

令和4年度 広島大学 2次試験前期日程 (数学問題)150分
 理・工・医・歯・薬・教育(自然系・理数系)・
 総合学科(理科系)・生物生産

問題 1 2 3 4 5

1 座標平面上の曲線 $y = x^3 + x^2$ を C とする. また, a を実数とし, L_a を点 $(-1, 0)$ を通る傾き a の直線とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) C と L_a がちょうど二つの共有点をもつような a の値をすべて求めよ.
- (2) a が (1) の条件を満たすそれぞれの場合について, C と L_a で囲まれた部分の面積を求めよ.
- (3) C と L_a がちょうど三つの共有点を持ち, さらに C と L_a で囲まれた二つの部分の面積の差の絶対値が $\frac{3}{2}$ となるとき, a の値を求めよ.

2 a を正の実数, t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする. 座標平面上の3点 $A(0, a)$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$ を頂点とする二等辺三角形の内接円を S とし, その中心が $I(0, t)$ であるとする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $\angle IBC$ を θ とおく. t と a を, それぞれ θ を用いて表せ.
- (2) a を t を用いて表せ.
- (3) $\triangle ABC$ の重心が内接円 S の周上にあるとき, t の値を求めよ.
- (4) $\triangle ABC$ の垂心が S の周上にあるとき, t の値を求めよ. ただし, 三角形の各頂点から対辺, またはその延長に下ろした3本の垂線は1点で交わるということが知られており, その交わる点を三角形の垂心と呼ぶ.
- (5) $\triangle ABC$ の外心が S の周上にあるとき, t のとり得る値をすべて求めよ.

3 a, b を整数とする. また, 整数の数列 $\{c_n\}$ を $c_1 = a, c_2 = b$ および漸化式

$$c_{n+2} = c_{n+1} + c_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $a = 39, b = 13$ とする. このとき, 二つの整数 c_5 と c_6 の最大公約数を求めよ.
- (2) a と b はともに奇数であるとする. このとき, 自然数 n に対して次の命題 P_n が成り立つことを, n についての数学的帰納法で示せ.

$P_n : c_{3n-2}$ と c_{3n-1} はともに奇数であり, c_{3n} は偶数である.

- (3) d を自然数とし, a と b はともに d の倍数であるとする. このとき, 自然数 n に対して c_n が d の倍数になることを示せ. ただし, 数学的帰納法を用いて証明すること.
- (4) c_{2022} が奇数であるならば, $a + b$ も奇数であることを示せ.

- 4 n を自然数とする．袋の中に赤玉が3個，白玉が $(n+5)$ 個，合計で $(n+8)$ 個の玉が入っている．また，空箱 A, B, C, D, E, F が用意されている．この準備の下で次の試行1，試行2を順に行う．

試行1 袋から玉を1個取り出して，箱Aに入れる．箱Aに入れた玉が白玉なら $i=0$ ，赤玉なら $i=1$ とおく．

試行2 次に，袋から白玉を n 個取り出して，箱Bに入れる．この時点で，袋に残った玉7個のうち，赤玉は $(3-i)$ 個，白玉は $(4+i)$ 個である．この7個の中から2個の玉を取り出して，箱Cに入れる．

試行2を終えたら，箱Aと箱Cの玉の色を記録して，箱A, B, Cの玉をすべて元通り袋に戻す．そして次の試行3を行う．

試行3 袋から玉を1個取り出して，箱Dに入れる．次に，袋から玉を n 個取り出して，箱Eに入れる．最後に袋から玉を2個取り出して，箱Fに入れる．

このとき，次の問いに答えよ．

- (1) $i=0$ であったとき，試行2において箱Cに赤玉が2個入る条件付き確率 p_0 を求めよ．また， $i=1$ であったとき，試行2において箱Cに赤玉が2個入る条件付き確率 p_1 を求めよ．
- (2) 試行1において，箱Aに赤玉が入る確率 q_A を n を用いて表せ．また，試行1，試行2を順に行うとき，箱Cに赤玉が2個入る確率 q_C を n を用いて表せ．
- (3) 試行3において，箱Dに赤玉が入るという事象を事象 X ，箱Eに入る玉がすべて白であるという事象を事象 Y ，箱Fに赤玉が2個入るという事象を事象 Z と呼ぶことにする．事象 X と事象 Y がともに起こる確率 $P(X \cap Y)$ を n を用いて表せ．また，事象 Y と事象 Z がともに起こる確率 $P(Y \cap Z)$ を n を用いて表せ．
- (4) (3)の事象 Y が起こったとき，(3)の事象 X が起こる条件付き確率 $P_Y(X)$ と，(3)の事象 Z が起こる条件付き確率 $P_Y(Z)$ をそれぞれ求めよ．

5 次の問いに答えよ.

- (1) $\sqrt{2}^{\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)}$ と $\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$ との大小を比較せよ.
- (2) 関数 $f(x)$ を $f(x) = \sqrt{2}^x$ と定義し, 座標平面上の曲線 $y = f(x)$ を C とする. C 上の点 $(2, f(2))$ における接線の方程式を, 実数 m, k を用いて $y = mx + k$ と表すとき, m と k の値をそれぞれ求めよ.
- (3) $f(x)$ および m と k を (2) のように定める. すべての実数 x に対して $f(x) \geq mx + k$ が成り立つことを示せ.
- (4) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = \sqrt{2}$ および漸化式 $a_{n+1} = \sqrt{2}^{a_n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定義する. 自然数 n に対して

$$2 - a_{n+1} \leq (\log 2) \cdot (2 - a_n)$$

が成り立つことを示し, 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ を求めよ. 必要ならば, 自然対数の底が $e = 2.718\dots$ であることを用いてよい.

解答例

- 1** (1) $C: y = x^3 + x^2$ と点 $(-1, 0)$ を通り傾き a 直線 $L_a: y = a(x+1)$ の方程式から y を消去すると

$$x^3 + x^2 = a(x+1) \quad \text{ゆえに} \quad (x+1)(x^2 - a) = 0 \quad (*)$$

この方程式が重解もつ次の場合である.

- (i) $x^2 - a = 0$ が重解をもつとき $a = 0$
 (ii) $x^2 - a = 0$ が $x = -1$ を解にもつとき $a = 1$
 (i), (ii) から, 求める a の値は $a = 0, 1$

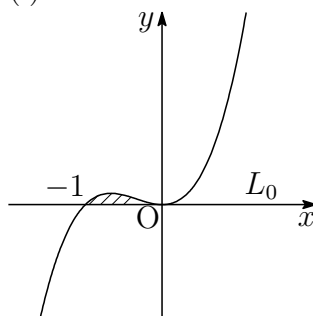
- (2) (i) $a = 0$ のとき, $(*)$ の解は $x = -1, 0$

$$\int_{-1}^0 (x^3 + x^2) dx = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^0 = \frac{1}{12}$$

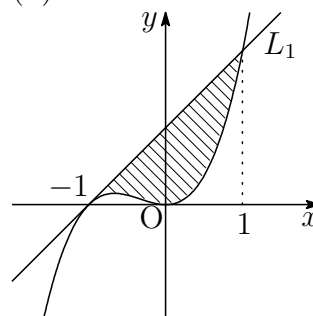
- (ii) $a = 1$ のとき, $(*)$ の解は $x = -1, 1$

$$\int_{-1}^1 \{(x+1) - (x^3 + x^2)\} dx = 2 \int_0^1 (1 - x^2) dx = 2 \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{4}{3}$$

(i) $a = 0$



(ii) $a = 1$



補足 積分公式¹ $\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)^m (\beta - x)^n dx = \frac{m!n!}{(m+n+1)!} (\beta - \alpha)^{m+n+1}$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \{(x+1) - (x^3 + x^2)\} dx &= \int_{-1}^1 (x+1)^2 (1-x) dx \\ &= \frac{1}{12} \{1 - (-1)\}^4 = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

¹http://kumamoto.s12.xrea.com/nyusi/Qdai_tech.2010.kouki.pdf の **1** を参照.

(3) C と L_a がちょうど三つの共有点をもつとき、方程式(*)は異なる3つの実数解をもつから、 a の値は次の範囲にある。

(i) $0 < a < 1$ のとき、下の図に示した S_1 , S_2 の面積について、(2)の結果から

$$0 < S_1 < \frac{1}{12}, \quad 0 < S_2 < \frac{4}{3} \quad \text{ゆえに} \quad |S_2 - S_1| < \frac{4}{3}$$

このとき、 $|S_2 - S_1| \neq \frac{3}{2}$ であり、不適。

(ii) $a > 1$ のとき、 $f(x) = a(x+1) - (x^3 + x^2)$ とおくと、下の図の二つの部分の面積 T_1 , T_2 は

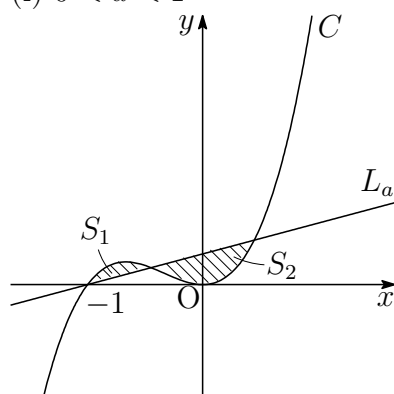
$$T_1 = - \int_{-\sqrt{a}}^{-1} f(x) dx, \quad T_2 = \int_{-1}^{\sqrt{a}} f(x) dx$$

したがって

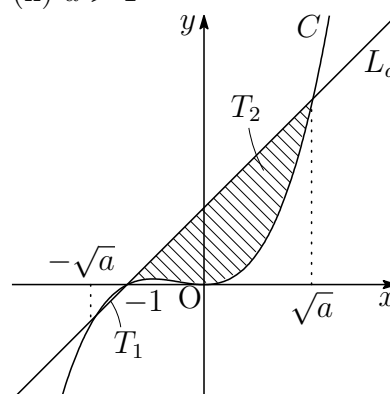
$$\begin{aligned} T_2 - T_1 &= \int_{-1}^{\sqrt{a}} f(x) dx + \int_{-\sqrt{a}}^{-1} f(x) dx \\ &= \int_{-\sqrt{a}}^{\sqrt{a}} f(x) dx = 2 \int_0^{\sqrt{a}} (a - x^2) dx \\ &= 2 \left[ax - \frac{x^3}{3} \right]_0^{\sqrt{a}} = \frac{4}{3} a^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

条件より $\frac{4}{3} a^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$ ゆえに $a^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{8}$ よって $a = \frac{3^{\frac{4}{3}}}{4}$

(i) $0 < a < 1$



(ii) $a > 1$



- 2 (1) 右の図から

$$t = \tan \theta, \quad a = \tan 2\theta$$

- (2) (1) の結果より

$$a = \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2t}{1 - t^2}$$

- (3) $\triangle ABC$ の重心の座標は $\left(0, \frac{a}{3}\right)$

これが円周上の点 $(0, 2t)$ と一致するから

$$\frac{a}{3} = 2t \quad \text{ゆえに} \quad a = 6t$$

これに (2) の結果を代入すると

$$\frac{2t}{1 - t^2} = 6t \quad \text{ゆえに} \quad t(3t^2 - 2) = 0$$

$$0 < t < 1 \text{ に注意して } t = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

- (4) 点 $B(-1, 0)$ を通り、直線 AC に垂直な直線の方程式は

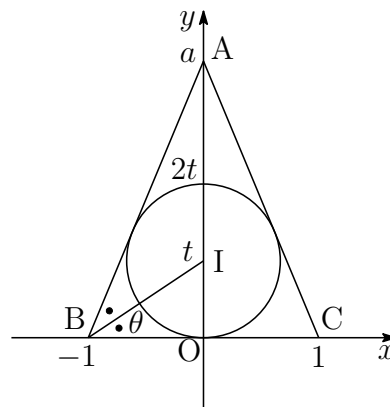
$$y = \frac{1}{a}(x + 1) \quad \text{ゆえに} \quad y = \frac{x}{a} + \frac{1}{a}$$

この直線と y 軸との交点 $\left(0, \frac{1}{a}\right)$ が、 $(0, 2t)$ と一致するから

$$\frac{1}{a} = 2t$$

これに (2) の結果を代入すると ($0 < t < 1$)

$$\frac{1 - t^2}{2t} = 2t \quad \text{ゆえに} \quad 5t^2 = 1 \quad \text{よって} \quad t = \frac{\sqrt{5}}{5}$$



- (5) ACの垂直二等分線, すなわち, ACの中点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{a}{2}\right)$ を通り, 傾き $\frac{1}{a}$ の直線の方程式は

$$y - \frac{a}{2} = \frac{1}{a} \left(x - \frac{1}{2}\right) \quad \text{すなわち} \quad y = \frac{x}{a} + \frac{a}{2} - \frac{1}{2a}$$

この直線と y 軸との交点 $\left(0, \frac{a}{2} - \frac{1}{2a}\right)$ が, 原点 $O(0, 0)$ または $(0, 2t)$ に一致するときである.

(i) $\frac{a}{2} - \frac{1}{2a} = 0$ のとき ($a > 0$)

$$a^2 = 1 \quad \text{ゆえに} \quad a = 1$$

これに (2) の結果を代入すると $\frac{2t}{1-t^2} = 1$

$$t^2 + 2t - 1 = 0 \quad t \text{ の値の範囲に注意して} \quad t = -1 + \sqrt{2}$$

(ii) $\frac{a}{2} - \frac{1}{2a} = 2t$ のとき, これに (2) の結果を代入すると

$$\frac{t}{1-t^2} - \frac{1-t^2}{4t} = 2t \quad \text{整理すると} \quad 7t^4 - 2t^2 - 1 = 0$$

したがって $t^2 = \frac{1+2\sqrt{2}}{7}$ t の範囲に注意して $t = \sqrt{\frac{1+2\sqrt{2}}{7}}$

(i), (ii) より $t = -1 + \sqrt{2}, \sqrt{\frac{1+2\sqrt{2}}{7}}$ ■

3 (1) $c_1 = 39, c_2 = 13, c_{n+2} = c_{n+1} + c_n$ より

$$c_3 = 52, \quad c_4 = 65, \quad c_5 = 117, \quad c_6 = 182$$

$117 = 13 \cdot 3^2, 182 = 13 \cdot 2 \cdot 7$ より, c_5 と c_6 の最大公約数は **13**

補足 n が m で割り切れること (m が n の約数) を $m | n$ と表記し, 整数 x, y の最大公約数を (x, y) と表記すると

$$(x, y) | x, \quad (x, y) | y$$

が成り立つ.

$c_{n+2} = c_{n+1} + c_n$ より, $(c_{n+1}, c_n) | c_{n+2}$, また, $(c_{n+1}, c_n) | c_{n+1}$ であるから, (c_{n+1}, c_n) は, c_{n+2} と c_{n+1} の公約数, したがって

$$(c_{n+1}, c_n) | (c_{n+2}, c_{n+1}) \quad (\text{A})$$

$c_n = c_{n+2} - c_{n+1}$ より, $(c_{n+2}, c_{n+1}) | c_n$, また, $(c_{n+2}, c_{n+1}) | c_{n+1}$ であるから, (c_{n+2}, c_{n+1}) は, c_{n+1} と c_n の公約数, したがって

$$(c_{n+2}, c_{n+1}) | (c_{n+1}, c_n) \quad (\text{B})$$

(A), (B) より $(c_{n+2}, c_{n+1}) = (c_{n+1}, c_n)$ 一般に $(c_{n+1}, c_n) = (c_2, c_1)$

(2) $P_n : c_{3n-2}$ と c_{3n-1} はともに奇数であり, c_{3n} は偶数である.

[1] $n = 1$ のとき, c_1 と c_2 がともに奇数であるから, c_3 は偶数. よって, P_1 が成立する.

[2] P_k が成立すると仮定すると

$$\begin{array}{lll} c_{3k-1} \text{ が奇数, } c_{3k} \text{ が偶数より} & c_{3k+1} \text{ は奇数,} \\ c_{3k} \text{ が偶数, } c_{3k+1} \text{ が奇数より} & c_{3k+2} \text{ は奇数,} \\ c_{3k+1} \text{ が奇数, } c_{3k+2} \text{ が奇数より} & c_{3k+3} \text{ は偶数} \end{array}$$

よって, P_{k+1} も成立する.

[1], [2] より, すべての自然数 n について, P_n が成立する. (証終)

(3) $Q_n : c_{2n-1}$ と c_{2n} はともに d の倍数である.

[1] c_1 と c_2 はともに d の倍数であるから, Q_1 は成立する.

[2] Q_k が成立すると仮定すると

$$c_{2k-1} = dx_{2k-1}, \quad c_{2k} = dx_{2k}$$

となる整数 x_{2k-1}, x_{2k} が存在するから

$$\begin{aligned} c_{2k+1} &= c_{2k} + c_{2k-1} = d(x_{2k} + x_{2k-1}), \\ c_{2k+2} &= c_{2k+1} + c_{2k} = d(x_{2k} + x_{2k-1}) + dx_{2k} \\ &= d(2x_{2k} + x_{2k-1}) \end{aligned}$$

よって, Q_{k+1} も成立する.

[1], [2] より, すべての自然数 n について, Q_n が成立する.

よって, a と b がともに d の倍数であるとき, c_n は d の倍数である.

(4) $a + b$ が偶数であるのは, 次の場合である.

- (i) a と b がともに奇数であるとき, (2) の結論から, $c_{2022} = c_{3 \cdot 674}$ は偶数であるから不適.
 - (ii) a と b がともに偶数 (2 の倍数) であるとき, (3) の結論から, c_{2022} は偶数 (2 の倍数) であるから不適.
- (i), (ii) より, $a + b$ は偶数ではない, すなわち, $a + b$ は奇数である. ■

- 4 (1) 条件付き確率 p_0 は、赤玉 3 個、白玉 4 個の計 7 個から 2 個取り出し、2 個とも赤玉の確率であるから

$$p_0 = \frac{{}_3C_2}{{}_7C_2} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

条件付き確率 p_1 は、赤玉 2 個、白玉 5 個の計 7 個から 2 個取り出し、2 個とも赤玉の確率であるから

$$p_1 = \frac{{}_2C_2}{{}_7C_2} = \frac{1}{21}$$

$$(2) q_A = \frac{3}{n+8}$$

箱 A に白玉が入る確率を $\overline{q_A}$ とすると $\overline{q_A} = 1 - q_A = \frac{n+5}{n+8}$

$$\begin{aligned} q_C &= \overline{q_A}p_0 + q_Ap_1 \\ &= \frac{n+5}{n+8} \cdot \frac{1}{7} + \frac{3}{n+8} \cdot \frac{1}{21} = \frac{n+6}{7(n+8)} \end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned} P(X \cap Y) &= \frac{3}{n+8} \cdot \frac{{}_{n+5}C_n}{{}_{n+7}C_n} = \frac{3}{n+8} \cdot \frac{{}_{n+5}C_5}{{}_{n+7}C_7} = \frac{3}{n+8} \cdot \frac{(n+5)!}{n!5!} \cdot \frac{n!7!}{(n+7)!} \\ &= \frac{3}{n+8} \cdot \frac{7 \cdot 6}{(n+7)(n+6)} = \frac{126}{(n+8)(n+7)(n+6)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(X \cap Y \cap Z) &= \frac{126}{(n+8)(n+7)(n+6)} \cdot \frac{{}_2C_2}{{}_7C_2} = \frac{6}{(n+8)(n+7)(n+6)}, \\ P(\overline{X} \cap Y \cap Z) &= \frac{n+5}{n+8} \cdot \frac{{}_{n+4}C_n}{{}_{n+7}C_n} \cdot \frac{{}_3C_2}{{}_7C_2} = \frac{n+5}{n+8} \cdot \frac{{}_{n+4}C_4}{{}_{n+7}C_7} \cdot \frac{{}_3C_2}{{}_7C_2} \\ &= \frac{n+5}{n+8} \cdot \frac{(n+4)!}{n!4!} \cdot \frac{n!7!}{(n+7)!} \cdot \frac{1}{7} = \frac{30}{(n+8)(n+7)(n+6)} \end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned} P(Y \cap Z) &= P(X \cap Y \cap Z) + P(\overline{X} \cap Y \cap Z) \\ &= \frac{6}{(n+8)(n+7)(n+6)} + \frac{30}{(n+8)(n+7)(n+6)} \\ &= \frac{36}{(n+8)(n+7)(n+6)} \end{aligned}$$

(4)

$$\begin{aligned}
 P(\overline{X} \cap Y) &= \frac{n+5}{n+8} \cdot \frac{{}_{n+4}C_n}{{}_{n+7}C_n} = \frac{n+5}{n+8} \cdot \frac{{}_{n+4}C_4}{{}_{n+7}C_7} \\
 &= \frac{n+5}{n+8} \cdot \frac{(n+4)!}{n!4!} \cdot \frac{n!7!}{(n+7)!} = \frac{210}{(n+8)(n+7)(n+6)}
 \end{aligned}$$

上式および (3) の結果から

$$\begin{aligned}
 P(Y) &= P(X \cap Y) + P(\overline{X} \cap Y) \\
 &= \frac{126}{(n+8)(n+7)(n+6)} + \frac{210}{(n+8)(n+7)(n+6)} \\
 &= \frac{336}{(n+8)(n+7)(n+6)}
 \end{aligned}$$

したがって

$$\begin{aligned}
 P_Y(X) &= \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)} \\
 &= \frac{126}{(n+8)(n+7)(n+6)} \cdot \frac{(n+8)(n+7)(n+6)}{336} = \frac{3}{8}, \\
 P_Y(Z) &= \frac{P(Y \cap Z)}{P(Y)} \\
 &= \frac{36}{(n+8)(n+7)(n+6)} \cdot \frac{(n+8)(n+7)(n+6)}{336} = \frac{3}{28}
 \end{aligned}$$

■

5 (1) $\left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = \sqrt{2}^{(\sqrt{2}^2)} > \sqrt{2}^{(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})}$

よって $\sqrt{2}^{(\sqrt{2}^{\sqrt{2}})} < \left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}$

(2) $f(x) = \sqrt{2}^x$ より $f'(x) = \sqrt{2}^x \log \sqrt{2}$

$f(2) = 2$, $f'(2) = 2 \log \sqrt{2} = \log 2$ であるから, 求める接線の方程式は

$$y - 2 = (x - 2) \log 2 \quad \text{すなわち} \quad y = x \log 2 + 2 - 2 \log 2$$

よって $m = \log 2$, $k = 2 - 2 \log 2$

- (3) $f'(x) = \sqrt{2}^x \log \sqrt{2} > 0$, $f''(x) = \sqrt{2}^x (\log \sqrt{2})^2 > 0$
 $mx + k = f'(2)(x - 2) + f(2)$ より

$$g(x) = f(x) - f'(2)(x - 2) - f(2)$$

とおくと $g(2) = 0$

$$g'(x) = f'(x) - f'(2)$$

$f'(x)$ は単調増加であるから, $g(x)$ の増減表は

x	\cdots	2	\cdots
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	\searrow	極小	\nearrow

したがって, すべての実数 x に対して

$$g(x) \geq 0 \quad \text{よって} \quad f(x) \geq mx + k$$

- (4) $\sqrt{2} \leq x \leq 2$ のとき, $f(x)$, $f'(x)$ は単調増加である. 平均値の定理により

$$\frac{f(2) - f(x)}{2 - x} = f'(c) \quad (x < c < 2)$$

を満たす c が存在する. $f(2) = 2$ および $f'(c) \leq f'(2) = \log 2$ より

$$\frac{2 - f(x)}{2 - x} \leq \log 2 \quad (\text{A})$$

$f(2) = 2$ で, $\sqrt{2} \leq x \leq 2$ において, $f(x)$ は単調増加であるから

$$f(x) \leq f(2) \quad \text{ゆえに} \quad 0 \leq 2 - f(x) \quad (\text{B})$$

(A), (B) より, $\sqrt{2} \leq x \leq 2$ のとき, 次式が成立する.

$$0 \leq 2 - f(x) \leq (2 - x) \log 2 \quad (*)$$

数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = \sqrt{2}$ および漸化式 $a_{n+1} = f(a_n)$ で定義されたとき, すべての自然数 n について, 次が成立することを数学的帰納法で示す.

$$a_n < a_{n+1} < 2 \quad (**)$$

- [1] $n = 1$ のとき, $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ について

$$\sqrt{2} < \sqrt{2}^{\sqrt{2}} < \sqrt{2}^2 \quad \text{ゆえに} \quad a_1 < a_2 < 2$$

よって, $n = 1$ のとき, $(**)$ が成立する.

- [2] $n = k$ のとき, $(**)$ が成立する, すなわち, $a_k < a_{k+1} < 2$ であると仮定すると, $f(x)$ は単調増加であるから

$$f(a_k) < f(a_{k+1}) < f(2) \quad \text{ゆえに} \quad a_{k+1} < a_{k+2} < 2$$

[1], [2] より, すべての自然数 n について, $(**)$ が成立する. (証終)

(**) より, すべての自然数 n について

$$\sqrt{2} \leq a_n < 2$$

が成立するから, これを (*) に適用すると

$$0 \leq 2 - a_{n+1} \leq (2 - a_n) \log 2$$

したがって $0 \leq 2 - a_n \leq (2 - \sqrt{2})(\log 2)^{n-1}$

$0 < \log 2 < 1$ より $\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - \sqrt{2})(\log 2)^{n-1} = 0$

はさみうちの原理により

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2 - a_n) = 0 \quad \text{よって} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$$

