平成18年度　福岡教育大学２次試験前期日程 (数学問題)
教育学部　平成18年2月25日

- 中等教育数学，理科専攻，環境情報教育情報教育コースは，$\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ 数II・III・A・B・C (120分)
- 初等教育人文・社会，自然，実技，教育・心理・幼児教育コースは，$\boxed{5}$ ～ $\boxed{8}$ 数II・A・B (100分)

$\boxed{\mathbf{1}}$ 次の問いに答えよ．

(1) 方程式 $\sin 3x + \cos 3x = 0$ を解け．ただし，$0 \leqq x \leqq \pi$ とする．

(2) a を正の実数とするとき，座標平面において，連立不等式

$$x^2 + y^2 \leqq 4ax, \quad x^2 + y^2 \geqq 2ax, \quad \sqrt{3}\,x - y \leqq 2\sqrt{3}\,a$$

の表す領域を図示せよ．

(3) c を $0 < |c| < \dfrac{1}{2}$ をみたす実数とする．このとき，

$$a_1 = c,\ a_{n+1} = 2ca_n + c^{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

によって定められる数列 $\{a_n\}$ について $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{2}{3}$ が成立するような c の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$ 座標平面上に，原点Oを中心とする半径1の円 C がある．円 C と x 軸との交点を $\mathrm{A}(1,\ 0)$，$\mathrm{B}(-1,\ 0)$ とする．$\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ $(x_0 > 0,\ y_0 > 0)$ を円 C の周上の点とし，点Pにおける円 C の接線を l とする．y 軸と直線AP，直線BP，直線 l との交点をそれぞれ $\mathrm{P}_1(0,\ y_1)$，$\mathrm{P}_2(0,\ y_2)$，$\mathrm{P}_3(0,\ y_3)$ とする．さらに，直線 $x = 1$ と直線 l との交点を $\mathrm{P}_4(1,\ y_4)$ とし，直線OPと直線 $x = 1$ との交点を $\mathrm{P}_5(1,\ y_5)$ とする．次の問いに答えよ．

(1) 点 P_3 は線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の中点であることを示せ．

(2) $y_1{\cdot}y_2$ および $y_2 - y_4$ は点Pの位置に関係なく一定の値であることを示せ．

(3) $y_5 = y_1$ が成り立つとき，$\angle\mathrm{AOP}$ の大きさを求めよ．

(4) $\dfrac{y_3}{x_0} = y_1$ が成り立つとき，x_0 の値を求めよ．

$\boxed{3}$ k を定数とする．座標平面上に曲線 $C : 2x^2 + 3y^2 - 12x - 12y + 24 = 0$ がある．次の問いに答えよ．

(1) 曲線 C の概形をかけ．

(2) 曲線 C と直線 $y = x + k$ の共有点の個数を求めよ．

(3) 曲線 C と直線 $y = x + k$ が異なる 2 点 P，Q で交わるとき，線分 PQ の中点の軌跡を求めよ．

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

(1) 関数 $y = \dfrac{1}{2}\{x\sqrt{x^2+4} + 4\log(x + \sqrt{x^2+4})\}$ を微分せよ．

(2) 双曲線 $x^2 - 4y^2 = -4$ と直線 $y = \sqrt{2}$ で囲まれた部分の面積を求めよ．

(3) 双曲線 $x^2 - 4y^2 = -4$ と直線 $y = \sqrt{2}$ で囲まれた部分を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ．

$\boxed{5}$ 次の問いに答えよ．

(1) 座標平面において，連立不等式

$$x^2 + y^2 \leqq 4x, \quad x^2 + y^2 \geqq 2x, \quad \sqrt{3}x - y \leqq 2\sqrt{3}$$

の表す領域を図示せよ．

(2) c を 0 でない実数とするとき，

$$a_1 = c, \quad a_{n+1} = 2ca_n + c^{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$\boxed{6}$ 座標平面上に，原点 O を中心とする半径 1 の円 C がある．円 C と x 軸との交点を A(1, 0)，B(−1, 0) とする．P$(x_0,\ y_0)$ $(x_0 > 0,\ y_0 > 0)$ を円 C の周上の点とし，点 P における円 C の接線を l とする．y 軸と直線 AP，直線 BP，直線 l との交点をそれぞれ $\mathrm{P}_1(0,\ y_1)$，$\mathrm{P}_2(0,\ y_2)$，$\mathrm{P}_3(0,\ y_3)$ とする．さらに，直線 $x = 1$ と直線 l との交点を $\mathrm{P}_4(1,\ y_4)$ とする．次の問いに答えよ．

(1) 点 P_3 は線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の中点であることを示せ．

(2) $y_1 \cdot y_2$ および $y_2 - y_4$ は点 P の位置に関係なく一定の値であることを示せ．

(3) $\dfrac{y_3}{x_0} = y_1$ が成り立つとき，x_0 の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{7}}$ a を定数とする．座標平面において，3 点 A$(3, -2, -2)$，B$(-1, -1,\ 3)$，C$(1,\ a,\ 3a+2)$ がある．線分 AB を 3 : 2 に外分する点を D とするとき，次の問いに答えよ．

(1) 直線 AB と直線 CD が直交するときの a の値を求めよ．

(2) a は (1) で求めた値とし，G を三角形 BCD の重心とする．このとき，原点からの距離が 5 となるような線分 AG 上の点の座標を求めよ．

$\boxed{\mathbf{8}}$ 2 次関数 $f(x)$ が

$$f'(x)\{2f'(x) - x\} = 6f(x) + 2x + 8$$

を満たしているとする．次の問いに答えよ．

(1) 2 次関数 $f(x)$ を求めよ．

(2) k は正の実数とする．次の (i)，(ii) に答えよ．

(i) 点 $(0, -k)$ から曲線 $y = f(x)$ に引いた 2 本の接線の方程式を求めよ．

(ii) (i) で求めた 2 本の接線と曲線 $y = f(x)$ によって囲まれた部分の面積が $2\sqrt{3}$ となるような k の値を求めよ．

正解

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) $\sin 3x + \cos 3x = 0$ において，$\cos 3x \neq 0$ であるから　$\tan 3x = -1$

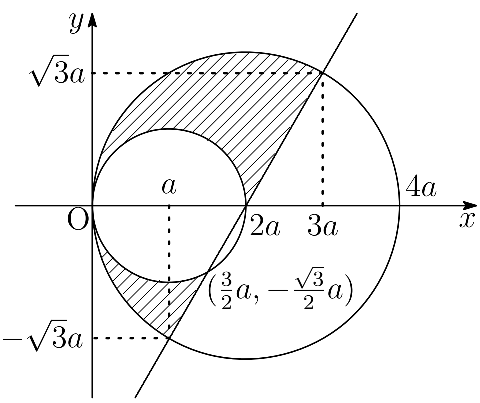
$0 \leqq x \leqq \pi$ より，$0 \leqq 3x \leqq 3\pi$ であるから

$$3x = \frac{3}{4}\pi,\ \frac{7}{4}\pi,\ \frac{11}{4}\pi,\quad \text{すなわち}\quad \boldsymbol{x = \frac{\pi}{4},\ \frac{7}{12}\pi,\ \frac{11}{12}\pi}$$

(2) 与えられた不等式から

$$\begin{cases} (x-2a)^2 + y^2 \leqq (2a)^2 \\ (x-a)^2 + y^2 \geqq a^2 \\ y \geqq \sqrt{3}(x-2a) \end{cases}$$

よって，右の図の斜線部分で境界線を含む.



(3) 与えられた漸化式から　$\dfrac{a_{n+1}}{(2c)^{n+1}} - \dfrac{a_n}{(2c)^n} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$

$n \geqq 2$ のとき　$\dfrac{a_n}{(2c)^n} = \dfrac{a_1}{2c} + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1} = \sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^k$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

したがって　$a_n = (2c)^n - c^n$

$n = 1$ のときも，上式は成り立つので　$a_n = (2c)^n - c^n$

$0 < |\,c\,| < \dfrac{1}{2}$ より，$0 < |2c| < 1$ であるから

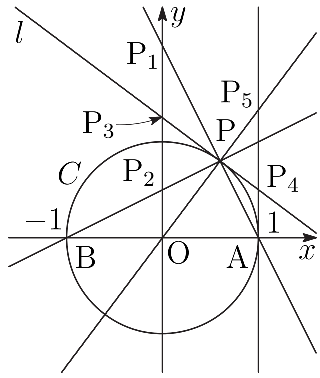
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{2c}{1-2c} - \frac{c}{1-c} = \frac{c}{(1-2c)(1-c)}$$

これが $\dfrac{2}{3}$ に等しいので　$\dfrac{c}{(1-2c)(1-c)} = \dfrac{2}{3}$

ゆえに　$2(1-2c)(1-c) = 3c$　整理すると　$(c-2)(4c-1) = 0$

$|\,c\,| < \dfrac{1}{2}$ に注意して，これを解くと　$\boldsymbol{c = \dfrac{1}{4}}$

2 (1) 2点 $\mathrm{A}(1,\ 0)$，$\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ を通る直線の方程式は



$$y=\frac{y_0}{x_0-1}(x-1)$$

これに $x=0$ を代入して　$y_1=\dfrac{y_0}{1-x_0}$

2点 $\mathrm{B}(-1,\ 0)$，$\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ を通る直線の方程式は

$$y=\frac{y_0}{x_0+1}(x+1)$$

これに $x=0$ を代入して　$y_2=\dfrac{y_0}{1+x_0}$

C の $\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ における接線 l の方程式は

$$x_0x+y_0y=1 \quad \text{これに } x=0 \text{ を代入して} \quad y_3=\frac{1}{y_0}$$

P_1，P_2 の中点の y 座標は，${x_0}^2+{y_0}^2=1$ に注意して

$$\frac{1}{2}(y_1+y_2)=\frac{1}{2}\left(\frac{y_0}{1-x_0}+\frac{y_0}{1+x_0}\right)=\frac{y_0}{1-{x_0}^2}=\frac{y_0}{{y_0}^2}=\frac{1}{y_0}=y_3$$

よって，点 P_3 は線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の中点である．

(2) (1) の結果から　$y_1{\cdot}y_2=\dfrac{y_0}{1-x_0}\times\dfrac{y_0}{1+x_0}=\dfrac{{y_0}^2}{1-{x_0}^2}=1$

$l:x_0x+y_0y=1$ に $x=1$ を代入することにより　$y_4=\dfrac{1-x_0}{y_0}$

したがって

$$\begin{aligned} y_2-y_4&=\frac{y_0}{1+x_0}-\frac{1-x_0}{y_0}\\ &=\frac{{y_0}^2-(1+x_0)(1-x_0)}{y_0(1+x_0)}=\frac{{x_0}^2+{y_0}^2-1}{y_0(1+x_0)}=0 \end{aligned}$$

よって，$y_1{\cdot}y_2$ および y_2-y_4 は点 P の位置に関係なく一定の値である．

(3) 直線 OP の方程式は　$y=\dfrac{y_0}{x_0}x$　これに $x=1$ を代入して　$y_5=\dfrac{y_0}{x_0}$

$y_5=y_1$ のとき　$\dfrac{y_0}{x_0}=\dfrac{y_0}{1-x_0}$　ゆえに　$x_0=\dfrac{1}{2}$　よって　$\boldsymbol{\angle\mathrm{AOP}=60^\circ}$

(4) $\dfrac{y_3}{x_0}=y_1$ より　$\dfrac{1}{x_0y_0}=\dfrac{y_0}{1-x_0}$　ゆえに　$\dfrac{1}{x_0}=\dfrac{{y_0}^2}{1-x_0}=\dfrac{1-{x_0}^2}{1-x_0}=1+x_0$

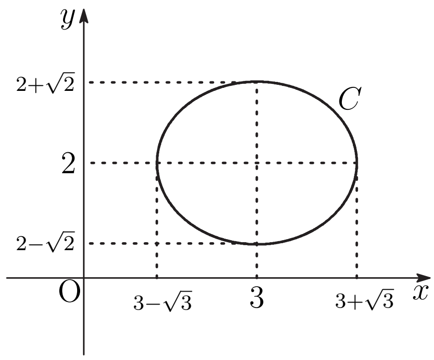
したがって　${x_0}^2+x_0-1=0$　$0<x_0<1$ に注意して　$\boldsymbol{x_0=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1) 与えられた方程式から

$$2(x-3)^2+3(y-2)^2=6$$

ゆえに　$\dfrac{(x-3)^2}{3}+\dfrac{(y-2)^2}{2}=1$

よって，C の概形は右のようになる．



(2) $2x^2+3y^2-12x-12y+24=0$ に $y=x+k$ を代入して整理すると

$$5x^2+2(3k-12)x+3k^2-12k+24=0 \quad \cdots(*)$$

$(*)$ の判別式を D とすると

$$\begin{aligned} D/4 &= (3k-12)^2-5(3k^2-12k+24) \\ &= -6(k^2+2k-4) \end{aligned}$$

よって　$\boldsymbol{-1-\sqrt{5}<k<-1+\sqrt{5}}$ **のとき　2個**
$\boldsymbol{k=-1\pm\sqrt{5}}$ **のとき　1個**
$\boldsymbol{k<-1-\sqrt{5},\ -1+\sqrt{5}<k}$ **のとき　0個**

(3) (2) より，$-1-\sqrt{5}<k<-1+\sqrt{5}\cdots$① のとき，$(*)$ の2つの解を α，β とすると，2点 P，Q の座標は $(\alpha,\ \alpha+k)$，$(\beta,\ \beta+k)$ である．このとき，線分 PQ の中点を $(x,\ y)$ とすると

$$x=\frac{\alpha+\beta}{2},\quad y=\frac{(\alpha+k)+(\beta+k)}{2}=\frac{\alpha+\beta}{2}+k$$

$(*)$ の解と係数の関係により　$\alpha+\beta=-\dfrac{2(3k-12)}{5}$

したがって　$x=\dfrac{-3k+12}{5}$，$y=\dfrac{2k+12}{5}$

上の2式から k を消去して　$2x+3y=12$

① のとき　$\dfrac{15-3\sqrt{5}}{5}<\dfrac{-3k+12}{5}<\dfrac{15+3\sqrt{5}}{5}$

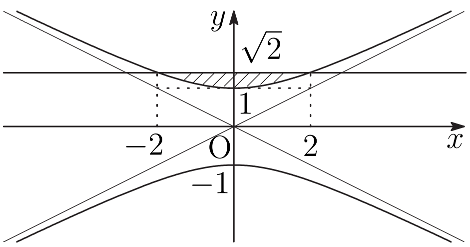
よって，求める軌跡の方程式は

$$\boldsymbol{2x+3y=12}\quad\boldsymbol{\left(\frac{15-3\sqrt{5}}{5}<x<\frac{15+3\sqrt{5}}{5}\right)}$$

$\boxed{\mathbf{4}}$ (1) $y=\dfrac{1}{2}\{x\sqrt{x^2+4}+4\log(x+\sqrt{x^2+4})\}$ より

$$y'=\frac{1}{2}\left(\sqrt{x^2+4}+\frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}}+4\cdot\frac{1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}}{x+\sqrt{x^2+4}}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\sqrt{x^2+4}+\frac{x^2}{\sqrt{x^2+4}}+\frac{4}{\sqrt{x^2+4}}\right)=\boldsymbol{\sqrt{x^2+4}}$$

(2) 求める面積は，曲線 $y=\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+4}\cdots$① と直線 $y=\sqrt{2}\cdots$② で囲まれた部分の面積である．① と ② の共有点の x 座標は



$$\frac{1}{2}\sqrt{x^2+4}=\sqrt{2}$$

これを解いて　$x=\pm2$

上の図の斜線部分の面積を S とすると，(1) の結果を利用して

$$S=4\sqrt{2}-\int_0^2\sqrt{x^2+4}\,dx$$
$$=4\sqrt{2}-\frac{1}{2}\Big[\,x\sqrt{x^2+4}+4\log(x+\sqrt{x^2+4})\,\Big]_0^2$$
$$=4\sqrt{2}-\frac{1}{2}\{4\sqrt{2}+4\log(2+2\sqrt{2})-4\log 2\}$$
$$=\mathbf{2\sqrt{2}-2\log(1+\sqrt{2})}$$

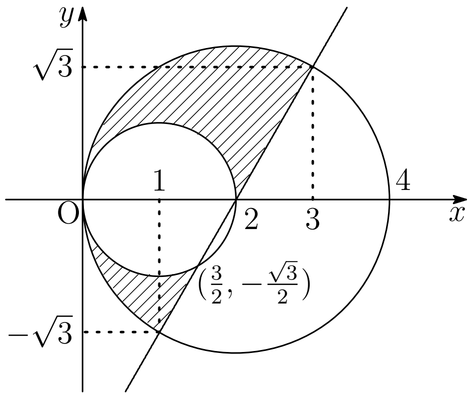
(3) 求める回転体の体積を V とすると

$$V=\pi\int_1^{\sqrt{2}}x^2\,dy=4\pi\int_1^{\sqrt{2}}(y^2-1)\,dy$$
$$=4\pi\Big[\,\frac{y^3}{3}-y\,\Big]_1^{\sqrt{2}}=\boldsymbol{\frac{4}{3}(2-\sqrt{2})\pi}$$

$\boxed{\mathbf{5}}$ (1) 与えられた不等式から

$$\begin{cases} (x-2)^2+y^2 \leqq 4 \\ (x-1)^2+y^2 \geqq 1 \\ y \geqq \sqrt{3}(x-2) \end{cases}$$

よって，右の図の斜線部分で境界線を含む．



(2) 与えられた漸化式から $\qquad \dfrac{a_{n+1}}{(2c)^{n+1}}-\dfrac{a_n}{(2c)^n}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$

$n \geqq 2$ のとき

$$\frac{a_n}{(2c)^n}=\frac{a_1}{2c}+\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{k}$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

したがって $\qquad a_n=(2c)^n-c^n$

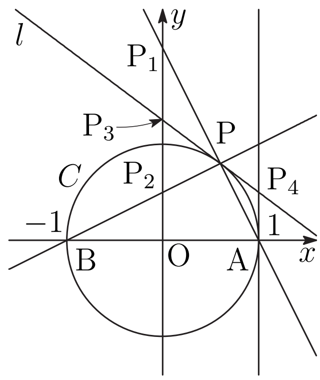
$n=1$ のときも，上式は成り立つので $\qquad \boldsymbol{a_n=(2c)^n-c^n}$

別解 与えられた漸化式から $\qquad a_{n+1}+c^{n+1}=2c(a_n+c^n)$

したがって，数列 $\{a_n+c^n\}$ は，初項が $a_1+c=2c$ で公比が $2c$ の等比数列である．

$$a_n+c^n=(2c)^{n-1}(a_1+c) \quad \text{よって} \qquad a_n=(2c)^n-c^n$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ (1) 2点 $\mathrm{A}(1,\ 0)$，$\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ を通る直線の方程式は



$$y = \frac{y_0}{x_0 - 1}(x - 1)$$

これに $x = 0$ を代入して　$y_1 = \dfrac{y_0}{1 - x_0}$

2点 $\mathrm{B}(-1,\ 0)$，$\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ を通る直線の方程式は

$$y = \frac{y_0}{x_0 + 1}(x + 1)$$

これに $x = 0$ を代入して　$y_2 = \dfrac{y_0}{1 + x_0}$

C の $\mathrm{P}(x_0,\ y_0)$ における接線 l の方程式は

$$x_0x + y_0y = 1 \quad \text{これに } x = 0 \text{ を代入して} \quad y_3 = \frac{1}{y_0}$$

P_1，P_2 の中点の y 座標は，${x_0}^2 + {y_0}^2 = 1$ に注意して

$$\frac{1}{2}(y_1 + y_2) = \frac{1}{2}\left(\frac{y_0}{1 - x_0} + \frac{y_0}{1 + x_0}\right) = \frac{y_0}{1 - {x_0}^2} = \frac{y_0}{{y_0}^2} = \frac{1}{y_0} = y_3$$

よって，点 P_3 は線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の中点である．

(2) (1) の結果から　$y_1 \cdot y_2 = \dfrac{y_0}{1 - x_0} \times \dfrac{y_0}{1 + x_0} = \dfrac{{y_0}^2}{1 - {x_0}^2} = 1$

$l : x_0x + y_0y = 1$ に $x = 1$ を代入することにより　$y_4 = \dfrac{1 - x_0}{y_0}$

したがって　

$$\begin{aligned} y_2 - y_4 &= \frac{y_0}{1 + x_0} - \frac{1 - x_0}{y_0} \\ &= \frac{{y_0}^2 - (1 + x_0)(1 - x_0)}{y_0(1 + x_0)} = \frac{{x_0}^2 + {y_0}^2 - 1}{y_0(1 + x_0)} = 0 \end{aligned}$$

よって，$y_1 \cdot y_2$ および $y_2 - y_4$ は点 P の位置に関係なく一定の値である．

(3) $\dfrac{y_3}{x_0} = y_1$ より　$\dfrac{1}{x_0y_0} = \dfrac{y_0}{1 - x_0}$　ゆえに　$\dfrac{1}{x_0} = \dfrac{{y_0}^2}{1 - x_0} = \dfrac{1 - {x_0}^2}{1 - x_0} = 1 + x_0$

したがって　${x_0}^2 + x_0 - 1 = 0$　$0 < x_0 < 1$ に注意して　$\boldsymbol{x_0 = \dfrac{-1 + \sqrt{5}}{2}}$

$\boxed{\mathbf{7}}$ (1) 点 D は線分 AB を 3 : 2 に外分する点であるから

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OD}} &= \frac{-2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+3\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{3-2} = -2\overrightarrow{\mathrm{OA}}+3\overrightarrow{\mathrm{OB}} \\ &= -2(3,-2,-2)+3(-1,-1,\ 3) = (-9,\ 1,\ 13)\end{aligned}$$

したがって
$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{AB}} &= (-1,-1,\ 3)-(3,-2,-2) \\ &= (-4,\ 1,\ 5) \\ \overrightarrow{\mathrm{CD}} &= (-9,\ 1,\ 13)-(1,\ a,\ 3a+2) \\ &= (-10,\ 1-a,\ 11-3a)\end{aligned}$$

直線 AB と直線 CD が直交するので，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=0$ より

$$-4\cdot(-10)+1\cdot(1-a)+5\cdot(11-3a)=0$$

これを解いて　$\boldsymbol{a=6}$

(2) (1) の結果より，C(1, 6, 20) であるから，△BCD の重心 G の座標は

$$\left(\frac{-1+1+(-9)}{3},\ \frac{-1+6+1}{3},\ \frac{3+20+13}{3}\right) \quad \text{すなわち} \quad (-3,\ 2,\ 12)$$

$\overrightarrow{\mathrm{AG}} = (-3,\ 2,\ 12)-(3,-2,-2) = (-6,\ 4,\ 14)$

したがって，求める点を P とすると

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}} &= \overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{AG}} \quad (0 \leqq t \leqq 1) \\ &= (3,-2,-2)+t(-6,\ 4,\ 14) \\ &= (3-6t,\ -2+4t,\ -2+14t) \\ |\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2 &= (3-6t)^2+(-2+4t)^2+(-2+14t)^2 \\ &= 248t^2-108t+17\end{aligned}$$

$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=5$ より，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2=25$ であるから

$$\begin{aligned}248t^2-108t+17&=25 \\ 62t^2-27t-2&=0 \\ (2t-1)(31t+2)&=0\end{aligned}$$

$0 \leqq t \leqq 1$ であるから　$t=\dfrac{1}{2}$　よって，P の座標は　$\mathbf{(0,\ 0,\ 5)}$

$\boxed{8}$ (1) $f(x) = ax^2 + bx + c$ とおくと $(a \neq 0)$ $\quad f'(x) = 2ax + b$

これらを $f'(x)\{2f'(x) - x\} = 6f(x) + 2x + 8$ に代入すると

$$(2ax + b)\{2(2ax + b) - x\} = 6(ax^2 + bx + c) + 2x + 8$$

x について整理すると

$$2a(4a - 1)x^2 + (8a - 1)bx + 2b^2 = 6ax^2 + (6b + 2)x + 6c + 8$$

上式の同じ次数の項の係数を比較すると

$$2a(4a - 1) = 6a, \quad (8a - 1)b = 6b + 2, \quad 2b^2 = 6c + 8$$

$a \neq 0$ より，上式の第 1 式から，$a = 1$．これを第 2 式に代入して，$b = 2$．
さらに，$b = 2$ を第 3 式に代入して $c = 0$． よって $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 2x}$

(2) (i) $y = f(x)$ 上の点 $(t,\ t^2 + 2t)$ における接線の方程式は

$$y - t^2 = (2t + 2)(x - t) \quad \text{すなわち} \quad y = 2(t + 1)x - t^2$$

これが点 $(0, -k)$ を通るとき

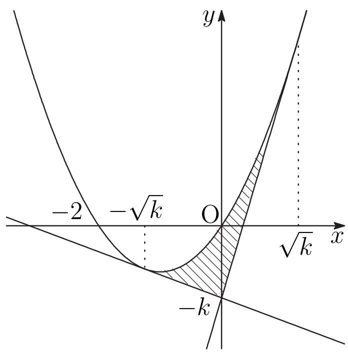
$$-k = -t^2 \quad \text{これを解いて} \quad t = \pm\sqrt{k}$$

よって，求める接線の方程式は $\quad \boldsymbol{y = 2(\pm\sqrt{k} + 1)x - k}$

(ii) (1) の結果から

$$f(x) - \{2(\sqrt{k} + 1)x - k\} = (x - \sqrt{k})^2,$$
$$f(x) - \{2(-\sqrt{k} + 1)x - k\} = (x + \sqrt{k})^2$$

右の図の斜線部分の面積を S とすると



$$S = \int_{-\sqrt{3}}^{0} (x + \sqrt{k})^2\,dx + \int_{0}^{\sqrt{3}} (x - \sqrt{k})^2\,dx$$
$$= \left[\ \frac{1}{3}(x + \sqrt{k})^3\ \right]_{-\sqrt{3}}^{0} + \left[\ \frac{1}{3}(x - \sqrt{k})^3\ \right]_{0}^{\sqrt{3}}$$
$$= \frac{2}{3}k\sqrt{k}$$

$S = 2\sqrt{3}$ より $\quad \dfrac{2}{3}k\sqrt{k} = 2\sqrt{3}$ $\quad$ よって[1] $\quad \boldsymbol{k = 3}$

---

[1] http://kumamoto.s12.xrea.com/kyusuu/kyukou/kyukou_jou_2014.pdf の $\boxed{\mathbf{1}}$ を参照