightarrow{\mathrm{HC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HA}}=\overrightarrow{\mathrm{HA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HB}}$　$\cdots$①

また $\overrightarrow{\mathrm{HB}}\perp\overrightarrow{\mathrm{CA}}$ であるから $\overrightarrow{\mathrm{HB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CA}}=0$ より

$$\overrightarrow{\mathrm{HB}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{HA}}-\overrightarrow{\mathrm{HC}})=0$$

ゆえに　$\overrightarrow{\mathrm{HA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HB}}=\overrightarrow{\mathrm{HB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HC}}$　$\cdots$②

①，② より　$\overrightarrow{\mathrm{HA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HB}}=\overrightarrow{\mathrm{HB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HC}}=\overrightarrow{\mathrm{HC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{HA}}$

(2)　(i) $a_k=\displaystyle\prod_{j=1}^{k}(2j-1)$ であるから

$$\begin{aligned}(2k)! &= \prod_{j=1}^{k}2j(2j-1)\\ &= \left(\prod_{j=1}^{k}2\right)\left(\prod_{j=1}^{k}j\right)\left\{\prod_{j=1}^{k}(2j-1)\right\}\\ &= 2^k k! a_k\end{aligned}$$

(ii) 「自然数 n に対して，$2^n!$ は $2^{(2^n-1)}$ で割り切れる」を $(*)$ とする．

［1］$n=1$ のとき，$2^1!=2$ は $2^{(2^1-1)}=2$ で割り切れる．
よって，$n=1$ のとき，$(*)$ が成り立つ．

［2］$n=k$ のとき，$(*)$ が成り立つと仮定すると，整数 l を用いて

$$2^k!=l\cdot 2^{(2^k-1)}$$

とおける．(i) の結果を利用して

$$\begin{aligned}2^{k+1}! &= (2\cdot 2^k)! = 2^{2^k}(2^k!)a_{2^k}\\ &= 2^{2^k}l\cdot 2^{(2^k-1)}a_{2^k}\\ &= 2^{(2^k+2^k-1)}l\cdot a_{2^k}\\ &= 2^{(2\cdot 2^k-1)}l\cdot a_{2^k} = 2^{(2^{k+1}-1)}l\cdot a_{2^k}\end{aligned}$$

よって，$n=k+1$ のときも，$(*)$ が成り立つ．

［1］,［2］より，すべての自然数 n について，$(*)$ が成り立つ．

$\boxed{\mathbf{4}}$ (1) $$\int_{-\pi}^{\pi} x\sin x\,dx = 2\int_0^{\pi} x\sin x\,dx = 2\int_0^{\pi} x(-\cos x)'\,dx$$
$$= 2\Big[-x\cos x\Big]_0^{\pi} - 2\int_0^{\pi}(-\cos x)\,dx$$
$$= 2\pi + 2\Big[\sin x\Big]_0^{\pi} = \boldsymbol{2\pi}$$

(2) $$\int_{-\pi}^{\pi}\sin 2x\sin 3x\,dx = 2\int_0^{\pi}\sin 2x\sin 3x\,dx$$
$$= \int_0^{\pi}(-\cos 5x + \cos x)\,dx$$
$$= \left[-\frac{1}{5}\sin 5x + \sin x\right]_0^{\pi} = \mathbf{0}$$

(3) $m = n$ のとき

$$(\text{与式}) = 2\int_0^{\pi}\sin^2 mx\,dx$$
$$= \int_0^{\pi}(1-\cos 2mx)\,dx$$
$$= \left[x - \frac{1}{2m}\sin 2mx\right]_0^{\pi} = \boldsymbol{\pi}$$

$m \neq n$ のとき

$$(\text{与式}) = 2\int_0^{\pi}\sin mx\sin nx\,dx$$
$$= \int_0^{\pi}\{-\cos(m+n)x + \cos(m-n)x\}\,dx$$
$$= \left[-\frac{1}{m+n}\sin(m+n)x + \frac{1}{m-n}\sin(m-n)x\right]_0^{\pi} = \mathbf{0}$$

(4) (3) の結果を利用すると

$$\int_{-\pi}^{\pi}\left(\sum_{k=1}^{2013}\sin kx\right)^2 dx = \int_{-\pi}^{\pi}\left(\sum_{m=1}^{2013}\sin mx\right)\left(\sum_{n=1}^{2013}\sin nx\right)dx$$
$$= \sum_{m=1}^{2013}\int_{-\pi}^{\pi}\sin^2 mx\,dx$$
$$= \sum_{m=1}^{2013}\pi = \mathbf{2013}\boldsymbol{\pi}$$

$\boxed{\mathbf{5}}$ (1) $P=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ より　$\Delta(P)=0\cdot 3-1\cdot 2=-2$

$Q=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ より　$\Delta(P)=1\cdot 4-2\cdot 3=-2$

$R=PQ=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 11 & 16 \end{pmatrix}$

よって　$\Delta(R)=3\cdot 16-4\cdot 11=4=(-2)\cdot(-2)=\Delta(P)\Delta(Q)$

(2) $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} x & y \\ z & u \end{pmatrix}$ とすると

$$\Delta(A)=ad-bc,\quad \Delta(B)=xu-yz$$

$C=AB=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ z & u \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ax+bz & ay+bu \\ cx+dz & cy+du \end{pmatrix}$ より

$$\begin{aligned}\Delta(C)&=(ax+bz)(cy+du)-(ay+bu)(cx+dz)\\&=(ad-bc)xu-(ad-bc)yz\\&=(ad-bc)(xu-yz)\\&=\Delta(A)\Delta(B)\end{aligned}$$

(3) $F=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ より　$\Delta(F)=0\cdot 0-1\cdot 1=-1$

$X^2=F$ であるから，(2) の結果を利用して

$$\Delta(X^2)=\Delta(F)\quad \text{ゆえに}\quad \{\Delta(X)\}^2=-1$$

正方行列 X の成分は実数であるから，これをみたす X は存在しない．

(4) $AB=E$ であるから

$$\Delta(A)\Delta(B)=\Delta(E)\quad \text{ゆえに}\quad \Delta(A)\Delta(B)=1$$

A，B の成分がすべて整数であるから，$\Delta(A)$，$\Delta(B)$ は整数である．
よって，$\Delta(A)$ は 1 か -1 のどちらかである．

$\boxed{\mathbf{6}}$ (1) C 上の点 $(x,\ y)$ が $\mathrm{F}(p,\ 0)$ と y 軸から等距離にあるので

$$\sqrt{(x-p)^2+y^2}=|\,x\,| \quad \cdots ①$$

ゆえに　$(x-p)^2+y^2=x^2$　整理すると　$\boldsymbol{y^2=2px-p^2}$

(2) $y^2=2px-p^2$ の両辺を x で微分すると

$$2y\frac{dy}{dx}=2p \quad ゆえに \quad \frac{dy}{dx}=\frac{p}{y}$$

C 上の点 $\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ における接線 l の方程式は $(y_0\neq 0)$

$$y-y_0=\frac{p}{y_0}(x-x_0) \quad ゆえに \quad y_0y-{y_0}^2=px-px_0$$

${y_0}^2=2px_0-p^2$ であるから　$\boldsymbol{y_0y=p(x+x_0-p)}$

(3) $\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ は，C 上の点であるから，① より

$$\mathrm{FP}=\sqrt{(x_0-p)^2+{y_0}^2}=|\,x_0\,|$$

(2) の結果から，l の x 軸との交点 Q の座標は　$(p-x_0,\ 0)$

これと $\mathrm{F}(p,\ 0)$ から　$\mathrm{FQ}=|\,x_0\,|$　よって　$\mathrm{FP}=\mathrm{FQ}$

$\boxed{\mathbf{7}}$ (1) $k=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$ に対する確率 $P(X \geqq k)$ は，3 回とも k 以上のカードである確率であるから

$$P(X \geqq k) = \left(\boldsymbol{\frac{5-k}{5}}\right)^{\mathbf{3}}$$

(2) (1) の結果から

i) $k=0,1,2,3$ のとき

$$\begin{aligned}P(X=k) &= P(X \geqq k) - P(X \geqq k+1)\\ &= \left(\frac{5-k}{5}\right)^3 - \left(\frac{4-k}{5}\right)^3\end{aligned}$$

ii) $k=4$ のとき

$$P(X=4) = P(X \geqq 4) = \left(\frac{5-4}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$$

i)，ii) より，X の確率分布は次のようになる．

X	0	1	2	3	4	計
P	$\frac{61}{125}$	$\frac{37}{125}$	$\frac{19}{125}$	$\frac{7}{125}$	$\frac{1}{125}$	1

(3) (2) の結果から

$$E(X) = 0 \times \frac{61}{125} + 1 \times \frac{37}{125} + 2 \times \frac{19}{125} + 3 \times \frac{7}{125} + 4 \times \frac{1}{125} = \frac{100}{125} = \boldsymbol{\frac{4}{5}}$$

(4) $E(X^2) = 0^2 \times \dfrac{61}{125} + 1^2 \times \dfrac{37}{125} + 2^2 \times \dfrac{19}{125} + 3^2 \times \dfrac{7}{125} + 4^2 \times \dfrac{1}{125} = \dfrac{192}{125}$

よって　　$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \dfrac{192}{125} - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 = \boldsymbol{\dfrac{112}{125}}$

$\boxed{\mathbf{8}}$ (1)

$$\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^a \frac{k}{a}x\,dx + \int_a^2 \frac{k}{2-a}(2-x)\,dx$$
$$= k\left[\frac{x^2}{2a}\right]_0^a + k\left[-\frac{(2-x)^2}{2(2-a)}\right]_a^2 = \frac{a}{2}k + \frac{2-a}{2}k = k$$

$\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx = 1$ であるから　　$\boldsymbol{k = 1}$

解説 $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$ は，3 点 $(0,\ 0)$，$(a,\ k)$，$(2,\ 0)$ を頂点する三角形の面積.

(2) $k = 1$ より

$$\begin{aligned}
E(X) &= \int_0^2 xf(x)\,dx \\
&= \int_0^a \frac{x^2}{a}\,dx + \int_a^2 \frac{x(2-x)}{2-a}\,dx \\
&= \left[\frac{x^3}{3a}\right]_0^a + \int_a^2 \left\{\frac{2(2-x)}{2-a} - \frac{(2-x)^2}{2-a}\right\} dx \\
&= \frac{a^2}{3} + \left[-\frac{(2-x)^2}{2-a} + \frac{(2-x)^3}{3(2-a)}\right]_a^2 \\
&= \frac{a^2}{3} + (2-a) - \frac{1}{3}(2-a)^2 \\
&= \boldsymbol{\frac{a+2}{3}}
\end{aligned}$$

(3)

$$\int_0^a \frac{x}{a}\,dx = \left[\frac{x^2}{2a}\right]_0^a = \frac{a}{2} < \frac{1}{2} = 0.5$$

上式および $P(X \leqq u) = 0.5$ より　$u > a$

$$\begin{aligned}
P(X \leqq u) &= \int_0^a \frac{x}{a}\,dx + \int_a^u \frac{2-x}{2-a}\,dx \\
&= \frac{a}{2} + \left[-\frac{(2-x)^2}{2(2-a)}\right]_a^u \\
&= \frac{a}{2} - \frac{(2-u)^2}{2(2-a)} + \frac{2-a}{2} = 1 - \frac{(2-u)^2}{2(2-a)}
\end{aligned}$$

したがって　$1 - \dfrac{(2-u)^2}{2(2-a)} = 0.5$　ゆえに　$(2-u)^2 = 2-a$

$a < u < 2$ であるから，$2-u > 0$，$2-a > 0$ より

$$2-u = \sqrt{2-a} \quad \text{よって} \quad \boldsymbol{u = 2 - \sqrt{2-a}}$$

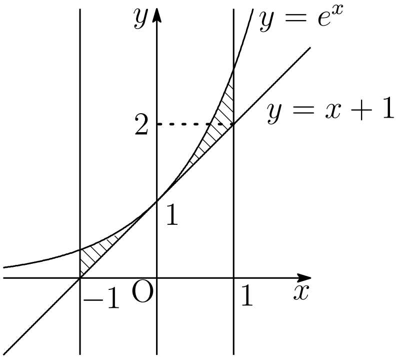
$\boxed{\textbf{9}}$ (1) $f(x)=e^x-(x+1)$ より　$f'(x)=e^x-1$，$f''(x)=e^x$

したがって，$f(x)$ の $-1\leqq x\leqq 1$ における増減表は次のようになる．

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$+$	$+$	$+$	
$f(x)$	$\frac{1}{e}$	↘	0	↗	$e-2$

$x=0$ で**極小値 0**

(2) D は図の斜線部分



(3) 求める体積 V は

$$
\begin{aligned}
V &= \pi\int_{-1}^{1} e^{2x}\,dx-\frac{1}{3}\pi\cdot 2^2\cdot 2\\
&= \pi\left[\frac{e^{2x}}{2}\right]_{-1}^{1}-\frac{8}{3}\pi\\
&= \boldsymbol{\pi\left(\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2e^2}-\frac{8}{3}\right)}
\end{aligned}
$$