令和４年度　島根大学２次試験前期日程 (数学問題)
令和 4 年 2 月 25 日

- 総合理工学部 (理数科以外)　1 2 3 数 I・II・III・A・B (90 分)
- 人間科・生物資源科　1 2 4 数 I・II・A・B (90 分)
- 総合理工 (理数科)・医学部 (医)　5 6 7 8 数 I・II・III・A・B (120 分)

1 a を実数とする．2 次方程式

(A) $x^2+(2a+3)x+a=0$

(B) $x^2+ax+(a-1)=0$

について，次の問いに答えよ．

(1) 2 次方程式 (A) は異なる 2 つの実数解をもつことを示せ．

(2) 2 次方程式 (A) と (B) が共通の解を少なくとも 1 つもつような a の値をすべて求めよ．

2 $\triangle$OAB において，$\mathrm{OA}=\mathrm{OB}=\beta$，$\mathrm{AB}=2\alpha$，$\angle\mathrm{OAB}=\theta$ とする．$\triangle$OAB の外接円の半径を R，内接円の半径を r とし，$\triangle$OAB の周の長さを L，面積を S とする．次の問いに答えよ．

(1) S を α, β, θ を用いて表せ．

(2) S を α, β, r を用いて表せ．

(3) $R=\dfrac{\beta}{r}$ となるとき，$\alpha+\beta$ と $\alpha\beta$ を L を用いて表せ．また，このとき $L>16$ を示せ．

(4) $R=\dfrac{\beta}{r}$ かつ $L=18$ とする．このとき，$\triangle$OAB の辺の長さの組 (OA, OB, AB) をすべて求めよ．

3 $f(x)=x^3-6x^2+6x+9$ とおく．曲線 $C: y=f(x)$ と点 $(3,\ f(3))$ における C の接線 l を考える．次の問いに答えよ．

(1) C と l は $(3,\ f(3))$ 以外にもう一つの共有点をもつ．この共有点の座標を求めよ．

(2) C と l で囲まれた図形の面積を求めよ．

(3) 点 $(b,\ f(b))$ における曲線 C の接線が l と平行であるような 3 とは異なる実数 b を求めよ．

4 点Oを原点とする座標空間に四面体ABCDがある．3点A，B，Cの座標は，それぞれ

$$(-1,\ 1,\ \sqrt{15}),\quad (-3,\ 0,\ 0),\quad (2,\ 0,\ 0)$$

である．点Dはxy平面上にあり，そのy座標は正である．$\mathrm{AD}=5$，$\mathrm{BD}=5$，$\mathrm{CD}=2\sqrt{5}$である．次の問いに答えよ．

(1) 点Dの座標を$(a,\ b,\ 0)$とおく．$a,\ b$を求めよ．

(2) 点Aからx軸に垂線AEを下ろす．内積$\overrightarrow{\mathrm{EA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}$を求めよ．

(3) 平面ABCと平面DBCのなす角をθとする．$\cos\theta$の値を求めよ．ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 90^\circ$とする．

5 不等式$|x^2-2|+|y| \leqq 2$で表される領域をDとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 領域Dのうち，$|x| \geqq \sqrt{2}$かつ$y \geqq 0$をみたす$(x,\ y)$の範囲を図示せよ．

(2) 領域Dのうち，$y \geqq 0$をみたす$(x,\ y)$の範囲を図示せよ．

(3) 領域Dの面積を求めよ．

6 平面上に相異なる3点O，A，Bがあり，O，A，Bは同一直線上にないとする．$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=a$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=b$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=c$とする．さらに，実数$s$に対して点Pを$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}$であるようにとる．次の問いに答えよ．

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$を$s,\ \overrightarrow{\mathrm{OA}},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}$を用いて表せ．

(2) $a^2+b^2-2c>0$であることを示せ．

(3) $a \geqq b$であるとする．sがすべての正の実数を動くとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$の最小値が存在することを示し，その最小値を$a,\ b,\ c$を用いて表せ．

7 1個のさいころを3回投げるとき，1回目に出る目の数をp，2回目に出る目の数をq，3回目に出る目の数をrとする．次の問いに答えよ．

(1) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+2px+1}+x+q\right)=r$となる確率を求めよ．

(2) $\displaystyle\int_0^r (px^2-4x+q)\,dx<0$となる確率を求めよ．

8 $0 < a < 1$ とするとき，次の問いに答えよ．ただし，対数は自然対数とする．

(1) 不等式 $2\left(\dfrac{1}{a} - 1\right) < \dfrac{1}{a^2} - 1$ を示せ．

(2) 方程式 $ax - \log(1+x) = 0$ は，$2\left(\dfrac{1}{a} - 1\right) < x < \dfrac{1}{a^2} - 1$ の範囲にただ 1 つの実数解 β をもつことを示せ．

(3) β を (2) で求めた実数解とする．曲線 $y = \log(1+x)$ と直線 $y = ax$ で囲まれた図形の面積 S を a と β を用いた整式で表せ．

解答例

$\boxed{\mathbf{1}}$ (1) 方程式 (A) の判別式を D とすると

$$\begin{aligned} D &= (2a+3)^2 - 4a = 4a^2 + 8a + 5 \\ &= 4(a+1)^2 + 5 > 0 \end{aligned}$$

よって，方程式 (A) は異なる 2 つの実数解をもつ．

(2) (B) より　$(x+1)(x+a-1)=0$　これを解いて　$x=-1,\ 1-a$

(i) $x=-1$ が共通解であるとき，これを (A) に代入すると

$$1-(2a+3)+a=0 \quad \text{ゆえに} \quad a=-2$$

(ii) $x=1-a$ が共通解であるとき，これを (A) に代入すると

$$(1-a)^2+(2a+3)(1-a)+a=0 \quad \text{整理すると} \quad a^2+2a-4=0$$

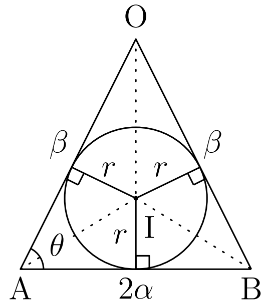
ゆえに　$a=-1\pm\sqrt{5}$

(i)，(ii) より　$\boldsymbol{a=-2,-1\pm\sqrt{5}}$ ■

$\boxed{\mathbf{2}}$ (1) △OAB の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}\cdot 2\alpha\beta\sin\theta = \boldsymbol{\alpha\beta\sin\theta}$$

(2) △OAB の内心を I とすると



$$\begin{aligned} S &= \triangle\mathrm{IAB} + \triangle\mathrm{IOA} + \triangle\mathrm{IOB} \\ &= \frac{1}{2}\cdot 2\alpha r + \frac{1}{2}\beta r + \frac{1}{2}\beta r \\ &= \boldsymbol{(\alpha+\beta)r} \end{aligned}$$

(3) 周の長さ L は

$$L = 2\alpha + \beta + \beta \quad \text{ゆえに} \quad \boldsymbol{\alpha + \beta = \frac{L}{2}}$$

これを (2) の結果に代入すると　$S = \dfrac{Lr}{2}$　$\cdots$①

△OAB に正弦定理を適用すると　$\dfrac{\beta}{\sin\theta} = 2R$

$R = \dfrac{\beta}{r}$ を上式に代入すると

$$\frac{\beta}{\sin\theta} = \frac{2\beta}{r} \quad \text{ゆえに} \quad \sin\theta = \frac{r}{2}$$

上の第 2 式を (1) の結果に代入すると　$S = \dfrac{\alpha\beta r}{2}$　$\cdots$②

①，② より　$\dfrac{\alpha\beta r}{2} = \dfrac{rL}{2}$　よって　$\boldsymbol{\alpha\beta = L}$

このとき，$2\alpha < \beta + \beta$ より，$\alpha < \beta$

$\alpha,\ \beta$ を解とする 2 次方程式は　$x^2 - \dfrac{L}{2}x + L = 0$　$\cdots(*)$

2 次方程式 $(*)$ は，異なる 2 つの実数解をもつから

$$\left(-\frac{L}{2}\right)^2 - 4L > 0 \quad \text{ゆえに} \quad L(L-16) > 0$$

$L > 0$ により　$L > 16$

(4) $L = 18$ を $(*)$ に代入すると　$x^2 - 9x + 18 = 0$

これを解いて　$x = 3,\ 6$　ゆえに　$\alpha = 3,\ \beta = 6$

よって　**(OA，OB，AB) = (3，3，6)**　■

3 (1) $f(x)=x^3-6x^2+6x+9$ を微分すると　$f'(x)=3x^2-12x+6$

$f(3)=0$，$f'(3)=-3$ より，C 上の点 $(3,\ f(3))$ における接線 l の方程式は

$$y-0=-3(x-3) \quad \text{ゆえに} \quad y=-3x+9$$

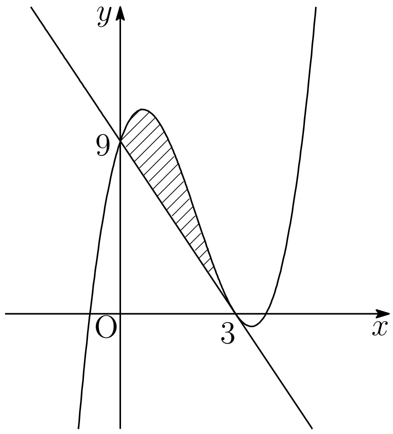
C と l の方程式から y を消去すると

$$x^3-6x^2+6x+9=-3x+9 \quad \text{整理すると} \quad x(x-3)^2=0$$

$x\neq 3$ より　$x=0$　よって[1]　$\mathbf{(0,\ 9)}$

(2) 求める面積を S とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 \{x^3-6x^2+6x+9-(-3x+9)\}\,dx \\ &= \int_0^3 x(3-x)^2\,dx = \frac{1}{12}(3-0)^4 = \mathbf{\frac{27}{4}} \end{aligned}$$



補足　積分公式[2]

$$\int_\alpha^\beta (x-\alpha)^m(\beta-x)^n\,dx = \frac{m!n!}{(m+n+1)!}(\beta-\alpha)^{m+n+1}$$

を利用している．

(3) $f'(x)=-3$ とすると

$$3x^2-12x+6=-3 \quad \text{整理すると} \quad (x-1)(x-3)=0$$

$x\neq 3$ に注意して　$\boldsymbol{b=1}$ ■

[1] http://kumamoto.s12.xrea.com/nyusi/kumadai_ri_2021.pdf (p.5 の補足参照)
[2] http://kumamoto.s12.xrea.com/nyusi/Qdai_tech_2010_kouki.pdf の $\boxed{1}$ を参照．

$\boxed{4}$ (1) A$(-1,\ 1,\ \sqrt{15})$，B$(-3,\ 0,\ 0)$，C$(2,\ 0,\ 0)$，D$(a,\ b,\ 0)$，
$\mathrm{AD}^2=25$，$\mathrm{BD}^2=25$，$\mathrm{CD}^2=20$ より

$$\begin{cases} (a+1)^2+(b-1)^2+15=25 & \cdots① \\ (a+3)^2+b^2=25 & \cdots② \\ (a-2)^2+b^2=20 & \cdots③ \end{cases}$$

① − ② より　$a+b=4$，　② − ③ より　$a=0$
よって　$\boldsymbol{a=0,\ b=4}$

(2) A$(-1,\ 1,\ \sqrt{15})$ より　E$(-1,\ 0,\ 0)$　ゆえに　$\overrightarrow{\mathrm{EA}}=(0,\ 1,\ \sqrt{15})$
(1) の結果より，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=(0,\ 4,\ 0)$ であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{EA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}=0\cdot0+1\cdot4+\sqrt{15}\cdot0=\mathbf{4}$$

(3) 平面 ABC と平面 DBC の交線 BC は x 軸であるから，それぞれの平面上のベクトルで yz 平面と平行な 2 つのベクトルのなす角が θ である．平面 ABC 上の $\overrightarrow{\mathrm{EA}}=(0,\ 1,\ \sqrt{15})$ と平面 DBC 上の $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=(0,\ 4,\ 0)$ のなす角を θ とすると

$$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{\mathrm{EA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OD}}}{|\overrightarrow{\mathrm{DA}}||\overrightarrow{\mathrm{OD}}|}=\frac{4}{4\cdot4}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$$

別解 $\overrightarrow{\mathrm{BA}}=(2,\ 1,\ \sqrt{15})$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(5,\ 0,\ 0)$ に垂直な直線ベクトルの 1 つは

$$\vec{u}=(0,-\sqrt{15},\ 1)$$

平面 BCD は xy 平面であるから，これに垂直なベクトルの 1 つは

$$\vec{v}=(0,\ 0,\ 1)$$

$\vec{u}$ と $\vec{v}$ のなす角を θ とすると

$$\cos\theta=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}=\frac{1}{4}$$

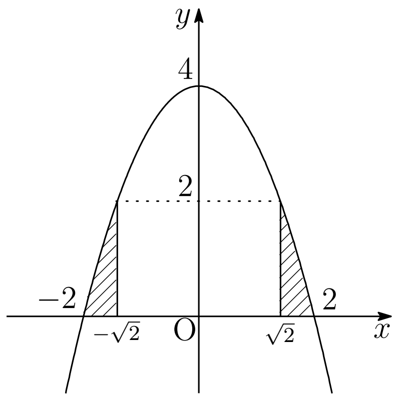
■

5 (1) $|x^2-2|+|y| \leqq 2$ において，
$|x| \geqq 2$，$y \geqq 0$ のとき

$$x^2-2+y \leqq 2$$

したがって　$y \leqq 4-x^2$

よって，求める領域は，右の図の斜線部分であり，境界線を含む．

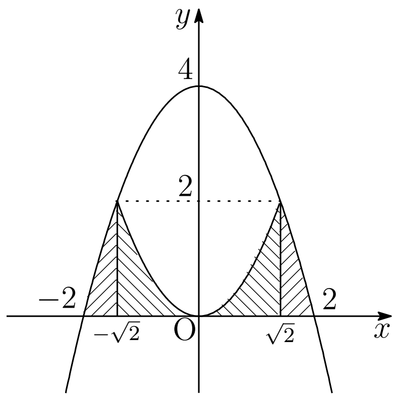


(2) $|x^2-2|+|y| \leqq 2$ において，
$|x| \leqq 2$，$y \geqq 0$ のとき

$$2-x^2+y \leqq 2$$

したがって　$y \leqq x^2$

これと (1) の結果を含めた斜線部分であり，境界線を含む．



(3) 領域 D は x 軸および y 軸に関して対称である．求める面積を S とすると

$$\begin{aligned}\frac{S}{4} &= \int_0^{\sqrt{2}} x^2\,dx + \int_{\sqrt{2}}^{2} (4-x^2)\,dx \\ &= \left[\ \frac{x^3}{3}\ \right]_0^{\sqrt{2}} + \left[\ 4x - \frac{x^3}{3}\ \right]_{\sqrt{2}}^{2} \\ &= \frac{16-8\sqrt{2}}{3}\end{aligned}$$

よって　　$\boldsymbol{S = \dfrac{64-32\sqrt{2}}{3}}$　■

$\boxed{\mathbf{6}}$ (1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = s\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ より

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}} &= \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AP}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\overrightarrow{\mathrm{AB}} \\ &= \overrightarrow{\mathrm{OA}} + s(\overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}}) \\ &= \boldsymbol{(1-s)\overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\overrightarrow{\mathrm{AB}}}\end{aligned}$$

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{OA}}| = a$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}| = b$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}} = c$ より

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 &= |\overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2 \\ &= |\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2 + |\overrightarrow{\mathrm{OB}}|^2 - 2\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}} \\ &= a^2 + b^2 - 2c \quad \cdots ①\end{aligned}$$

$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| \neq 0$ より　$a^2 + b^2 - 2c > 0$

(3) $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}| \neq 0$，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + s\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ より

$$\begin{aligned}|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|^2 &= |\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2 + 2s\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}} + s^2|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 \\ &= |\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2\left(s^2 + \frac{2\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2}s\right) + |\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2 \\ &= |\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2\left(s + \frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2}\right)^2 + \frac{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 - (\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}})^2}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2}\end{aligned}$$

したがって，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|$ は，$s = -\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2}$ のとき，最小値

$$\frac{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 - (\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}})^2}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2} \qquad (*)$$

をとる．ここで

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OB}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}}) = \overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}} - |\overrightarrow{\mathrm{OA}}|^2 = c - a^2 \quad \cdots ②$$

①，② および $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2 = a^2$ を $(*)$ に代入すると

$$(*) = \frac{a^2(a^2+b^2-2c) - (c-a^2)^2}{a^2+b^2-2c} = \boldsymbol{\frac{a^2b^2 - c^2}{a^2+b^2-2c}}$$

補足 最小値をとるとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} - \dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ が成立する． ■

$\boxed{\mathbf{7}}$ (1) $I = \lim_{x \to -\infty} (\sqrt{x^2 + 2px + 1} + x + q) = r$ とおくと

$$
\begin{aligned}
I &= \lim_{x \to \infty} (\sqrt{x^2 - 2px + 1} - x + q) \\
&= \lim_{x \to \infty} \frac{(x^2 - 2px + 1) - (x - q)^2}{\sqrt{x^2 - 2px + 1} + x - q} \\
&= \lim_{x \to \infty} \frac{2(q - p)x + 1 - q^2}{\sqrt{x^2 - 2px + 1} + x - q} \\
&= \lim_{x \to \infty} \frac{2(q - p) + \frac{1 - q^2}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2p}{x} + \frac{1}{x^2}} + 1 - \frac{q}{x}} = q - p
\end{aligned}
$$

$q - p = r$ より，$q = p + r$ を満たす $(p,\ q,\ r)$ の組を求める．

- $q = 2$ のとき　$(p,\ r) = (1,\ 1)$
- $q = 3$ のとき　$(p,\ r) = (1,\ 2),\ (2,\ 1)$
- $q = 4$ のとき　$(p,\ r) = (1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1)$
- $q = 5$ のとき　$(p,\ r) = (1,\ 4),\ (2,\ 3),\ (3,\ 2),\ (4,\ 1)$
- $q = 6$ のとき　$(p,\ r) = (1,\ 5),\ (2,\ 4),\ (3,\ 3),\ (4,\ 2),\ (5,\ 1)$

条件を満たす組は　$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ (組)

よって，求める確率は　$\dfrac{15}{6^3} = \mathbf{\dfrac{5}{72}}$

(2) $J = \displaystyle\int_0^r (px^2 - 4x + q)\,dx$ とおくと

$$
J = \left[\frac{px^3}{3} - 2x^2 + qx \right]_0^r = \frac{pr^3}{3} - 2r^2 + qr = \frac{r}{3}(pr^2 - 6r + 3q)
$$

$J < 0$ であるから　$pr^2 - 6r + 3q < 0$　ゆえに　$pr^2 + 3q < 6r$

- $r = 1$ のとき，$p + 3q < 6$ より　$(p,\ q) = (1,\ 1),\ (2,\ 1)$
- $r = 2$ のとき，$4p + 3q < 12$ より　$(p,\ q) = (1,\ 1),\ (2,\ 1),\ (1,\ 2)$
- $r = 3$ のとき，$3p + q < 6$ より　$(p,\ q) = (1,\ 1),\ (1,\ 2)$
- $r = 4$ のとき，$16p + 3q < 24$ より　$(p,\ q) = (1,\ 1),\ (1,\ 2)$
- $r = 5$ のとき，$25p + 3q < 30$ より　$(p,\ q) = (1,\ 1)$
- $r = 6$ のとき，$12p + q < 12$ より　$(p,\ q)$ の組はなし

条件を満たす組は　$2 + 3 + 2 + 2 + 1 = 10$ (組)

よって，求める確率は　$\dfrac{10}{6^3} = \mathbf{\dfrac{5}{108}}$　■

$\boxed{8}$ (1) $p=2\left(\dfrac{1}{a}-1\right)$, $q=\dfrac{1}{a^2}-1$ とおくと

$$q-p=\frac{1}{a^2}-1-2\left(\frac{1}{a}-1\right)=\frac{1}{a^2}-\frac{2}{a}+1=\left(\frac{1}{a}-1\right)^2$$

$0<a<1$ より，$\dfrac{1}{a}-1\neq 0$ であるから　$q-p>0$

$p<q$ より　$2\left(\dfrac{1}{a}-1\right)<\dfrac{1}{a^2}-1$

(2) $f(x)=ax-\log(1+x)$ とおくと $(p<x<q)$

$$f'(x)=a-\frac{1}{1+x}=\frac{a+ax-1}{1+x}=\frac{a\left(x+1-\frac{1}{a}\right)}{1+x}=\frac{a(x-\frac{p}{2})}{1+x}>0$$

したがって，$f(x)$ は単調増加．

$$f(p)=ap-\log(1+p)=2-2a-\log\left(\frac{2}{a}-1\right),$$
$$f(q)=aq-\log(1+q)=\frac{1}{a}-a+2\log a$$

$g(a)=2-2a-\log\left(\dfrac{2}{a}-1\right)$，$h(a)=\dfrac{1}{a}-a+2\log a$ とおくと

$$g'(a)=-2+\frac{1}{2-a}+\frac{1}{a}=\frac{2(1-a)^2}{a(2-a)}>0,$$
$$h'(a)=-\frac{1}{a^2}-1+\frac{2}{a}=-\frac{(1-a)^2}{a^2}<0$$

したがって　$f(p)=g(a)<g(1)=0,\quad f(q)=h(a)>h(1)=0$

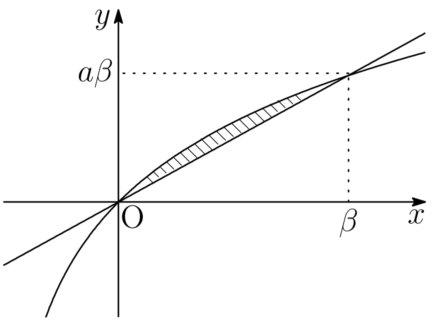
$f(x)$ は，単調増加で，$f(p)<0$，$f(q)>0$ であるから

$$f(\beta)=0,\quad p<\beta<q$$

を満たす β がただ1つ存在する．

(3) 求める面積 S は，$\log(1+\beta)=a\beta$ に注意して

$$
\begin{aligned}
S &= \int_0^\beta \{\log(1+x)-ax\}\,dx \\
&= \left[\ (1+x)\log(1+x)-x-\frac{ax^2}{2}\ \right]_0^\beta \\
&= (1+\beta)\log(1+\beta)-\beta-\frac{a\beta^2}{2} \\
&= (1+\beta)a\beta-\beta-\frac{a\beta^2}{2} = \boldsymbol{\frac{a\beta^2}{2}+(a-1)\beta}
\end{aligned}
$$



■