平成27年度　筑波大学　２次試験前期日程 (数学問題)120分

- 社会学類は $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ から1題選択，$\boxed{3}$ 必答 (数II・B)，及び他教科との選択
- 国際総合・障害科学類は，数II・B選択の場合は $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ から1題選択，$\boxed{3}$ 必答．数III選択の場合は $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ から1題選択，$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ から1題選択
- 教育・心理学類は $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{3}$ 必答，$\boxed{4}$ 〜 $\boxed{7}$ から1題選択
- 生物資源・生物・地球・数学・物理・化学・応用理工・工学システム・情報科学類は $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{3}$ から2題選択，$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ 必答，$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ から1題選択
- 情報メディア創生学類は $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ から1題選択，$\boxed{3}$ 〜 $\boxed{5}$ 必答，$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ から1題選択
- 知識情報・図書館学類は $\boxed{1}$, $\boxed{2}$ から1題選択，$\boxed{3}$ 必答，または $\boxed{6}$ 〜 $\boxed{6}$ から2題選択，または $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{7}$ から2題選択及び他教科との選択
- 社会工学類は $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{3}$ から1題選択，$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ 必答，$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ から1題選択
- 医学・医療学類は $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{3}$ から2題選択，$\boxed{4}$, $\boxed{5}$ 必答，$\boxed{6}$, $\boxed{7}$ から1題選択

$\boxed{\mathbf{1}}$ 以下の問いに答えよ．

(1) 座標平面において，次の連立不等式の表す領域を図示せよ．

$$\begin{cases} x^2 + y \leqq 1 \\ x - y \leqq 1 \end{cases}$$

(2) 2つの放物線 $y = x^2 - 2x + k$ と $y = -x^2 + 1$ が共有点をもつような実数 k の値の範囲を求めよ．

(3) x，y が (1) の連立不等式を満たすとき，$y - x^2 + 2x$ の最大値および最小値と，それらを与える x，y の値を求めよ．

$\boxed{\mathbf{2}}$ 半径1の円を内接円と三角形ABCが，辺ABと辺ACの長さが等しい二等辺三角形であるとする．辺BC，CA，ABと内接円の接点をそれぞれP，Q，Rとする．また，$\alpha = \angle\mathrm{CAB}$，$\beta = \angle\mathrm{ABC}$ とし，三角形ABCの面積を S とする．

(1) 線分AQの長さを α を用いて表し，線分QCの長さを β を用いて表せ．

(2) $t = \tan\dfrac{\beta}{2}$ とおく．このとき，S を t を用いて表せ．

(3) 不等式 $S \geqq 3\sqrt{3}$ が成り立つことを示せ．さらに，等号が成立するのは，三角形ABCが正三角形のときに限ることを示せ．

3 p と q は正の整数とする．2 次方程式 $x^2-2px-q=0$ の 2 つの実数解を α，β とする．ただし $\alpha>\beta$ とする．数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n=\frac{1}{2}(\alpha^{n-1}+\beta^{n-1})\quad(n=1,2,3,\cdots)$$

によって定める．ただし $\alpha^0=1$，$\beta^0=1$ と定める．

(1) すべての自然数 n に対して，$a_{n+2}=2pa_{n+1}+qa_n$ であることを示せ．

(2) すべての自然数 n に対して，a_n は整数であることを示せ．

(3) 自然数 n に対し，$\dfrac{\alpha^{n-1}}{2}$ 以下の最大の整数を b_n とする．p と q が $q<2p+1$ を満たすとき，b_n を a_n を用いて表せ．

4 $f(x)=\log(e^x+e^{-x})$ とおく．曲線 $y=f(x)$ の点 $(t,\ f(t))$ における接線を ℓ とする．直線 ℓ と y 軸の交点の y 座標を $b(t)$ とおく．

(1) 次の等式を示せ．

$$b(t)=\frac{2te^{-t}}{e^t+e^{-t}}+\log(1+e^{-2t})$$

(2) $x\geqq 0$ のとき，$\log(1+x)\leqq x$ であることを示せ．

(3) $t\geqq 0$ のとき，

$$b(t)\leqq\frac{2}{e^t+e^{-t}}+e^{-2t}$$

であることを示せ．

(4) $b(0)=\displaystyle\lim_{x\to\infty}\int_0^x\frac{4t}{(e^t+e^{-t})^2}\,dt$ であることを示せ．

5 $f(x)$，$g(x)$，$h(x)$ を

$$f(x)=\frac{1}{2}(\cos x-\sin x)$$
$$g(x)=\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$h(x)=\sin x$$

とおく．3 つの曲線 $y=f(x)$，$y=g(x)$，$y=h(x)$ の $0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ を満たす部分を，それぞれ C_1，C_2，C_3 とする．

(1) C_2 と C_3 の交点の座標を求めよ．

(2) C_1 と C_3 の交点の x 座標を α とする．$\sin\alpha$，$\cos\alpha$ の値を求めよ．

(3) C_1，C_2，C_3 によって囲まれる図形を求めよ．

$\boxed{6}$ α を実数でない複素数とし，β を正の実数とする．以下の問いに答えよ．ただし，複素数 w に対してその共役複素数を $\overline{w}$ で表す．

(1) 複素数平面上で，関係式 $\alpha\overline{z}+\overline{\alpha}z=|z|^2$ を満たす複素数 z の描く図形を C とする．このとき，C は原点を通る円であることを示せ．

(2) 複素数平面上で，$(z-\alpha)(\beta-\overline{\alpha})$ が純虚数となる複素数 z の描く図形を L とする．L は (1) で定めた C と 2 つの共有点をもつことを示せ．また，その 2 点を P，Q とするとき，線分 PQ の長さを α と $\overline{\alpha}$ を用いて表す．

(3) β の表す複素数平面上の点を R とする．(2) で定めた点 P，Q と点 R を頂点とする三角形が正三角形であるとき，β を α と $\overline{\alpha}$ を用いて表せ．

$\boxed{7}$ (旧課程受験者用の選択問題)

α，β は異なる 2 つの実数とする．座標平面において 2 点 $(\alpha,\ 1)$，$(\beta,\ 1)$ をそれぞれ点 $(\alpha^2,\ \alpha)$，$(\beta^2,\ \beta)$ に移す 1 次変換を表す行列を A とする．自然数 n に対し，点 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$ を

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},\quad \begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}\quad (n=1,2,3,\cdots)$$

によって定める．

(1) $Q=\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおくと $AQ=Q\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$ となることを示せ．

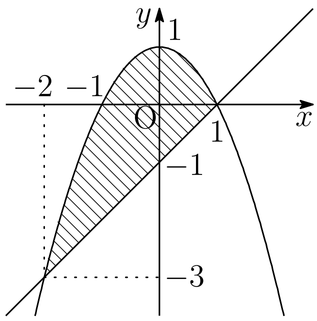
(2) 数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$ の一般項を求めよ．

(3) 点 P_2，P_3，P_4，$\cdots$ がすべて直線 $y=\dfrac{1}{2}x$ 上にあるような α，β を 1 組求め，そのときの行列 A を求めよ．

解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) $\begin{cases} x^2+y \leqq 1 \\ x-y \leqq 1 \end{cases}$ ゆえに $\begin{cases} y \leqq -x^2+1 \\ y \geqq x-1 \end{cases}$

求める領域は，右の図の斜線部分で，境界線を含む．



(2) $y=x^2-2x+k$ と $y=-x^2+1$ から y を消去して整理すると

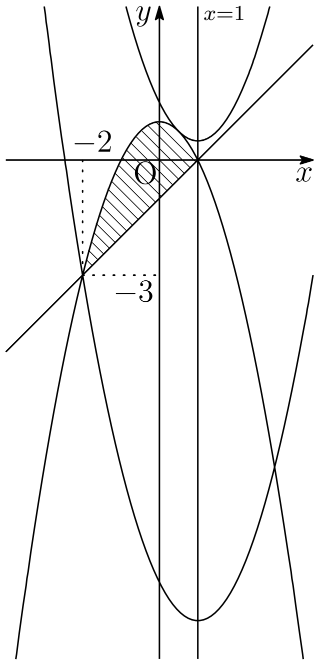
$$2x^2-2x+k-1=0 \quad \cdots ①$$

このとき，この2次方程式が実数解をもつから

$$D/4=(-1)^2-2(k-1) \geqq 0 \quad \text{これを解いて} \quad \boldsymbol{k \leqq \frac{3}{2}}$$

(3) $y-x^2+2x=k$ とおくと

$$\begin{aligned} y &= x^2-2x+k \quad \cdots (*) \\ &= (x-1)^2+k-1 \end{aligned}$$



この放物線の軸は $x=1$ である．
k が最大となるのは，$(*)$ が $y=-x^2+1$ に接するときであるから，(2) の結果において $D=0$ とすると

$$k=\frac{3}{2}$$

これを ① に代入すると

$$2x^2-2x+\frac{3}{2}-1=0 \quad \text{ゆえに} \quad x=\frac{1}{2}$$

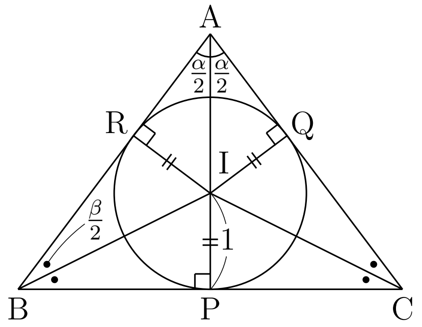
k と x の値を $(*)$ に代入すると　$y=\dfrac{3}{4}$

k が最小となるのは，点 $(-2,-3)$ を通るときで，$k=-11$

よって　　$\boldsymbol{x=\frac{1}{2},\ y=\frac{3}{4}}$ **のとき最大値** $\boldsymbol{\frac{3}{2}}$**,**

$\boldsymbol{x=-2,\ y=-3}$ **のとき最小値** $\boldsymbol{-11}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) 右の図から



$$\mathrm{AQ} = \frac{\mathrm{IQ}}{\tan\frac{\alpha}{2}} = \boldsymbol{\frac{1}{\tan\frac{\alpha}{2}}}$$

$$\mathrm{QC} = \frac{\mathrm{IQ}}{\tan\frac{\beta}{2}} = \boldsymbol{\frac{1}{\tan\frac{\beta}{2}}}$$

(2) (1) の結果から

$$\mathrm{AB} + \mathrm{BC} + \mathrm{CA} = 2\mathrm{AQ} + 4\mathrm{QC} = \frac{2}{\tan\frac{\alpha}{2}} + \frac{4}{\tan\frac{\beta}{2}}$$

$A + B + C = \alpha + 2\beta = \pi \cdots$ ① より，$\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\pi}{2} - \beta$ であるから

$$\frac{1}{\tan\frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)} = \tan\beta = \frac{2\tan\frac{\beta}{2}}{1 - \tan^2\frac{\beta}{2}} = \frac{2t}{1 - t^2}$$

上の 2 式から　$\mathrm{AB} + \mathrm{BC} + \mathrm{CA} = \dfrac{4t}{1 - t^2} + \dfrac{4}{t} = \dfrac{4}{t(1 - t^2)}$

よって　$S = \dfrac{1}{2}\mathrm{IP}(\mathrm{AB} + \mathrm{BC} + \mathrm{CA}) = \dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot \dfrac{4}{t(1 - t^2)} = \boldsymbol{\dfrac{2}{t(1 - t^2)}}$

(3) $t = \tan\frac{\beta}{2}$ $(0 < \beta < \frac{\pi}{2})$ より　$0 < t < 1$

$\dfrac{2}{S} = f(t) = t(1 - t^2) = t - t^3$ とすると $(0 < t < 1)$　$f'(t) = 1 - 3t^2$

t	(0)	$\cdots$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\cdots$	(1)
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$		$\nearrow$	$\frac{2}{3\sqrt{3}}$	$\searrow$	

したがって　$\dfrac{2}{S} \leqq \dfrac{2}{3\sqrt{2}}$　ゆえに　$S \geqq 3\sqrt{2}$　$\cdots (*)$

上式において，等号が成立するのは

$$\tan\frac{\beta}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{ゆえに} \quad \beta = \frac{\pi}{3} \quad \text{これを①に代入して} \quad \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$(*)$ において，等号が成立するのは，$\alpha = \beta = \dfrac{\pi}{3}$，すなわち，$\triangle\mathrm{ABC}$ が正三角形のときに限る．

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1) $\alpha,\ \beta$ は2次方程式 $x^2-2px-q=0$ の解であるから

$$\begin{cases}\alpha^2-2p\alpha-q=0\\ \beta^2-2p\beta-q=0\end{cases}\quad \text{ゆえに}\quad \begin{cases}\alpha^{n+2}=2p\alpha^{n+1}+q\alpha^n\\ \beta^{n+2}=2p\beta^{n+1}+q\beta^n\end{cases}$$

したがって $\dfrac{1}{2}(\alpha^{n+2}+\beta^{n+2})=2p\cdot\dfrac{1}{2}(\alpha^{n+1}+\beta^{n+1})+q\cdot\dfrac{1}{2}(\alpha^n+\beta^n)$

$$a_{n+2}=2pa_{n+1}+qa_n \quad \cdots(*)$$

(2) 2次方程式の解と係数の関係により $\alpha+\beta=2p,\ \alpha\beta=-q$

ゆえに $a_1=\dfrac{1}{2}(\alpha^0+\beta^0)=1,\quad a_2=\dfrac{1}{2}(\alpha+\beta)=p$

$a_1,\ a_2$ は整数で，漸化式 $(*)$ により，a_n は整数である．

(3) $f(x)=x^2-2px-q$ とおくと，$q>0,\ q<2p+10$ であるから

$$\begin{aligned}&f(-1)=2p-q+1>0, && f(0)=-q<0,\\ &f(2p)=-q<0, && f(2p+1)=2p-q+1>0\end{aligned}$$

したがって $-1<\beta<0,\quad 2p<\alpha<2p+1$

$a_n=\dfrac{\alpha^{n-1}}{2}+\dfrac{\beta^{n-1}}{2}$ であるから

(i) n が奇数のとき，$0<\dfrac{\beta^{n-1}}{2}\leqq\dfrac{1}{2}$ より

$$0<a_n-\frac{\alpha^{n-1}}{2}\leqq\frac{1}{2}\quad \text{ゆえに}\quad a_n-\frac{1}{2}\leqq\frac{\alpha^{n-1}}{2}<a_n$$

したがって $b_n=a_n-1$

(ii) n が偶数のとき，$-\dfrac{1}{2}<\dfrac{\beta^{n-1}}{2}<0$ より

$$-\frac{1}{2}<a_n-\frac{\alpha^{n-1}}{2}<0\quad \text{ゆえに}\quad a_n<\frac{\alpha^{n-1}}{2}<a_n+\frac{1}{2}$$

したがって $b_n=a_n$

よって $\boldsymbol{b_n=\begin{cases}a_n-1 & (n\ \text{が奇数})\\ a_n & (n\ \text{が偶数})\end{cases}}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ (1) $f(x)=\log(e^x+e^{-x})$ より $\quad f'(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}=-\dfrac{2e^{-x}}{e^x+e^{-x}}+1$

曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(t,\ f(t))$ における接線 ℓ の方程式は

$$y-f(t)=f'(t)(x-t) \quad \text{ゆえに} \quad y=f'(t)x-tf'(t)+f(t)$$

したがって，ℓ と y 軸との交点の y 座標 $b(t)$ は

$$\begin{aligned} b(t)&=-tf'(t)+f(t) \qquad \cdots(*) \\ &=-t\left(-\frac{2e^{-t}}{e^x+e^{-t}}+1\right)+\log(e^t+e^{-t}) \\ &=\frac{2te^{-t}}{e^t+e^{-t}}+\log e^{-t}+\log(e^t+e^{-t})=\frac{2te^{-t}}{e^t+e^{-t}}+\log(1+e^{-2t}) \end{aligned}$$

(2) $g(x)=x-\log(1+x)$ とおくと $(x \geqq 0)$

$$g'(x)=1-\frac{1}{1+x}=\frac{x}{1+x}$$

$g(0)=0$，$x>0$ において，$g'(x)>0$ であるから，$x \geqq 0$ において

$$g(x) \geqq g(0) \quad \text{すなわち} \quad x-\log(1+x) \geqq 0$$

よって　$x \geqq 0$ において　$\log(1+x) \leqq x$

(3) (2) の結果から，$t \geqq 0$ のとき　$t<1+t \leqq e^t$　ゆえに　$te^{-t} \leqq 1$

また，$e^{-2t}>0$ より　$\log(1+e^{-2t}) \leqq e^{-2t}$

よって　$b(t)=\dfrac{2te^{-t}}{e^t+e^{-t}}+\log(1+e^{-2t}) \leqq \dfrac{2}{e^t+e^{-t}}+e^{-2t}$

(4) $f'(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ より

$$f''(x)=\frac{(e^x-e^{-x})'(e^x+e^{-x})-(e^x-e^{-x})(e^x+e^{-x})'}{(e^x+e^{-x})^2}=\frac{4}{(e^x+e^{-x})^2}$$

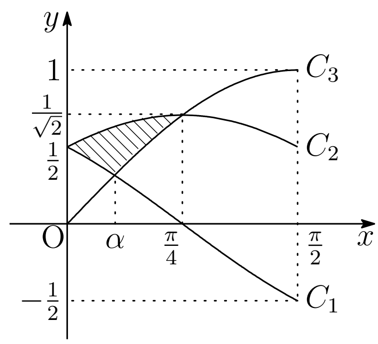
$(*)$ より　$b'(t)=-tf''(t)=-\dfrac{4t}{(e^t+e^{-t})^2}$

したがって　$\displaystyle\int_0^x \frac{4t}{(e^t+e^{-t})^2}\,dt=-\int_0^x b'(t)\,dt=b(0)-b(x)$

(3) の結果から　$0 \leqq b(x) \leqq \dfrac{2}{e^x+e^{-x}}+e^{-2x}$　ゆえに　$\displaystyle\lim_{x\to\infty} b(x)=0$

よって　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\int_0^x \frac{4t}{(e^t+e^{-t})^2}\,dt=b(0)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ (1) $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{2}(\sin x + \cos x)$



$C_2 : y = \dfrac{1}{2}(\sin x + \cos x)$ と $C_3 : y = \sin x$ から

$$\frac{1}{2}(\sin x + \cos x) = \sin x$$

整理すると　　$\sin x = \cos x$

$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ より，求める交点は　$\boldsymbol{\left(\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)}$

(2) $C_1 : y = \dfrac{1}{2}(\cos x - \sin x)$ と $C_3 : y = \sin x$ の交点の x 座標が α であるから

$$\frac{1}{2}(\cos\alpha - \sin\alpha) = \sin\alpha \quad \text{ゆえに} \quad 3\sin\alpha = \cos\alpha$$

$0 \leqq \alpha \leqq \dfrac{\pi}{2}$ より　　$\boldsymbol{\sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{10}},\quad \cos\alpha = \dfrac{3}{\sqrt{10}}}$

(3) 求める面積を S とすると

$$\begin{aligned}
S &= \int_0^{\alpha}\{g(x) - f(x)\}dx + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{4}}\{g(x) - h(x)\}dx \\
&= \int_0^{\alpha}\sin x\,dx + \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\frac{\pi}{4}}(\cos x - \sin x)\,dx \\
&= \Big[-\cos x\Big]_0^{\alpha} + \frac{1}{2}\Big[\sin x + \cos x\Big]_{\alpha}^{\frac{\pi}{4}} \\
&= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\sin\alpha - \frac{3}{2}\cos\alpha \\
&= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{3}{2}\cdot\frac{3}{\sqrt{10}} \\
&= \boldsymbol{1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{10}}{2}}
\end{aligned}$$

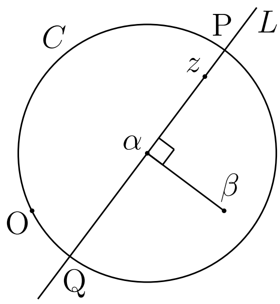
$\boxed{\mathbf{6}}$ (1) $\alpha\overline{z}+\overline{\alpha}z=|z|^2$ より

$$z\overline{z}-\alpha\overline{z}-\overline{\alpha}z+\alpha\overline{\alpha}=\alpha\overline{\alpha} \quad ゆえに \quad (z-\alpha)(\overline{z}-\overline{\alpha})=\alpha\overline{\alpha}$$

したがって　$|z-\alpha|^2=|\alpha|^2$　すなわち　$|z-\alpha|=|\alpha|$

C は点 α を中心とする半径 $|\alpha|$ であるから，C は原点を通る円である．

(2) β が実数であることに注意して

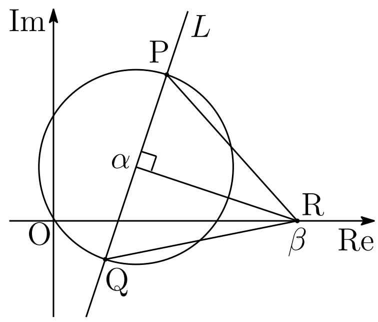


$$(z-\alpha)(\beta-\overline{\alpha})=\frac{|\beta-\alpha|^2(z-\alpha)}{\beta-\alpha}$$

$\dfrac{z-\alpha}{\beta-\alpha}$ が純虚数であるから，z は点 α を通り，2 点 α, β を通る直線に垂直である．

α は C の中心であるから，PQ は C の直径である．よって　$\mathrm{PQ}=2|\alpha|=\boldsymbol{2\sqrt{\alpha\overline{\alpha}}}$

(3) △PQR が正三角形であるとき，(2) の結果から，△PQR の一辺の長さは $2|\alpha|$ である．これから



$$|\beta-\alpha|=\sqrt{3}|\alpha|$$

β が実数であることに注意して

$$(\beta-\alpha)(\beta-\overline{\alpha})=3\alpha\overline{\alpha}$$

整理すると　$\beta^2-(\alpha+\overline{\alpha})\beta-2\alpha\overline{\alpha}=0$

$\beta>0$ であることに注意して，これを解くと

$$\boldsymbol{\beta=\frac{\alpha+\overline{\alpha}+\sqrt{\alpha^2+10\alpha\overline{\alpha}+\overline{\alpha}^2}}{2}}$$

$\boxed{\mathbf{7}}$ (1) 2 点 $(\alpha,\ 1)$, $(\beta,\ 1)$ をそれぞれ $(\alpha^2,\ \alpha)$, $(\beta^2,\ \beta)$ に移す 1 次変換を表す行列が A であるから

$$A\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^2 & \beta^2 \\ \alpha & \beta \end{pmatrix}$$

$\alpha - \beta \neq 0$ であるから $\quad A = \dfrac{1}{\alpha-\beta}\begin{pmatrix} \alpha^2 & \beta^2 \\ \alpha & \beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -\beta \\ -1 & \alpha \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} \alpha+\beta & -\alpha\beta \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

これと $Q = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ より

$$AQ = \begin{pmatrix} \alpha+\beta & -\alpha\beta \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \alpha^2 & \beta^2 \\ \alpha & \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} = Q\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

(2) $\det Q = \alpha - \beta \neq 0$ であるから，(1) の結果より $\quad Q^{-1}AQ = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$

したがって $\quad Q^{-1}A^{n-1}Q = \begin{pmatrix} \alpha^{n-1} & 0 \\ 0 & \beta^{n-1} \end{pmatrix}$

これから $\quad A^{n-1} = Q\begin{pmatrix} \alpha^{n-1} & 0 \\ 0 & \beta^{n-1} \end{pmatrix}Q^{-1}$

$$= \frac{1}{\alpha-\beta}\begin{pmatrix} \alpha^n - \beta^n & -\alpha^n\beta + \alpha\beta^n \\ \alpha^{n-1} - \beta^{n-1} & -\alpha^{n-1}\beta + \alpha\beta^{n-1} \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ より

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^{n-1}\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{\frac{1}{\alpha-\beta}\begin{pmatrix} \alpha^n - \beta^n \\ \alpha^{n-1} - \beta^{n-1} \end{pmatrix}}$$

(3) (2) の結果から，$\alpha = 2$，$\beta = 0$ とすればよいから

$$\boldsymbol{A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}$$